

数 学

本试卷由选择题、填空题和解答题三大题组成,共 28 小题,满分 130 分,考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考点名称、考场号、座位号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡相应位置上,并认真核对条形码上的准考证号、姓名是否与本人的相符;
2. 答选择题必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,请用橡皮擦干净后,再选涂其他答案;答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡指定的位置上,不在答题区域内的答案一律无效,不得用其他笔答题;
3. 考生答题必须答在答题卡上,保持卡面清洁,不要折叠,不要弄破,答在试卷和草稿纸上一律无效.

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选择题的答案用 2B 铅笔涂在答题卡相应位置上.

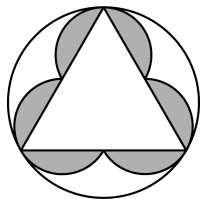
1. 在下列四个实数中,最大的数是

- A. -3 B. 0 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

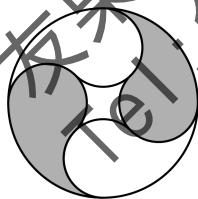
2. 地球与月球之间的平均距离大约为 384 000 km,384 000 用科学记数法可表示为

- A. 3.84×10^3 B. 3.84×10^4 C. 3.84×10^5 D. 3.84×10^6

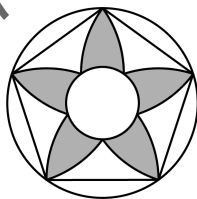
3. 下列四个图案中,不是轴对称图案的是



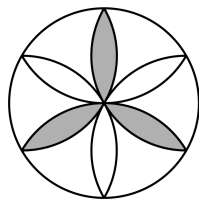
A.



B.

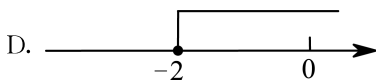
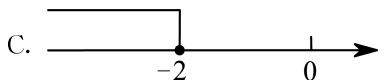
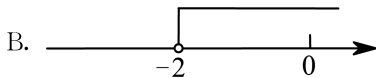
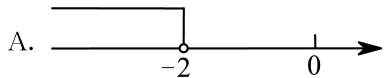


C.



D.

4. 若 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围在数轴上表示正确的是

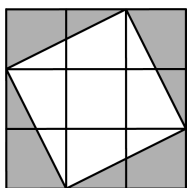


5. 计算 $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$ 的结果是

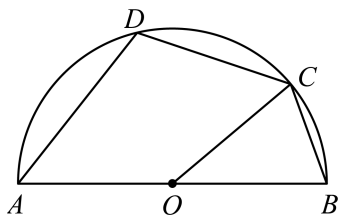
- A. $x + 1$ B. $\frac{1}{x + 1}$ C. $\frac{x}{x + 1}$ D. $\frac{x + 1}{x}$

6. 如图,飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同.若某人向游戏板投掷飞镖一次(假设飞镖落在游戏板上),则飞镖落在阴影部分的概率是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$



(第 6 题)



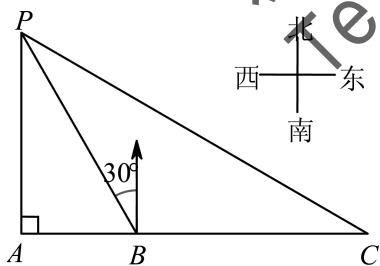
(第 7 题)

7. 如图, AB 是半圆的直径, O 为圆心, C 是半圆上的点, D 是 \widehat{AC} 上的点. 若 $\angle BOC = 40^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为

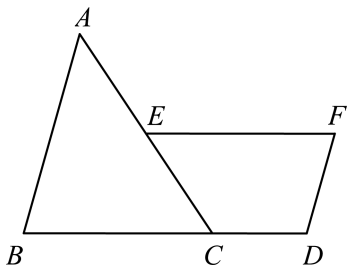
- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

8. 如图,某海监船以 20 海里/小时的速度在某海域执行巡航任务. 当海监船由西向东航行至 A 处时,测得岛屿 P 恰好在其正北方向,继续向东航行 1 小时到达 B 处,测得岛屿 P 在其北偏西 30° 方向,保持航向不变又航行 2 小时到达 C 处,此时海监船与岛屿 P 之间的距离(即 PC 的长)为

- A. 40 海里 B. 60 海里 C. $20\sqrt{3}$ 海里 D. $40\sqrt{3}$ 海里



(第 8 题)



(第 9 题)

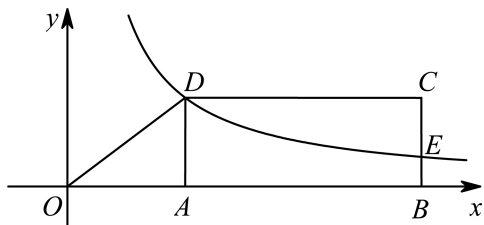
9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,延长 BC 至 D ,使得 $CD = \frac{1}{2} BC$,过 AC 中点 E 作 $EF \parallel CD$ (点 F 位于点 E 右侧),且 $EF = 2CD$,连接 DF .若 $AB = 8$,则 DF 的长为

- A. 3 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

10. 如图,矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 x 轴的正半轴上,反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图

像经过点 D ,交 BC 于点 E .若 $AB = 4, CE = 2BE, \tan \angle AOD = \frac{3}{4}$,则 k 的值为

- A. 3 B. $2\sqrt{3}$
C. 6 D. 12



(第 10 题)

二、填空题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.把答案直接填在答题卡相应位置上.

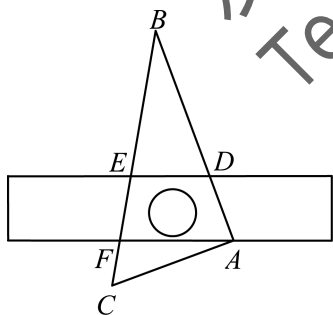
11. 计算: $a^4 \div a = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

12. 在“献爱心”捐款活动中,某校 7 名同学的捐款数如下(单位:元):5,8,6,8,5,10,8,这组数据的众数是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

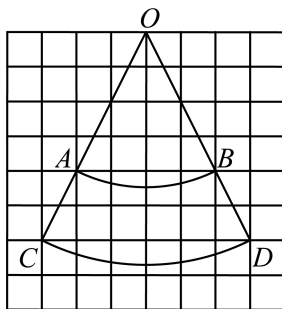
13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + 2n = 0$ 有一个根是 2,则 $m + n = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 若 $a + b = 4, a - b = 1$,则 $(a + 1)^2 - (b - 1)^2$ 的值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

15. 如图, $\triangle ABC$ 是一块直角三角板, $\angle BAC = 90^\circ, \angle B = 30^\circ$.现将三角板叠放在一把直尺上,使得点 A 落在直尺的一边上, AB 与直尺的另一边交于点 D, BC 与直尺的两边分别交于点 E, F .若 $\angle CAF = 20^\circ$,则 $\angle BED$ 的度数为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}^\circ$.



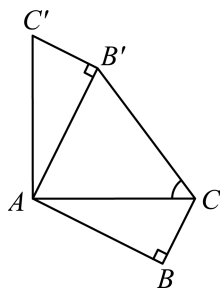
(第 15 题)



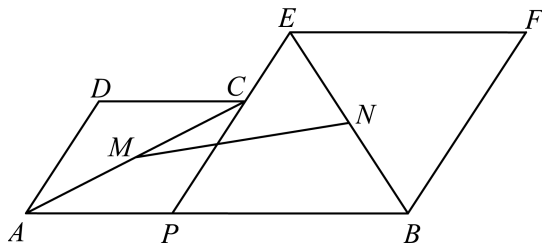
(第 16 题)

16. 如图, 8×8 的正方形网格纸上有扇形 OAB 和扇形 OCD ,点 O, A, B, C, D 均在格点上.若用扇形 OAB 围成一个圆锥的侧面,记这个圆锥的底面半径为 r_1 ;若用扇形 OCD 围成另一个圆锥的侧面,记这个圆锥的底面半径为 r_2 ,则 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

17. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=2\sqrt{5}$, $BC=\sqrt{5}$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle AB'C'$, 连接 $B'C$, 则 $\sin\angle ACB' = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$.



(第 17 题)



(第 18 题)

18. 如图,已知 $AB=8$, P 为线段 AB 上的一个动点,分别以 AP , PB 为边在 AB 的同侧作菱形 $APCD$ 和菱形 $PBEF$, 点 P, C, E 在一条直线上, $\angle DAP=60^\circ$. M, N 分别是对角线 AC, BE 的中点. 当点 P 在线段 AB 上移动时, 点 M, N 之间的距离最短为 $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ (结果保留根号).

三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 76 分. 把解答过程写在答题卡相应位置上, 解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明. 作图时用 2B 铅笔或黑色墨水签字笔.

19. (本题满分 5 分)

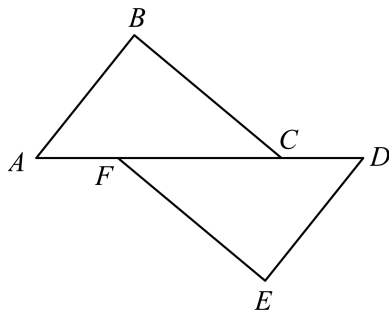
计算: $\left| -\frac{1}{2} \right| + \sqrt{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$.

20. (本题满分 5 分)

解不等式组:
$$\begin{cases} 3x \geq x - 2 \\ x + 4 < 2(2x - 1) \end{cases}$$

21. (本题满分 6 分)

如图, 点 A, F, C, D 在一条直线上, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $AF = DC$. 求证: $BC \parallel EF$.

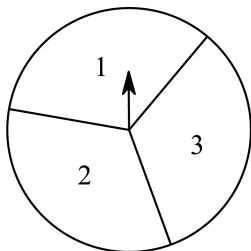


(第 21 题)

22. (本题满分 6 分)

如图,在一个可以自由转动的转盘中,指针位置固定,三个扇形的面积都相等,且分别标有数字 1,2,3.

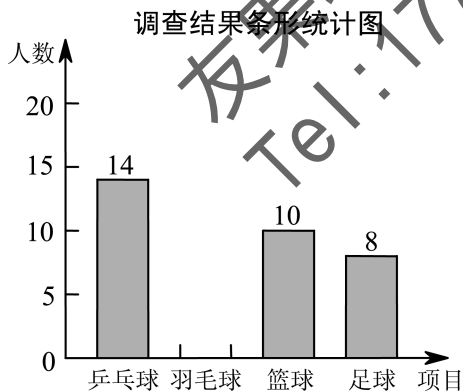
- (1)小明转动转盘一次,当转盘停止转动时,指针所指扇形中的数字是奇数的概率为 ▲ ;
- (2)小明先转动转盘一次,当转盘停止转动时,记录下指针所指扇形中的数字;接着再转动转盘一次,当转盘停止转动时,再次记录下指针所指扇形中的数字.求这两个数字之和是 3 的倍数的概率(用画树状图或列表等方法求解).



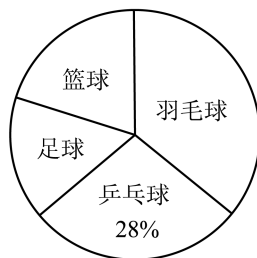
(第 22 题)

23. (本题满分 8 分)

某学校计划在“阳光体育”活动课程中开设乒乓球、羽毛球、篮球、足球四个体育活动项目供学生选择.为了估计全校学生对这四个活动项目的选择情况,体育老师从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查(规定每人必须并且只能选择其中的一个项目),并把调查结果绘制成如图所示的不完整的条形统计图和扇形统计图,请你根据图中信息解答下列问题:



调查结果扇形统计图



(第 23 题)

- (1)求参加这次调查的学生人数,并补全条形统计图;
- (2)求扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数;
- (3)若该校共有 600 名学生,试估计该校选择“足球”项目的学生有多少人?

24.(本题满分 8 分)

某学校准备购买若干台 A 型电脑和 B 型打印机.如果购买 1 台 A 型电脑,2 台 B 型打印机,一共需要花费 5900 元;如果购买 2 台 A 型电脑,2 台 B 型打印机,一共需要花费 9400 元.

(1)求每台 A 型电脑和每台 B 型打印机的价格分别是多少元?

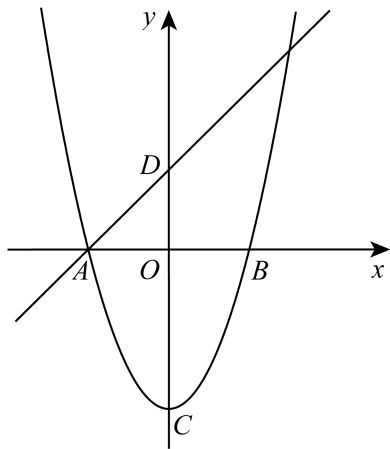
(2)如果学校购买 A 型电脑和 B 型打印机的预算费用不超过 20000 元,并且购买 B 型打印机的台数要比购买 A 型电脑的台数多 1 台,那么该学校至多能购买多少台 B 型打印机?

25.(本题满分 8 分)

如图,已知抛物线 $y=x^2-4$ 与 x 轴交于点 A,B(点 A 位于点 B 的左侧),C 为顶点.直线 $y=x+m$ 经过点 A,与 y 轴交于点 D.

(1)求线段 AD 的长;

(2)平移该抛物线得到一条新抛物线,设新抛物线的顶点为 C' .若新抛物线经过点 D,并且新抛物线的顶点和原抛物线的顶点的连线 CC' 平行于直线 AD,求新抛物线对应的函数表达式.



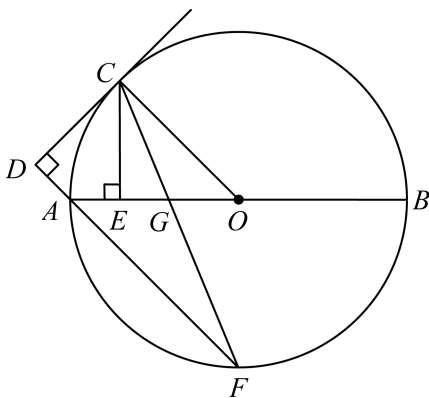
(第 25 题)

26. (本题满分 10 分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, AD 垂直于过点 C 的切线, 垂足为 D , CE 垂直 AB , 垂足为 E , 延长 DA 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 FC , FC 与 AB 相交于点 G , 连接 OC .

(1) 求证: $CD = CE$;

(2) 若 $AE = GE$, 求证: $\triangle CEO$ 是等腰直角三角形.



(第 26 题)

27. (本题满分 10 分)

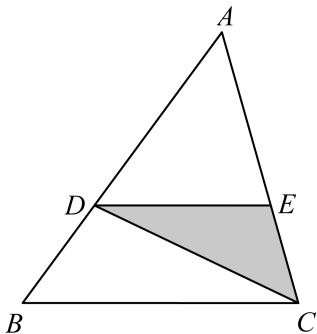
问题 1: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, D 是 AB 上一点 (不与 A, B 重合), $DE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 连接 CD . 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S , $\triangle DEC$ 的面积为 S' .

(1) 当 $AD = 3$ 时, $\frac{S'}{S} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

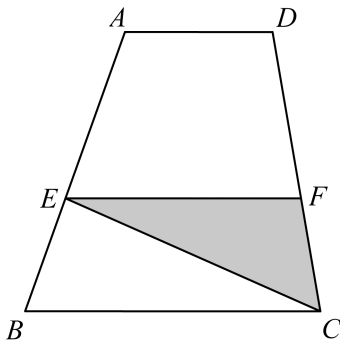
(2) 设 $AD = m$, 请你用含字母 m 的代数式表示 $\frac{S'}{S}$.

问题 2: 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD \parallel BC$, $AD = \frac{1}{2}BC$, E 是 AB 上一点 (不与 A, B 重合), $EF \parallel BC$, 交 CD 于点 F , 连接 CE . 设 $AE = n$, 四边形 $ABCD$ 的面积为 S ,

$\triangle EFC$ 的面积为 S' . 请你利用问题 1 的解法或结论, 用含字母 n 的代数式表示 $\frac{S'}{S}$.



(图①)



(图②)

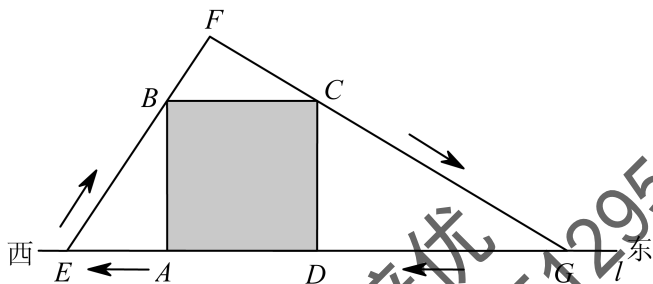
(第 27 题)

28.(本题满分 10 分)

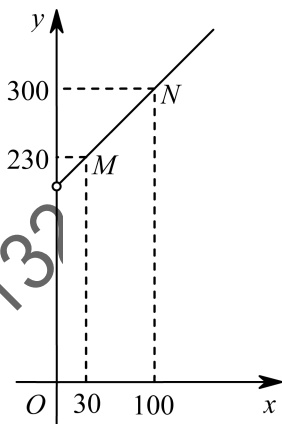
如图①,直线 l 表示一条东西走向的笔直公路,四边形 $ABCD$ 是一块边长为 100 米的正方形草地,点 A, D 在直线 l 上.小明从点 A 出发,沿公路 l 向西走了若干米后到达点 E 处,然后转身沿射线 EB 方向走到点 F 处,接着又改变方向沿射线 FC 方向走到公路 l 上的点 G 处,最后沿公路 l 回到点 A 处.设 $AE = x$ 米(其中 $x > 0$), $GA = y$ 米,已知 y 与 x 之间的函数关系如图②所示.

(1)求图②中线段 MN 所在直线的函数表达式;

(2)试问小明从起点 A 出发直至最后回到点 A 处,所走过的路径(即 $\triangle EFG$)是否可以是一个等腰三角形? 如果可以,求出相应 x 的值;如果不可以,说明理由.



(图①)



(图②)

(第 28 题)

2018年苏州市初中毕业暨升学考试

数学试题参考答案

一、选择题：（每小题3分，共30分）

1. C 2. C 3. B 4. D 5. B
6. C 7. B 8. D 9. B 10. A

二、填空题：（每小题3分，共24分）

11. a^3 12. 8 13. -2 14. 12
15. 80 16. $\frac{2}{3}$ 17. $\frac{4}{5}$ 18. $2\sqrt{3}$

三、解答题：（共76分）

19. 解：原式 $= \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2}$
 $= 3.$

20. 解：由 $3x \geq x + 2$ ，解得 $x \geq 1$ ，
由 $x + 4 < 2(2x - 1)$ ，解得 $x > 2$ ，
 \therefore 不等式组的解集是 $x > 2$ 。

21. 证明： $\because AB \parallel DE$ ， $\therefore \angle A = \angle D$.
 $\because AF = DC$ ， $\therefore AC = DF$.

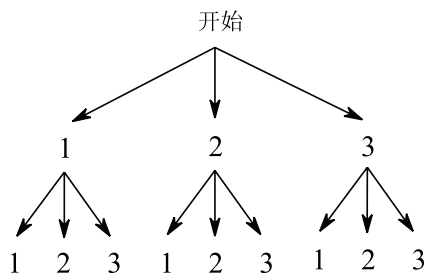
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE, \\ \angle A = \angle D, \\ AC = DF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS).
 $\therefore \angle ACB = \angle DFE$,
 $\therefore BC \parallel EF$.

22. 解：(1) $\frac{2}{3}$;

(2) 用“树状图”或利用表格列出所有可能的结果：



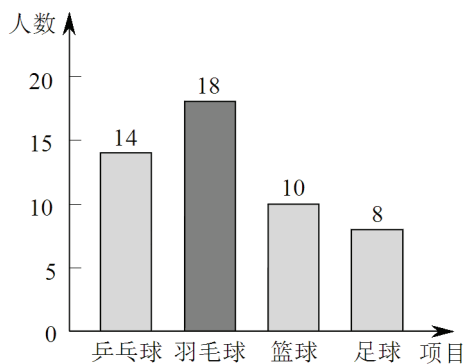
第1次和	1	2	3
第2次和	2	3	4
	3	4	5
	4	5	6

$\therefore P$ (两个数字之和是3的倍数) $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

23. 解：(1) $\frac{14}{28\%}=50$,

答：参加这次调查的学生人数为 50 人.

补全条形统计图如图所示：



(2) $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$,

答：扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数为 72° .

(3) $600 \times \frac{8}{50} = 96$,

答：估计该校选择“足球”项目的学生有 96 人.

24. 解：(1) 设每台 A 型电脑的价格为 x 元，每台 B 型打印机的价格为 y 元.

根据题意得：
$$\begin{cases} x + 2y = 5900, \\ 2x + 2y = 9400. \end{cases}$$

解这个方程组，得
$$\begin{cases} x = 3500, \\ y = 1200. \end{cases}$$

答：每台 A 型电脑的价格为 3500 元，每台 B 型打印机的价格为 1200 元.

(2) 设学校购买 n 台 B 型打印机，则购买 A 型电脑为 $(n-1)$ 台.

根据题意得：
$$3500(n-1) + 1200n \leq 20000,$$

解这个不等式，得 $n \leq 5$.

答：该学校至多能购买 5 台 B 型打印机.

25. 解：(1) 由 $x^2 - 4 = 0$ 解得 $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

\because 点 A 位于点 B 的左侧， $\therefore A(-2, 0)$.

\because 直线 $y = x + m$ 经过点 A， $\therefore -2 + m = 0$,

$\therefore m = 2$, $\therefore D(0, 2)$.

$\therefore AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 2\sqrt{2}$.

(2) 解法一：设新抛物线对应的函数表达式为 $y = x^2 + bx + 2$,

$$\therefore y = x^2 + bx + 2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + 2 - \frac{b^2}{4}, \therefore C' \left(-\frac{b}{2}, 2 - \frac{b^2}{4}\right).$$

\therefore 直线 CC' 平行于直线 AD , 并且经过点 $C(0, -4)$,

\therefore 直线 CC' 的函数表达式为 $y = x - 4$.

$$\therefore 2 - \frac{b^2}{4} = -\frac{b}{2} - 4, \text{ 整理得 } b^2 - 2b - 24 = 0, \text{ 解得 } b_1 = -4, b_2 = 6.$$

\therefore 新抛物线对应的函数表达式为 $y = x^2 - 4x + 2$ 或 $y = x^2 + 6x + 2$.

解法二： \therefore 直线 CC' 平行于直线 AD , 并且经过点 $C(0, -4)$,

\therefore 直线 CC' 的函数表达式为 $y = x - 4$.

\therefore 新抛物线的顶点 C' 在直线 $y = x - 4$ 上, \therefore 设顶点 C' 的坐标为 $(n, n - 4)$,

\therefore 新抛物线对应的函数表达式为 $y = (x - n)^2 + n - 4$.

\therefore 新抛物线经过点 $D(0, 2)$,

$$\therefore n^2 + n - 4 = 2, \text{ 解得 } n_1 = -3, n_2 = 2.$$

\therefore 新抛物线对应的函数表达式为 $y = (x + 3)^2 - 7$ 或 $y = (x - 2)^2 - 2$.

26. 证明：(1) 连接 AC .

$\therefore CD$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore OC \perp CD$.

又 $\therefore AD \perp CD, \therefore \angle DCO = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore AD \parallel OC, \therefore \angle DAC = \angle ACO$.

又 $\therefore OC = OA, \therefore \angle CAO = \angle ACO$,

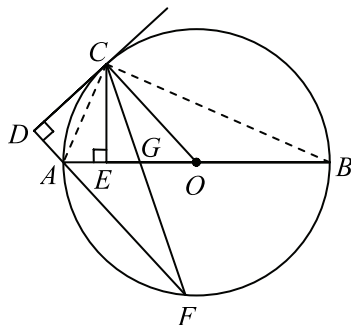
$\therefore \angle DAC = \angle CAO$.

又 $\therefore CE \perp AB, \therefore \angle CEA = 90^\circ$.

$$\text{在 } \triangle CDA \text{ 和 } \triangle CEA \text{ 中, } \begin{cases} \angle D = \angle CEA, \\ \angle DAC = \angle EAC, \\ AC = AC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDA \cong \triangle CEA$ (AAS),

$\therefore CD = CE$.



(2) 证法一：连接 BC .

$$\because \triangle CDA \cong \triangle CEA, \therefore \angle DCA = \angle ECA,$$

$$\because CE \perp AG, AE = EG, \therefore CA = CG.$$

$$\therefore \angle ECA = \angle ECG.$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径}, \therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

又 $\because CE \perp AB$,

$$\therefore \angle ACE = \angle B.$$

又 $\because \angle B = \angle F$,

$$\therefore \angle F = \angle ACE = \angle DCA = \angle ECG.$$

又 $\because \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DCF + \angle F = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle DCA = \angle ACE = \angle ECG = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle F = 45^\circ.$$

$\therefore \triangle CEO$ 是等腰直角三角形.

证法二：设 $\angle F = x^\circ$,

则 $\angle AOC = 2\angle F = 2x^\circ$.

$$\because AD \parallel OC, \therefore \angle OAF = \angle AOC = 2x^\circ,$$

$$\therefore \angle CGA = \angle OAF + \angle F = 3x^\circ,$$

$$\because CE \perp AG, AE = EG, \therefore CA = CG, \therefore \angle EAC = \angle CGA,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EAC = \angle CGA = 3x^\circ.$$

又 $\because \angle DAC + \angle EAC + \angle OAF = 180^\circ$,

$$\therefore 3x^\circ + 3x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore x = 22.5,$$

$$\therefore \angle AOC = 2x^\circ = 45^\circ.$$

$\therefore \triangle CEO$ 是等腰直角三角形.

27. 解：问题 1：(1) $\frac{3}{16}$;

(2) 解法一： $\because AB=4, AD=m, \therefore BD=4-m$.

$$\text{又 } \because DE \parallel BC, \therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BD}{DA} = \frac{4-m}{m}, \therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{4-m}{m}.$$

$$\text{又 } \because DE \parallel BC, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{m}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{16}.$$

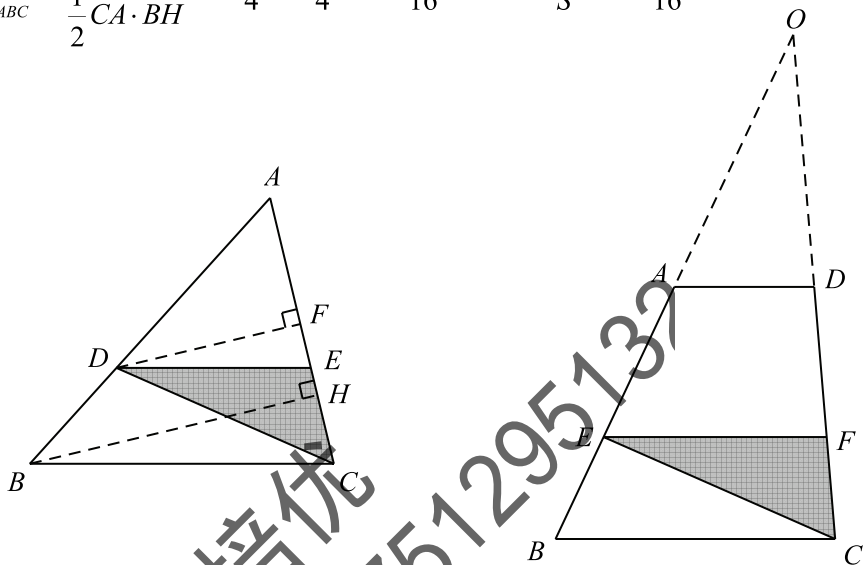
$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} \times \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4-m}{m} \times \frac{m^2}{16} = \frac{-m^2 + 4m}{16}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{-m^2 + 4m}{16}.$$

解法二：过点 B 作 $BH \perp AC$ ，垂足为 H ，过点 D 作 $DF \perp AC$ ，垂足为 F 。

$$\text{则 } DF \parallel BH, \therefore \triangle ADF \sim \triangle ABH, \therefore \frac{DF}{BH} = \frac{AD}{AB} = \frac{m}{4}.$$

$$\because DE \parallel BC, \therefore \frac{CE}{CA} = \frac{BD}{BA} = \frac{4-m}{4}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}CE \cdot DF}{\frac{1}{2}CA \cdot BH} = \frac{4-m}{4} \times \frac{m}{4} = \frac{-m^2 + 4m}{16}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{-m^2 + 4m}{16}.$$



问题 2：解法一：分别延长 BA ， CD ，相交于点 O 。

$$\because AD \parallel BC, \therefore \triangle OAD \sim \triangle OBC, \therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OA = AB = 4, \therefore OB = 8.$$

$$\because AE = n, \therefore OE = 4 + n.$$

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\text{由问题 1 的解法可知, } \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OEF}} \times \frac{S_{\triangle OEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{4-n}{4+n} \times \left(\frac{4+n}{8}\right)^2 = \frac{16-n^2}{64}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OBC}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{1}{4}, \therefore \frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle CEF}}{\frac{3}{4}S_{\triangle OBC}} = \frac{4}{3} \times \frac{16-n^2}{64} = \frac{16-n^2}{48}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48}.$$

解法二：连接 AC 交 EF 于 M 。

$$\because AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = \frac{1}{2}BC, \therefore \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3}S, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3}S.$$

$$\text{由问题 1 的结论可知, } \frac{S_{\triangle EMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{-n^2 + 4n}{16},$$

$$\therefore S_{\triangle EMC} = \frac{-n^2 + 4n}{16} \times \frac{2}{3}S = \frac{-n^2 + 4n}{24} \times S.$$

$$\because MF \parallel AD,$$

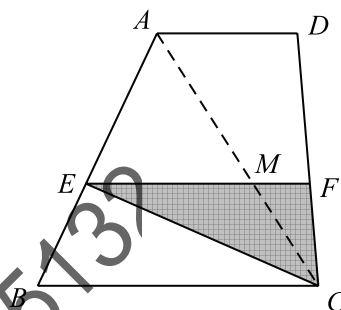
$$\therefore \triangle CFM \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CFM}}{S_{\triangle CDA}} = \frac{S_{\triangle CFM}}{\frac{1}{3}S} = 3 \times \frac{S_{\triangle CFM}}{S} = \left(\frac{4-n}{4}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle CFM} = \frac{(4-n)^2}{48} \times S.$$

$$\therefore S_{\triangle EFC} = S_{\triangle EMC} + S_{\triangle CFM} = \frac{-n^2 + 4n}{24} \times S + \frac{(4-n)^2}{48} \times S = \frac{16-n^2}{48} \times S,$$

$$\therefore \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48}.$$



28. 解：(1) 设线段 MN 所在直线的函数表达式为 $y = kx + b$ 。

$\because M, N$ 两点的坐标分别为 $(30, 230), (100, 300)$,

$$\therefore \begin{cases} 30k + b = 230, \\ 100k + b = 300. \end{cases}$$

$$\text{解这个方程组, 得 } \begin{cases} k = 1, \\ b = 200. \end{cases}$$

\therefore 线段 MN 所在直线的函数表达式为 $y = x + 200$ 。

(2) ① 第一种情况：考虑 $FE = FG$ 是否成立。

连接 EC 。

$\because AE = x, AD = 100, GA = x + 200,$

$\therefore ED = GD = x + 100.$

又 $\because CD \perp EG$, $\therefore CE=CG$,

$\therefore \angle CGE = \angle CEG$,

$\therefore \angle FEG > \angle CGE$.

$\therefore FE \neq FG$.

②第二种情况: 考虑 $FG=EG$ 是否成立.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore BC \parallel EG$, $\therefore \triangle FBC \sim \triangle FEG$.

假设 $FG=EG$ 成立, 则 $FC=BC$ 亦成立.

$\therefore FC=BC=100$.

$\because AE=x$, $GA=x+200$,

$\therefore FG=EG=AE+GA=2x+200$,

$\therefore CG=FG-FC=2x+200-100=2x+100$.

在 $\text{Rt}\triangle CDG$ 中, $CD=100$, $GD=x+100$, $CG=2x+100$,

$$\therefore 100^2 + (x+100)^2 = (2x+100)^2,$$

解这个方程, 得 $x_1 = -100$, $x_2 = \frac{100}{3}$.

$\because x > 0$, $\therefore x = \frac{100}{3}$.

③第三种情况: 考虑 $BF=EG$ 是否成立.

与②同理, 假设 $BF=EG$ 成立, 则 $FB=BC$ 亦成立.

$\therefore BE=EF-FB=2x+200-100=2x+100$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE=x$, $AB=100$, $BE=2x+100$,

$$\therefore 100^2 + x^2 = (2x+100)^2,$$

解这个方程, 得 $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{400}{3}$ (不合题意, 均舍去).

综上所述, 当 $x = \frac{100}{3}$ 时, $\triangle EFG$ 是一个等腰三角形.

