

昆山提招数学模拟卷（十四）及参考答案

一、选择题(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 已知 $a = 2 - \sqrt{3}$, $b = \sqrt{3} - 2$, $c = 2\sqrt{2} - 3$, 则 a, b, c 的大小关系是()
- (A) $c < b < a$ (B) $b < a < c$ (C) $b < c < a$ (D) $a < b < c$

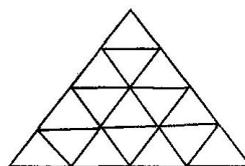
2. 因式分解 $x^2 + 2ax - 3a^2$ 能被 $x - 1$ 整除, 则 a 的值是()
- (A) 1 或 $-\frac{1}{3}$ (B) -1 或 $-\frac{1}{3}$ (C) 0 (D) 1 或 -1

3. $2\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 等于()
- (A) $5 - 4\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2} - 1$ (C) 5 (D) 1

4. 方程 $(x^2 - x - 1)^{x+4} = 1$ 的整数解的个数是()
- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

5. 设菱形的周长为 20, 两条对角线的长是方程 $x^2 - (2m-1)x + 4m - 4 = 0$ 的两个根, 则 m 的值为()
- (A) $\frac{13}{2}$ (B) $-\frac{7}{2}$ (C) $\frac{13}{2}$ 或 $-\frac{7}{2}$ (D) 以上答案均不对

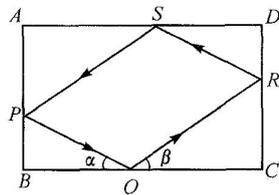
6. 将正三角形每条边四等分, 然后过这些分点作平行于其他两边的直线, 则以图中线段为边的菱形个数为()
- (A) 15 (B) 18 (C) 21 (D) 24



7. 方程组 $\begin{cases} am + 2n = 3 \\ 2m - n = 3 \end{cases}$ 的解适合 $n > m > 0$, 则 a 的取值范围为() 第 6 题图
- (A) $-3 < a < 2$ (B) $2 < a < 5$ (C) $1 < a < 4$ (D) $-4 < a < -1$

8. 已知 $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{a}$, 则 $\sqrt{4x + x^2}$ 的值是()
- (A) $a - \frac{1}{a}$ (B) $\frac{1}{a} - a$ (C) $a + \frac{1}{a}$ (D) 0

9. 长方形台球桌 ABCD 上, 一球从 AB 边上某处 P 点击出, 分别撞击球桌的边 BC、CD、DA 各 1 次后, 又回到出发点 P 处. 每次球撞击桌边时, 撞击前后的路线与桌边所成的角相等(例如图中 $\angle \alpha = \angle \beta$). 若 $AB = 3, BC = 4$, 则此球所



第 9 题图

- 走路线的总长度(不计球的大小)为()
- (A) 不确定 (B) 12 (C) 11 (D) 10
10. 有两面可绕一立轴转动的立式镜, 我站在这两面镜子前的一个点上, 这个点位于镜面夹角的角平分面上. 若两镜面的夹角为 50° , 我将可以看到自己的镜像数为()
- (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 4

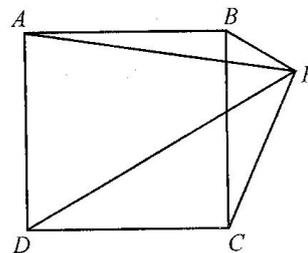
二、填空题(每小题 4 分, 共 40 分)

11. 有一个分数, 分子减 1, 这个分数等于 $\frac{1}{4}$; 分母减 1, 这个分数等于 $\frac{1}{3}$, 则这个分数是_____.
12. 已知 $y = \sqrt{x-8} + \sqrt{8-x} + 18$, 则代数式 $\frac{x+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{2xy}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} =$ _____.
13. 若 $a^2 - 3a = -1$, 则 $3a^3 - 9a^2 + 4a + \frac{3}{a^2 + 1} =$ _____.
14. 将 29 只球随意放入 10 个盒子, 每个盒子最少 1 只, 则这些盒子中放入的球个数相同的至少有_____个.
15. 阅读: “如果 $a^x = N (a > 0, a \neq 1)$, 那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数, 记为 $x = \log_a N$.”
然后回答: $\log_3 \frac{1}{9} =$ _____.
16. 因式分解: $\frac{1}{4}x + x^3 - x^2 =$ _____.
17. 已知 x 为实数, 则 $\sqrt{x^2 - 4x + 13} + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ 的最小值为_____.
18. 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AC 上, $AE = 2EC$, 点 F 在 AB 上, $BF = 2AF$, 若 $S_{\triangle BEF} = 2$, 则平行四边形 $ABCD$ 的面积为_____.
19. 已知直角三角形三边长满足方程 $x^2 - mx + 2\sqrt{2} = 0$, 则这个直角三角形面积为_____.
20. E 是平行四边形 $ABCD$ 中 BC 边的中点, AE 交对角线 BD 于 G , 如果 $\triangle BEG$ 的面积为 1, 则平行四边形 $ABCD$ 的面积是_____.

三、解答题(21 题满分 10 分, 22 题、23 题每题满分 15 分, 共 40 分)

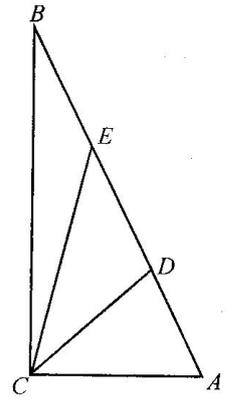
21. 已知 $x = \frac{2n}{1+n^2}$, $y = \frac{1-n^2}{1+n^2}$, 求 $x^2 + y^2$ 的值.

22. 如图, 正方形 $ABCD$ 外有一点 P , P 在 BC 外侧, 并夹在平行线 AB 与 CD 之间, 若 $PA = \sqrt{17}$, $PB = \sqrt{2}$, $PC = \sqrt{5}$, 求 PD 的长.



第 22 题图

23. 如图，在直角三角形 ABC 中，D, E 是斜边 AB 上的三等分点，且 $CD^2 + CE^2 = 1$ ，求斜边 AB 的长.



第 23 题图

参考答案

一、选择题

1. A 2. A 3. D 4. B 5. A 6. C 7. D 8. B 9. D 10. C

二、填空题

11. $\frac{5}{16}$

12. $-2\sqrt{2}$

13. 3

14. 若至少有两个盒子放的球个数一样多，则至少需要 $2 \times (1+2+3+4+5) = 30$ 只球，现在只有 29 只球，因而不可能。所以至少有 3 个盒子里放的球的个数一样多。

15. 不妨设 $\log_3 \frac{1}{9} = x$ ，根据材料得： $3^x = \frac{1}{9}$ ，故 $x = -2$ 。

16. $\frac{1}{4}x + x^3 - x^2 = \frac{1}{4}x(1 + 4x^2 - 4x) = \frac{1}{4}x(2x - 1)^2$

17. 最小值为 5。

18. 平行四边形 ABCD 的面积为 9。

19. 三角形面积为 1。

20. 平行四边形 ABCD 的面积是 12。

三、解答题

21. $x^2 + y^2 = \frac{4n^2 + 1 - 2n^2 + n^4}{(1+n^2)^2} = \frac{(1+n^2)^2}{(1+n^2)^2} = 1$

22. 作 $PE \perp AD$ 交 BC 于 F，交 AD 于 E。

$$\text{设 } PF=a, EF=b, BF=c, \text{ 则 } \begin{cases} c^2 + a^2 = 2 \\ (a+b)^2 + c^2 = 17, \\ (b-c)^2 + a^2 = 5 \end{cases}$$

得 $PD^2 = (b-c)^2 + (a+b)^2 = 20$ ，所以 $PD = 2\sqrt{5}$

23. 以 C 为原点建立直角坐标系，设 $AC=b$ ， $CB=a$ ，故 $D\left(\frac{2b}{3}, \frac{a}{3}\right)$ ， $E\left(\frac{b}{3}, \frac{2a}{3}\right)$ ，由 $CD^2 + CE^2 = 1$ ，故

$\frac{5}{9}(a^2 + b^2) = 1$ ， $a^2 + b^2 = \frac{9}{5}$ ，所以 $AB = \frac{3}{5}\sqrt{5}$ 。