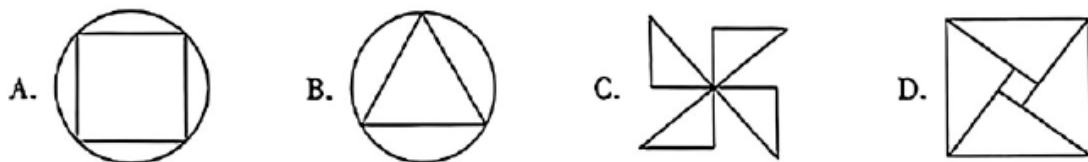


昆山市 2023~2024 学年第二学期初二数学期末试卷

2024.06 姓名: _____ 得分: _____

一、选择题:本大题共8小题, 每小题3分, 共24分.

1. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是()



2. 下列事件中, 属于必然事件的是()

- A. 打开电视机, 正在播放广告
B. 下雨天, 每个人都打着雨伞
C. 若 $x > y$, 则 $-2x > -2y$
D. 若实数 $a \neq 0$, 则 $|a| > 0$

3. 若分式 $\frac{a-3}{a+2}$ 的值为0, 则 a 的值为()

- A. 2
B. -2
C. 3
D. -3

4. 下列运算正确的是()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
B. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$
C. $\sqrt{(-3)^2} = -3$
D. $\sqrt{4} \div \sqrt{2} = 2$

5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$, 方程变形后正确的是()

- A. $(x+2)^2 = 3$
B. $(x-2)^2 = 4$
C. $(x-2)^2 = 3$
D. $(x-2)^2 = 5$

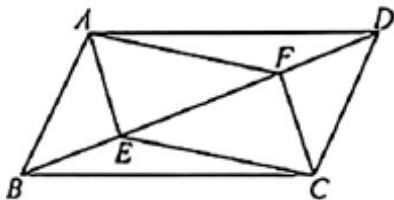
6. 一次函数 $y = kx + 2$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 图像上两点 $A(-1, m)$, $B(3, n)$, 且 $m > n$, 下列关于反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ 图像性质的说法中, 正确的是()

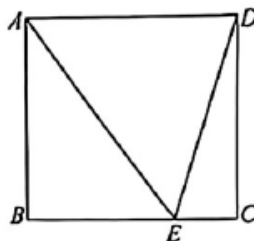
- A. 图像关于 y 轴对称
B. 图像在第一、第三象限
C. y 随 x 的增大而增大
D. 当 $x < 0$ 时, $y > 0$

7. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = BC$, 点 E, F 在对角线 BD 上, 连接 AE, AF, CE, CF , 则添加下列条件, 仍不能判断四边形 $AECF$ 是平行四边形的是()

- A. $BE = DF$
B. $\angle AEB = \angle CFD$
C. $AE = CF$
D. $AE \perp BD, CF \perp BD$



(7)



(8)

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE, DE , 且 EA 平分 $\angle BED$, 若 $\frac{AB}{BE} = \frac{4}{3}$, 则

$\triangle ADE$ 与 $\triangle ABE$ 的面积比为()

- A. $\frac{25}{32}$
B. $\frac{25}{18}$
C. $\frac{5}{3}$
D. $\frac{4}{3}$

二、填空题:本大题共8小题，每小题3分，共24分.

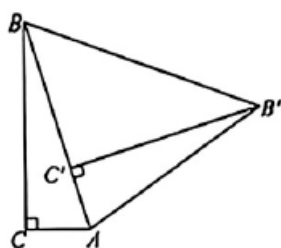
9.某校开展“保护视力，预防近视”活动，为了解八年级600名学生的视力状况，从中随机抽取了80名学生进行问卷调查，此次调查中，样本容量是_____.

10.若关于 x 的方程 $x^2+2x-m=0$ 的一个根是 $x=3$ ，则 m 的值为_____.

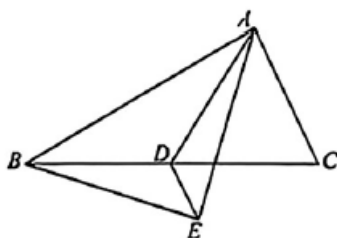
11.化简: $(x^2-xy) \div \frac{x-y}{x} =$ _____

12.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转一定角度得到 $\text{Rt}\triangle AB'C'$ ，此时点 C 的对应点 C' 恰好落在 AB 边上，连接 BB' ，若 $\angle BB'C'=35^\circ$ ，则 $\angle BAC=$ _____.

13.反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 图像与一次函数 $y=x-4$ 的图像交于点 (a, b) ，则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值为_____.



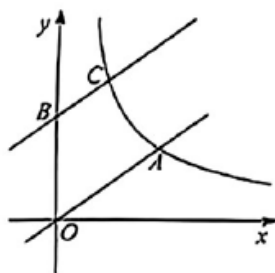
第 12 题图



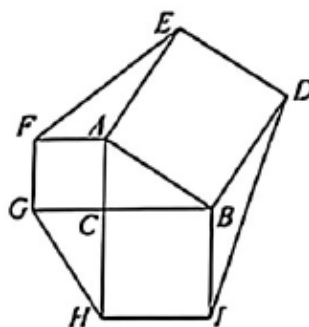
第 14 题图

14.如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 是 BC 边的中点, AE 平分 $\angle BAC$, $AE \perp BE$ 于点 E .若 $AB=14$, $AC=8$. 则 DE 的长为_____.

15.如图，点 $A(2, m)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x} (x>0)$ 的图像上，将直线 OA 向上平移2个单位长度后交 y 轴于点 B ，交反比例函数 $y=\frac{k}{x} (x>0)$ 的图像于点 C ，若 $AO=2BC$ ，则 k 的值等于_____.



(15)



(16)

16.如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，分别以 AB ， AC ， BC 为边长向外侧作正方形 $ABDE$ ，正方形 $ACCF$ ，正方形 $BCHI$ ，连接 EF ， GH ， DI 。若正方形 $AFCC$ 的面积为9，正方形 $BCHI$ 的面积为16，则六边形 $DEFGHI$ 的面积为_____.

三、解答题:本大题共11小题，共82分，

17.(4分)计算: $\sqrt{(-2)^2} - \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{6} + |1-\sqrt{2}|$

18.(本题共2小题，每小题4分，满分8分)

解方程:(1) $\frac{3x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x}$ (2) $(x-3)^2 = 2x-6$

19.(6分)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2mx+2m-1=0$.

(1)求证: m 取任意实数,该方程总有两个实数根;

(2)设该方程的两根分别为 x_1 、 x_2 ,且满足 $x_1+x_2=3x_1x_2$,求 m 的值.

20.(6分)某地一旅游风景区、有关收费信息公告如下:

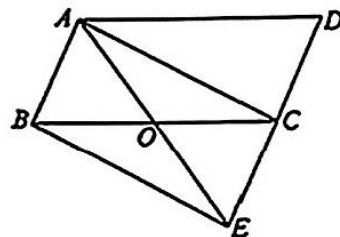
旅游人数	收费标准
不超过30人	人均收费80元
超过30人	每增加1人,人均收费降低1元,但人均收费不低于60元

某校八年级(1)班组织学生到该风景区开展研学活动,一共支付了2800元.则该班参加这次研学活动的学生有多少人?

21.(6分)

已知:如图,在 $\square ABCD$ 中,过点 B 作 $BE \parallel AC$,交 DC 的延长线于点 E ,连接 AE ,交 BC 于点 O ,且 $AE=AD$.

求证:四边形 $ABEC$ 是矩形.



(第21题)

22.(8分)如下图所示, 在 10×10 的正方形网格中, 每个小正方形的边长为1, 三角形均为格点三角形(即顶点均在格点上).

(1)如图1, $\triangle ABC$ 绕某一点按逆时针方向旋转一定角度得到 $\triangle A'B'C'$, 则点P, Q, M, N四个点中为旋转中心是点_____;

(2)如图2, 以点O为位似中心, 把 $\triangle ABC$ 按相似比2:1放大, 得到 $\triangle DEF$ (其中点A, B, C的对应点分别为点D, E, F).

① 在图2中画出 $\triangle DEF$;

② $\triangle DEF$ 的面积为_____.

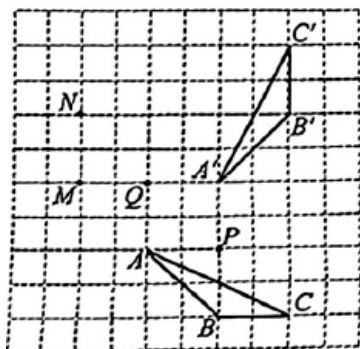


图1

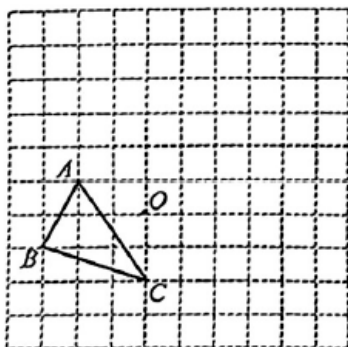


图2

(第22题)

23.(8分)某校积极开展“阳光体育”课外活动, 为了解八年级学生最喜欢的球类运动项目, 现从八年级随机抽取部分学生进行问卷调查, 每位同学从以下五个球类运动项目:A.乒乓球;B.羽毛球;C.排球;D.足球;E.篮球中选择一种最喜欢的项目(每人须选择一项, 且只能从中选一项), 并将调查结果绘制成如下两辆不完整的统计图表.

最喜欢的球类项目统计表1

项目	A	B	C	D	E
名称	乒乓球	羽毛球	排球	足球	篮球
人数	m	36	12	18	n

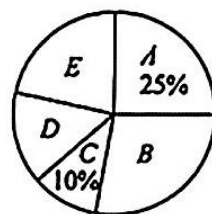
解答以下问题:

(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2)扇形统计图2中E.篮球运动项目的圆心角的度数为_____;

(3)如果该校八年级学生共800名, 试估计八年级学生中最喜欢B.羽毛球运动项目的人数.

最喜欢的球类项目扇形统计图2

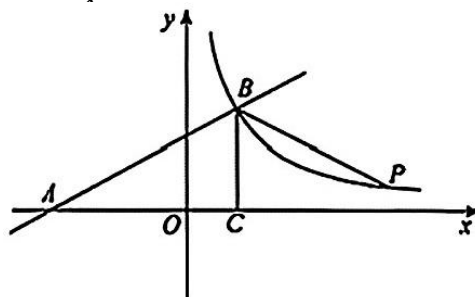


24.(8分)如图, 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 的图像与 x 轴交于点A, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像交于点

B(2, m), 过点B作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点C, 点P是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上的一点, 且 $\angle PBC = \angle ABC$.

(1)求反比例函数的表达式;

(2)求点P的坐标.

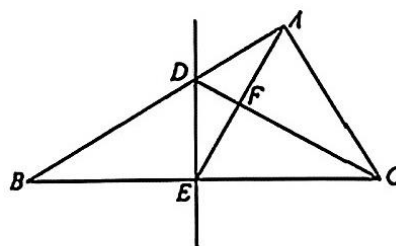


(第24题)

25.(8分)如图，在 $\triangle ABC$ 中，BC的垂直平分线分别交AB、BC于点D、E.连接CD，AE交于点F，且 $AC=AE$.

(1)求证： $\triangle ABC \sim \triangle FCE$;

(2)若 $BC=6$ ， $DE=2$ ，求 $\triangle FCE$ 的面积.



(第25题)

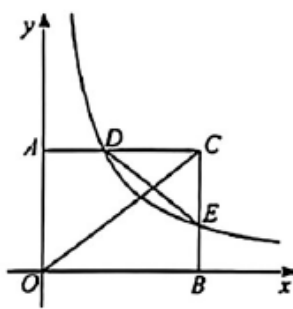
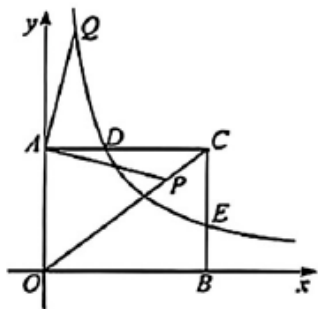
26.(10分)如图，在平面直角坐标系中，四边形OACB是矩形，顶点A在y轴上，顶点B在x轴上，顶点C的坐标为(8, 6)，双曲线 $y = \frac{18}{x} (x > 0)$ 分别交AC，BC于点D，E.

(1)点D的坐标为_____;

(2)若点P是对角线OC上一点.

① 连接AP，将线段AP绕点A逆时针旋转 90° 后得到线段AQ.若点Q恰好在双曲线 $y = \frac{18}{x} (x > 0)$ 上，求此时点P坐标;

② 连接DE，DP，若 $\angle DPC = \angle DEC$ ，请画出图形探究并求OP的长



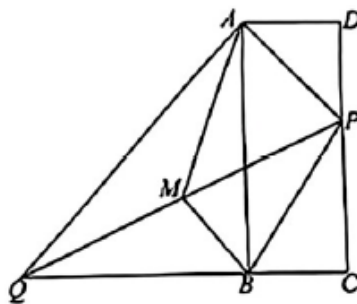
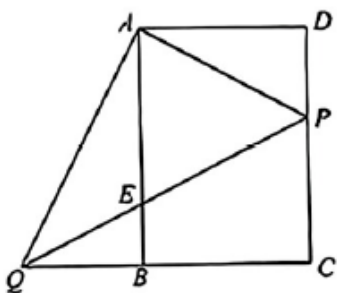
(第26题)

27.(10分)如图，四边形ABCD是矩形，点P为CD边上一动点(与点C，D不重合)，连接AP，过点A作AQ⊥AP交CB的延长线于点Q，连接PQ，交AB于点E.设AB=m、AD=n.

(1)当 $m=4$ ， $n=2$ 时.

- ① 若点P是CD中点时，求BQ的长;
- ② 若 $\triangle AEP$ 是等腰三角形，求PD的长;

(2)取PQ的中点M，连接AM，BM，BP，若在点P运动过程中存在某一位置，使得四边形AMBP是平行四边形，则 m ， n 之间的数量关系为_____.



(第27题)

2023 ~ 2024 学年第二学期阶段性学业水平阳光测评

初二数学

2024. 06

昆张常太四市期末

有一定难度

2. 下列事件中, 属于必然事件的是

A. 打开电视机, 正在播放广告

B. 下雨天, 每个人都打着雨伞

C. 若 $x > y$, 则 $-2x > -2y$ D. 若实数 $a \neq 0$, 则 $|a| > 0$ 3. 若分式 $\frac{a-3}{a+2}$ 的值为 0, 则 a 的值为

A. 2

B. -2

C. 3

D. -3

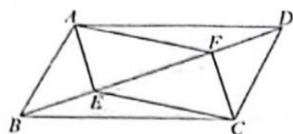
4. 下列运算正确的是

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ C. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ D. $\sqrt{4} \div \sqrt{2} = 2$ 5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$, 方程变形后正确的是A. $(x+2)^2 = 3$ B. $(x-2)^2 = 4$ C. $(x-2)^2 = 3$ D. $(x-2)^2 = 5$ 6. 一次函数 $y = kx + 2$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 图像上两点 $A(-1, m)$, $B(3, n)$, 且 $m > n$, 下列关于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像性质的说法中, 正确的是 $k < 0$ A. 图像关于 y 轴对称

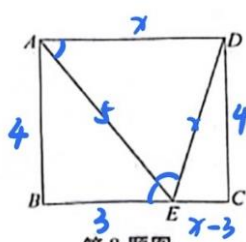
B. 图像在第一、第三象限

C. y 随 x 的增大而增大D. 当 $x < 0$ 时, $y > 0$ 7. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = BC$, 点 E, F 在对角线 BD 上, 连接 $AE, AF, CE,$ CF , 则添加下列条件, 仍不能判断四边形 $AECF$ 是平行四边形的是A. $BE = DF$ B. $\angle AEB = \angle CFD$ C. $AE = CF$ D. $AE \perp BD, CF \perp BD$

初二数学 第 1 页 (共 6 页)



第7题图



第8题图

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 + (x-3)^2 \\ x &= \frac{25}{6} \\ \frac{25}{6} \times \frac{1}{3} &= \frac{25}{18} \end{aligned}$$

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE, DE , 且 EA 平分 $\angle BED$, 若

$\frac{AB}{BE} = \frac{4}{3}$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABE$ 的面积比为

- A. $\frac{25}{32}$ B. $\frac{25}{18}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 请将答案填在答题卷相应的位置上.

9. 某校开展“保护视力, 预防近视”活动, 为了解八年级 600 名学生的视力状况, 从中随机抽

取了 80 名学生进行问卷调查, 此次调查中, 样本容量是 80

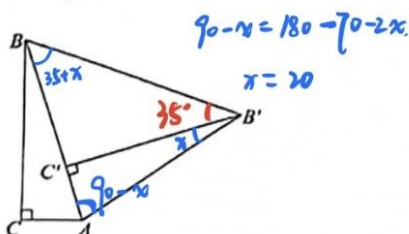
10. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 的一个根是 $x = 3$, 则 m 的值为 15

11. 化简: $(x^2 - xy) \div \frac{x-y}{x} = \underline{x^2}$

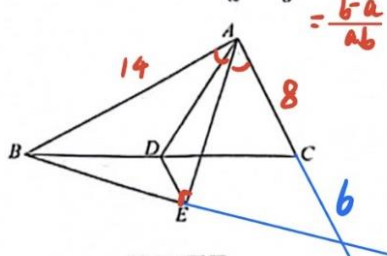
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转一定角度得到 $\text{Rt}\triangle AB'C'$,

此时点 C 的对应点 C' 恰好落在 AB 边上, 连接 BB' , 若 $\angle BB'C' = 35^\circ$, 则 $\angle BAC = \underline{70}$ $^\circ$.

13. 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图像与一次函数 $y = x - 4$ 的图像交于点 (a, b) , 则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为 $-\frac{2}{3}$



第12题图



第14题图

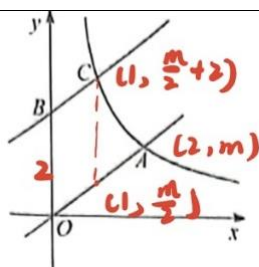
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 边的中点, AE 平分 $\angle BAC$, $AE \perp BE$ 于点 E . 若 $AB = 14, AC = 8$,

则 DE 的长为 3

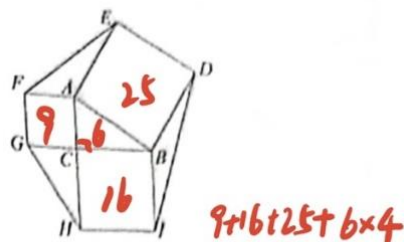
15. 如图, 点 $A(2, m)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, 将直线 OA 向上平移 2 个单位长度

后交 y 轴于点 B , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像于点 C , 若 $AO = 2BC$, 则 k 的值等

于 $\frac{8}{3}$ $2m = \frac{m}{2} + 2 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$



第15题图



第16题图

16. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 分别以 AB, AC, BC 为边长向外侧作正方形 $ABDE$, 正方形 $ACGF$, 正方形 $BCHI$, 连接 EF, GH, DI . 若正方形 $ACGF$ 的面积为 9, 正方形 $BCHI$ 的面积

16, 则六边形 $DEFGHI$ 的面积为 74.

三、解答题: 本大题共 11 小题, 共 82 分, 把解答过程写在答题卡相应的位置上. 解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明.

17. (本题满分 4 分)

$$\begin{aligned} \text{计算: } & \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{6} + |1 - \sqrt{2}| \\ &= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

18. (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

$$\begin{aligned} \text{解方程: (1) } & \frac{3x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x} \\ & 3x = x - 2 + 1 \\ & x = -\frac{1}{2} \\ & \text{检验: } \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } & (x-3)^2 = 2x-6 \\ & x^2 - 8x + 15 = 0 \\ & (x-3)(x-5) = 0 \\ & x_1 = 3, x_2 = 5 \end{aligned}$$

19. (本题满分 6 分)

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$.

(1) 求证: m 取任意实数, 该方程总有两个实数根;

(2) 设该方程的两根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1 + x_2 = 3x_1x_2$, 求 m 的值.

$$(1) \Delta = 4m^2 - 8m + 4 = 4(m-1)^2 \geq 0.$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x_1 + x_2 = 2m \\ & x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \\ & \Rightarrow 2m = 6m - 3 \Rightarrow m = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

20. (本题满分6分)

某地一旅游景区, 有关收费信息公告如下:

旅游人数	收费标准
不超过 30 人	人均收费 80 元
超过 30 人	每增加 1 人, 人均收费降低 1 元, 但人均收费不低于 60 元

该校八年级(1)班组织学生到该风景区开展研学活动, 一共支付了 2800 元. 则该班参加这次研学活动的学生有多少人?

$$x \text{ 人} \quad [80 - (x - 30)] \cdot x = 2800$$

$$(x - 55)^2 = 225$$

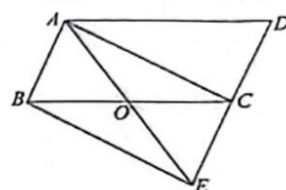
$$x_1 = 70 (\text{舍}) \quad x_2 = 40$$

21. (本题满分6分)

已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 过点 B 作 $BE \parallel AC$, 交 DC 的延长线于点 E , 连接 AE , 交 BC 于点 O , 且 $AE = AD$.

求证: 四边形 $ABEC$ 是矩形.

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ BE \parallel AC \end{array} \right\} \Rightarrow \square ABEC \\ & \left. \begin{array}{l} AE = AD = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \text{矩形} \end{aligned}$$



(第21题)

22. (本题满分8分)

如下图所示, 在 10×10 的正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 三角形均为格点三角形 (即顶点均在格点上).

(1) 如图 1, $\triangle ABC$ 绕某一点按逆时针方向旋转一定角度得到 $\triangle A'B'C'$, 则点 P, Q, M, N 四个点中为旋转中心是点 $\triangle Q$.

(2) 如图 2, 以点 O 为位似中心, 把 $\triangle ABC$ 按相似比 2:1 放大, 得到 $\triangle DEF$ (其中点 A, B, C 的对应点分别为点 D, E, F).

①在图 2 中画出 $\triangle DEF$; ② $\triangle DEF$ 的面积为 $\triangle 14$.

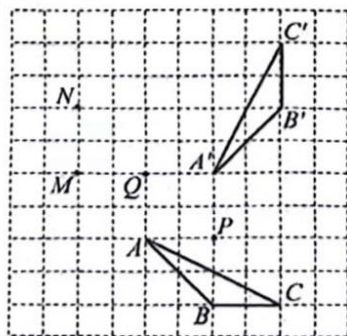


图 1

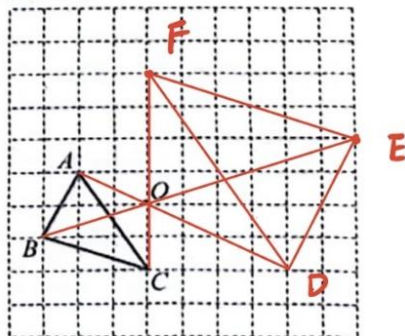


图 2

(第22题)

初二数学 第4页(共6页)

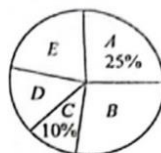
23. (本题满分 8 分)

某校积极开展“阳光体育”课外活动,为了解八年级学生最喜欢的球类运动项目,现从八年级随机抽取部分学生进行问卷调查,每位同学从以下五个球类运动项目:A. 乒乓球;B. 羽毛球;C. 排球;D. 足球;E. 篮球中选择一种最喜欢的项目(每人须选择一项,且只能从中选一项),并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图表.

最喜欢的球类项目统计表 1

项目	A	B	C	D	E
名称	乒乓球	羽毛球	排球	足球	篮球
人数	m	36	12	18	n

最喜欢的球类项目扇形统计图 2



解答以下问题:

(1) $m = 30, n = 24$

(2) 扇形统计图 2 中 E. 篮球运动项目的圆心角的度数为 72° ;

(3) 如果该校八年级学生共 800 名,试估计八年级学生中最喜欢 B. 羽毛球运动项目的人数.

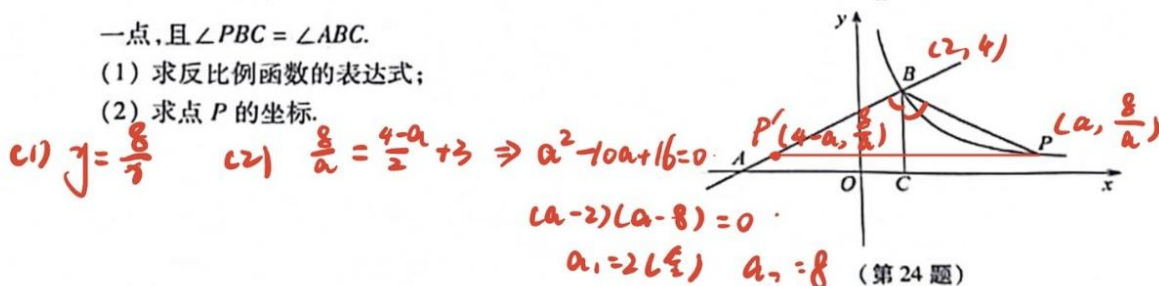
$$800 \times \frac{36}{120} = 240 \text{ (人)}$$

24. (本题满分 8 分)

如图,一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 的图像与 x 轴交于点 A,与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 B(2, m),过点 B 作 $BC \perp x$ 轴,垂足为点 C,点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上的一点,且 $\angle PBC = \angle ABC$.

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 求点 P 的坐标.

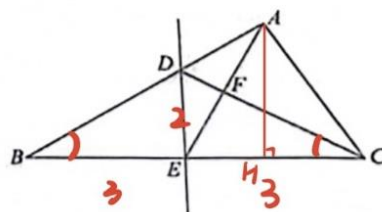


25. (本题满分 8 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中,BC 的垂直平分线分别交 AB、BC 于点 D、E. 连接 CD,AE 交于点 F,且 $AC = AE$.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle FCE$;

(2) 若 $BC = 6, DE = 2$,求 $\triangle FCE$ 的面积.



Handwritten proof for (1):
 $DB = DC \Rightarrow \angle B = \angle DCB$
 $AC = AE \Rightarrow \angle ACE = \angle AEC$
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle FCE$

Handwritten calculation for (2):
 $\frac{AH}{2} = \frac{3 + \frac{3}{2}}{3} \Rightarrow AH = 3$

Handwritten calculation for (2):
 $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \Rightarrow S_{\triangle FCE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{9}{4}$

26. (本题满分 10 分)

如图,在平面直角坐标系中,四边形 $OACB$ 是矩形,顶点 A 在 y 轴上,顶点 B 在 x 轴上,顶点

C 的坐标为 $(8, 6)$, 双曲线 $y = \frac{18}{x} (x > 0)$ 分别交 AC, BC 于点 D, E .

(1) 点 D 的坐标为 $\triangle (3, 6)$

(2) 若点 P 是对角线 OC 上一点.

① 连接 AP , 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到线段 AQ . 若点 Q 恰好在双曲线

$y = \frac{18}{x} (x > 0)$ 上, 求此时点 P 坐标;

② 连接 DE, DP , 若 $\angle DPC = \angle DEC$, 请画出图形探究并求 OP 的长.

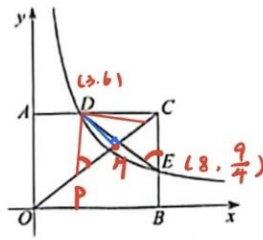
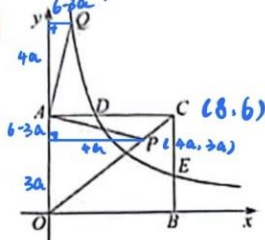
(2) ① $Q(6-3a, 4a+b)$

$(6-3a)(4a+b) = 18$

$a_1 = -1, a_2 = \frac{2}{3}$

$\therefore P(6, \frac{3}{2})$

② $E(8, \frac{9}{4})$



(第 26 题)

$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{4}{2} = \frac{CA}{OA} \Rightarrow \angle OCA = \angle CDE \Rightarrow CH = \frac{4}{5} CO = 4$
 $OH = \frac{3}{5} CO = 3 \Rightarrow PH = \frac{3}{4} OH = \frac{9}{4} \Rightarrow OP = \frac{15}{4} \text{ 或 } \frac{33}{4}$

27. (本题满分 10 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 P 为 CD 边上一动点 (与点 C, D 不重合), 连接 AP , 过点 A 作

$AQ \perp AP$ 交 CB 的延长线于点 Q , 连接 PQ , 交 AB 于点 E . 设 $AB = m, AD = n$.

(1) 当 $m=4, n=2$ 时.

① 若点 P 是 CD 中点时, 求 BQ 的长;

② 若 $\triangle AEP$ 是等腰三角形, 求 PD 的长;

(2) 取 PQ 的中点 M , 连接 AM, BM, BP , 若在点 P 运动过程中存在某一位置, 使得四边形

$AMBP$ 是平行四边形, 则 m, n 之间的数量关系为 $\triangle \frac{m}{n} = 3$.

(1) ① $\triangle ADP \sim \triangle ABQ$

$\Rightarrow BQ = 4$

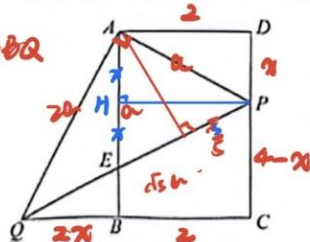
② $1^\circ EA = EP$

$2x = 2 \Rightarrow x = 1$

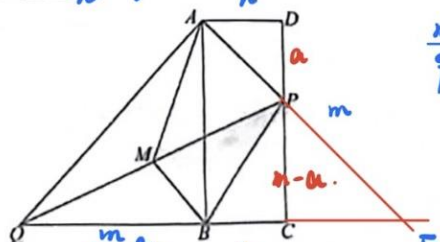
$2^\circ PA = PE$

$\frac{4-2x}{4-x} = \frac{2x}{2x+2}$

$x_1 = \sqrt{5} - 1, x_2 = \sqrt{5} + 1$



(第 27 题)



$\frac{m^2}{9} = n^2$

$3^\circ AE = AP$

$\frac{AE}{AP} = \frac{3}{5} = \frac{2x}{2x+2}$

$x = \frac{3}{2}$

$\frac{n}{m} = \frac{a}{2a} \Rightarrow a = \frac{m}{2}$

$\frac{CF}{n} = \frac{m-a}{a} \Rightarrow CF = \frac{mn-a^2}{a} \Rightarrow BF = \frac{mn}{a}$

$\frac{a}{m-a} = \frac{1}{2}$

$2a = m-a$
 $a = \frac{m}{2}$

$\frac{m}{n} a = \frac{mn}{a} \Rightarrow a^2 = n^2$

6
7

2023~2024 学年第二学期阶段性学业水平阳光测评

初二数学参考答案及评分标准

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	B	C	D	C	B

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. 80

10. 15

11. x^2

12. 70°

13. $-\frac{2}{3}$

14. 3

15. $\frac{8}{3}$

16. 74

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 82 分)

17. 解: 原式 $= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$ 3 分

$= 1$ 4 分

18. 解: (1) $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{1}{x-2}$ 1 分

$3x = x - 2 + 1$ 2 分

$2x = -1$.

$x = -\frac{1}{2}$ 3 分

经检验: $x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的解. 4 分

(2) $(x-3)^2 - 3(x-3) = 0$ 1 分

$(x-3)(x-3-2) = 0$ 2 分

$x-3=0$ 或 $x-5=0$ 3 分

$x=3$ 或 $x=5$ 4 分

19. (1) 证明: $\Delta = 4m^2 - 4(2m-1) = 4m^2 - 8m + 4$ 1 分

$= 4(m-1)^2$ 2 分

$\because (m-1)^2 \geq 0$,

$\therefore 4(m-1)^2 \geq 0$ 3 分

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ 总有两个实数根.

(2) 由根与系数关系, 得 $x_1 + x_2 = 2m$, $x_1 \cdot x_2 = 2m - 1$ 4 分

$$\because x_1 + x_2 = 3x_1x_2,$$

$$\therefore 2m = 3(2m - 1). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{解方程, 得 } m = \frac{3}{4}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } \frac{3}{4}.$$

20. 解: $\because 30 \times 80 = 2400 > 2800$,

$\therefore$ 学生人数超过 30 人.

设该班参加这次研学活动的学生有 x 人.

$$\text{根据题意, 得 } x[80 - (x - 30)] = 2800. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解方程, 得 } x = 70 \text{ 或 } x = 40. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x = 70 \text{ 时, } 80 - (x - 30) = 40 < 60,$$

$$\therefore x = 70 \text{ 不符题意, 舍去.} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{当 } x = 40 \text{ 时, } 80 - (x - 30) = 70, \text{ 符合题意.}$$

答: 该班参加这次研学活动的学生有 40 人. 6 分

21. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, AD = BC. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because BE \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABEC \text{ 为平行四边形.} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\because AE = AD, AD = BC,$$

$$\therefore AE = BC. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \square ABEC \text{ 是矩形.} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

22. 解: (1) 点 Q ; 2 分

(2) ①正确画出 $\triangle DEF$; 5 分

②14. 8 分

23. 解: (1) $m=30$, $n=24$; 4 分

(2) 72° ; 6 分

$$(3) 800 \times \frac{36}{120} = 240. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

答: 八年级学生中最喜欢 B.羽毛球运动项目的人数估计有 240 人.

24. 解: (1) 把 $B(2, m)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + 3$, 得 $m=4$ 1 分

$$\therefore B(2, 4). \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{把 } B(2, 4) \text{ 代入 } y = \frac{k}{x}, \text{ 得 } k=8.$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{8}{x}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 过 P 作 $PH \perp BC$, 垂足为 H . 延长 PH 交直线 AB 于点 Q4 分

$\because PH \perp BC$,

$\therefore \angle BHP = \angle BHQ = 90^\circ$.

在 $\triangle BHP$ 和 $\triangle BHQ$ 中

$$\begin{cases} \angle PBH = \angle QBH, \\ BH = BH, \\ \angle BHP = \angle BHQ, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BHP \cong \triangle BHQ$.

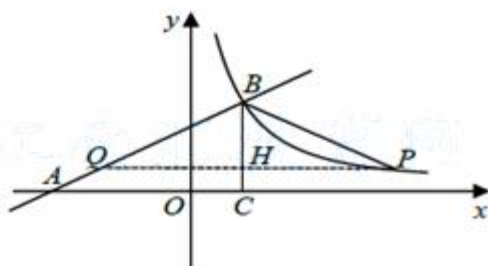
$\therefore PH = QH$5 分

设 $P(a, \frac{8}{a})$, 则 $Q(4-a, \frac{8}{a})$6 分

把 $Q(4-a, \frac{8}{a})$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + 3$, 得 $\frac{1}{2}(4-a) + 3 = \frac{8}{a}$7 分

解方程, 得 $a = 2$ (不符题意, 舍去) 或 $a = 8$8 分

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(8, 1)$.



25. (1) 证明: $\because DE$ 垂直平分 BC ,

$\therefore DB = DC$1 分

$\therefore \angle B = \angle DCB$.

$\because AC = AE$,

$\therefore \angle AEC = \angle ACE$2 分

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle FCE$3 分

(2) 解: 过点 A 作 $AG \perp BC$, 垂足为 G .

$\because DE$ 垂直平分 BC , $BC = 6$,

$\therefore BE = EC = 3$.

$\because AC = AE$, $AG \perp BC$,

$\therefore EG = \frac{1}{2}EC = \frac{3}{2}$.

$\therefore BG = \frac{9}{2}$4 分

$\because DE$ 垂直平分 BC , $AG \perp BC$

$\therefore \angle DEB = \angle AGB = 90^\circ$.

$\therefore DE \parallel AG$.

$$\therefore \frac{BE}{BG} = \frac{DE}{AG}.$$

$\therefore AG = 3$5 分

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AG = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$6 分

$\because \triangle ABC \sim \triangle FCE$,

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FCE}} = \left(\frac{BC}{CE}\right)^2 = \frac{1}{4}$7 分

$\therefore \triangle FCE$ 的面积为 $\frac{9}{4}$ 8 分

26. 解 (1) $D(3, 6)$; 2 分

(2) 由 $C(8, 6)$, 得直线 OC 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x$.

过 P 作 $PE \perp y$ 轴, 垂足为 E ; 过点 Q 作 $QF \perp y$ 轴, 垂足为 F .

设点 $P(a, \frac{3}{4}a)$, 则 $PE = a$, $EO = \frac{3}{4}a$ 3 分

$\therefore$ 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得到线段 AQ .

$\therefore PA = QA$, $\angle FAQ + \angle EAP = 90^\circ$.

$\therefore PE \perp y$ 轴,

$\therefore \angle APE + \angle EAP = 90^\circ$.

$\therefore \angle FAQ = \angle EPA$.

$\therefore PE \perp y$ 轴, $QF \perp y$ 轴,

$\therefore \angle AFQ = \angle PEA = 90^\circ$.

在 $\triangle AFQ$ 和 $\triangle PEA$ 中

$$\begin{cases} \angle AFQ = \angle PEA, \\ \angle FAQ = \angle EPA, \\ PA = QA, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFQ \cong \triangle PEA$.

$\therefore AF = PE = a$, $FQ = EA = 6 - \frac{3}{4}a$.

$\therefore Q(6 - \frac{3}{4}a, a + 6)$ 4 分

$\therefore$ 点 Q 恰好在双曲线 $y = \frac{18}{x}$ ($x > 0$) 上,

$\therefore (6 - \frac{3}{4}a)(a + 6) = 18$ 5 分

解方程, 得 $a = -4$ (不符题意, 舍去) 或 $a = 6$.

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(6, \frac{9}{2})$ 6 分

(3) 如图, 根据题意, 得 $DC = 5$, $EC = \frac{15}{4}$.

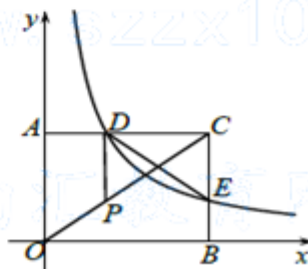
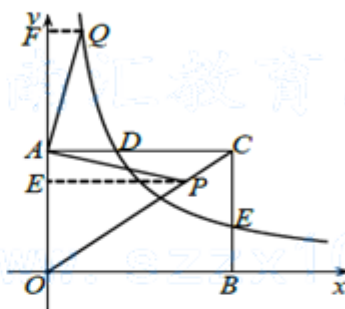
$$\therefore \frac{DC}{EC} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore \frac{AC}{AO} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{AC}{AO} = \frac{DC}{EC}.$$

$\therefore \angle OAC = \angle DCE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle OAC \sim \triangle ECD$ 7 分



$$\therefore \angle DEC = \angle COA.$$

$$\because \angle DPC = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle DPC = \angle COA.$$

$$\therefore DP \parallel AO. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CP}{CO}.$$

$$\because CD=5, CA=8, CO=10,$$

$$\therefore \frac{5}{8} = \frac{CP}{10}.$$

$$\text{解方程, 得 } CP = \frac{25}{4}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore OP = 10 - \frac{25}{4} = \frac{15}{4}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

27. 解: (1) ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle AQB = \angle D = 90^\circ.$$

$$\because AQ \perp AP,$$

$$\therefore \angle QAP = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle QAB = \angle PAD.$$

$$\therefore \triangle AQB \sim \triangle APD. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{BQ}{PD} = \frac{AB}{AD}.$$

$$\because PD=2, AB=4, AD=2,$$

$$\therefore BQ=4. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

② 设 $PD=x$.

1° 如图, 若 $PA=PE$.

过 P 作 $PH \perp AB$, 垂足为 H , 则四边形 $AHPD$ 为矩形.

$$\because PA=PE,$$

$$\therefore AH=HE=x.$$

$$\therefore BE=4-2x. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

由①, 得 $BQ=2x$.

$$\because PH \parallel BQ,$$

$$\therefore \frac{PH}{BQ} = \frac{HE}{BE}.$$

$$\therefore \frac{2}{2x} = \frac{x}{4-2x}.$$

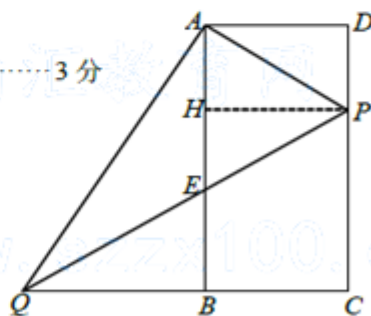
解方程, 得 $x = -1 + \sqrt{5}$, $x = -1 - \sqrt{5}$ (不符题意, 舍去). $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

2° 如图, 若 $AP=AE$, 则 $\angle AEP = \angle APE$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle AEP = \angle QPC.$$



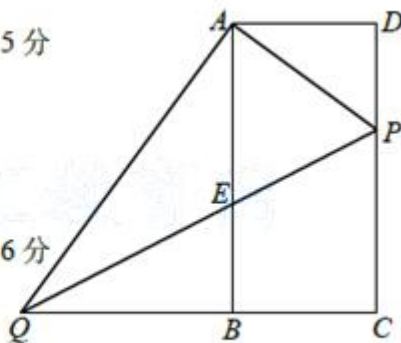
$$\therefore \angle APQ = \angle CPQ.$$

由 $\triangle APQ \cong \triangle CPQ$, 得 $AP = CP = 4 - x$ 5 分

在 $\text{Rt}\triangle ADP$ 中, $AD^2 + PD^2 = AP^2$.

$$\therefore 2^2 + x^2 = (4 - x)^2.$$

解方程, 得 $x = \frac{3}{2}$ 6 分



3° 如图, 若 $EA = EP$, 则 $\angle EAP = \angle EPA$.

$$\because AQ \perp AP,$$

$$\therefore \angle QAE = \angle AQP.$$

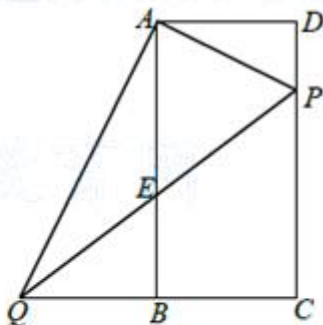
$$\therefore EA = EQ.$$

$$\therefore QE = EP. \text{ 7 分}$$

由 $\triangle QEB \sim \triangle QPC$, 得 $QB = BC$.

$$\therefore 2x = 2.$$

解方程, 得 $x = 1$ 8 分



综上所述: $PD = -1 + \sqrt{5}$, $PD = \frac{3}{2}$ 或 $PD = 1$.

(3) $m = 3n$ 10 分