昆山提招数学模拟卷（十二）及参考答案

一、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1．已知 $m=1+\sqrt{2}$，$n=1-\sqrt{2}$，则代数式 $\sqrt{m^2+n^2-3mn}$ 的值为（　　）

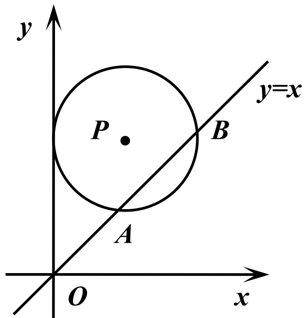
A. 9　　B. ±3　　C. 3　　D. 5

2．某校安排三辆车，组织九年级学生团员去敬老院参加学雷锋活动，其中小王与小菲都可以从这三辆车中任选一辆搭乘，则小王与小菲同车的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

3．如图，在平面直角坐标系中，⊙P 的圆心是（2，a）(a＞2)，半径为 2，函数 y=x 的图象被⊙P 的弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$，则 a 的值是（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. $2+2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$



(第 3 题)

4．已知函数 $y=\begin{cases}(x-1)^2-1(x\leqslant 3)\\(x-5)^2-1(x>3)\end{cases}$，则使 y=k 成立的 x 值恰好有三个，则 k 的值为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

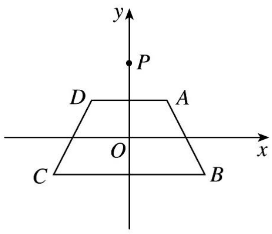
5．方程 $(x^2+x-1)^{x+3}=1$ 的所有整数解的个数是（　　）个

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5

6．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，等腰梯形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 A（1，1），B（2，－1），C（－2，－1），D（－1，1）．y 轴上一点 P（0，2）绕点 A 旋转 180°得点 P_1，点 P_1 绕点 B 旋转 180°得点 P_2，点 P_2 绕点 C 旋转 180°得点 P_3，点 P_3 绕点 D 旋转 180°得点 P_4，……，重复操作依次得到点 P_1，P_2，…，则点 P_{2010} 的坐标是（　　）.

（A）（2010，2）　　（B）（2010，-2）

（C）（2012，-2）　　（D）（0，2）



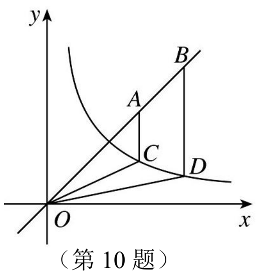
二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

7．当 x 分别等于 $\frac{1}{2005}$，$\frac{1}{2004}$，$\frac{1}{2003}$，$\frac{1}{2002}$，$\frac{1}{2001}$，$\frac{1}{2000}$，2000，2001，2002，2003，2004，2005 时，计算代数式 $\frac{x^2}{1+x^2}$ 的值，将所得的结果相加，其和等于__________.

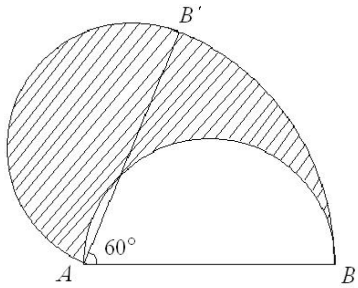
8．已知 $a=\sqrt{5}-1$，则 $2a^3+7a^2-2a-12$ 的值等于_____________.

9. △ABC 的三边长 a、b、c 满足 $b+c=8$，$bc=a^2-12a+52$，则△ABC 的周长等于________________.

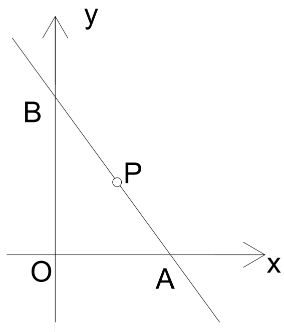
10．如图，点 A，B 为直线 $y=x$ 上的两点，过 A，B 两点分别作 y 轴的平行线交双曲线 $y=\frac{1}{x}$（$x>0$）于 C，D 两点．若 $BD=2AC$，则 $4OC^2-OD^2$ 的值为_.



（第 10 题）



（第 11 题）



（第 12 题）

11．如图，直径 AB 为 6 的半径，绕 A 点逆时针旋转 60°，此时点 B 到了点 B'，则图中阴影部分的面积是____________.

12．如图，一次函数的图象过点 P（2，3），交 x 轴的正半轴与 A，交 y 轴的正半轴与 B，则△AOB 面积的最小值是__________.

三、解答题（每小题 15 分，共 60 分）

13、在实数范围内，只存在一个正数是关于 x 的方程 $\frac{x^2+kx+3}{x-1}=3x+k$ 的解，求实数 k 的取值范围.

14．阅读下面的情境对话，然后解答问题

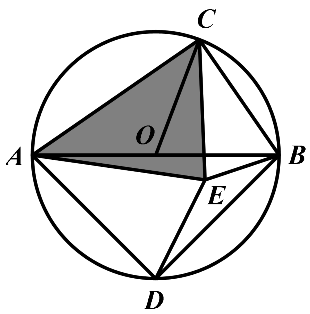
（1）根据“奇异三角形”的定义，请你判断小华提出的命题：“等边三角形一定是奇异三角形”是真命题还是假命题？

（2）在 RtΔABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AB=c$，$AC=b$，$BC=a$，且 $b>a$，若 RtΔABC 是奇异三角形，求 $a:b:c$；

（3）如图，AB 是⊙O 的直径，C 是上一点（不与点 A、B 重合），D 是半圆$\overset{\frown}{ABD}$的中点，CD 在直径 AB 的两侧，若在⊙O 内存在点 E 使得 $AE=AD$，$CB=CE$.

①求证：ΔACE 是奇异三角形；

②当ΔACE 是直角三角形时，求$\angle AOC$ 的度数.



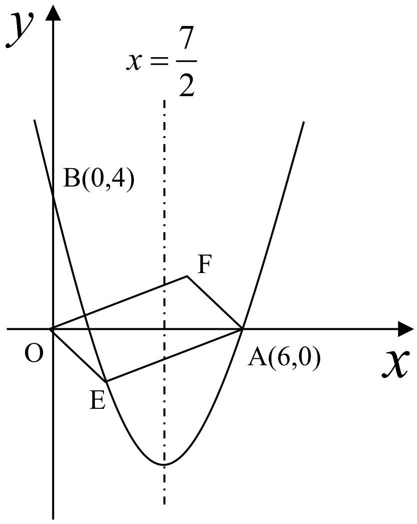
15.如图，对称轴为直线 $x=\dfrac{7}{2}$ 的抛物线经过点 A（6，0）和 B（0，4）.

（1）求抛物线解析式及顶点坐标；

（2）设点 E（ x ， y ）是抛物线上一动点，且位于第四象限，四边形 OEAF 是以 OA 为对角线的平行四边形．求平行四边形 OEAF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

①当平行四边形 OEAF 的面积为 24 时，请判断平行四边形 OEAF 是否为菱形？

②是否存在点 E，使平行四边形 OEAF 为正方形？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由．



16. 设 k 为正整数，证明：

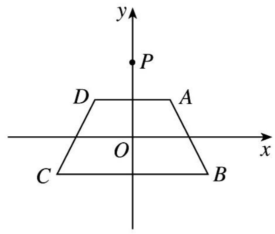
（1）、如果 k 是两个连续正整数的乘积，那么 $25k+6$ 也是两个连续正整数的乘积；

（2）、如果 $25k+6$ 是两个连续正整数的乘积，那么 k 也是两个连续正整数的乘积．

参考答案

一、选择题

1.C　2．A　3．B　4．D　5.C　6．B



6.解：由已知可以得到，点 P_1， P_2 的坐标分别为（2，0），（2， -2 ）.

记 $P_2(a_2,b_2)$，其中 $a_2=2,\ b_2=-2$.

根据对称关系，依次可以求得：

$P_3(-4-a_2,\ -2-b_2)$， $P_4(2+a_2,4+b_2)$， $P_5(-a_2,-2-b_2)$， $P_6(4+a_2,b_2)$.

令 $P_6(a_6,b_2)$，同样可以求得，点 P_{10} 的坐标为（ $4+a_6,b_2$ ），即 P_{10} （ $4\times2+a_2,b_2$ ），

由于 2010=4×502+2，所以点 P_{2010} 的坐标为（2010， -2 ）.

二、填空题

7．6　8.0　9．12　10．6.　11．6π　12．12

12．解：设一次函数解析式为 $y=kx+b$ ，则 $3=2k+b$ ，得 $b=3-2k$ ，令 $y=0$ 得 $x=-\frac{b}{k}$，则 OA＝$-\frac{b}{k}$.

令 $x=0$ 得 $y=b$，则 OA＝b .

$$\begin{aligned}S_{\Delta AOB}&=\frac{1}{2}\times(-\frac{b}{k})\times b\\&=\frac{1}{2}\times\frac{(3-2k)^2}{-k}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{4k^2-12k+9}{-k}\\&=\frac{1}{2}\times[(2\sqrt{-k}-\frac{3}{\sqrt{-k}})^2+24]\\&\geq 12.\end{aligned}$$

所以，三角形 AOB 面积的最小值为12.

三、解答题

13、原方程可化为 $2x^2-3x-(k+3)=0$，①

（1）当△＝0 时，$k=-\frac{33}{8}$， $x_1=x_2=\frac{3}{4}$ 满足条件；

（2）若 $x=1$ 是方程①的根，得 $2\times1^2-3\times1-(k+3)=0$， $k=-4$． 此时方程①的另一个根为 $\frac{1}{2}$，故原方程也只有一根 $x=\frac{1}{2}$；

（3）当方程①有异号实根时， $x_1x_2=\frac{-k+3}{2}<0$，得 $k>-3$，此时原方程也只有一个正实数根；

（4）当方程①有一个根为 0 时，$k=-3$，另一个根为 $x=\frac{3}{2}$，此时原方程也只有一个正实根。

综上所述，满足条件的 k 的取值范围是 $k=-\frac{33}{8}$ 或 $k=-4$ 或 $k\ge -3$.

14. 解：（1）真命题

（2）在 RtΔABC 中 $a^2+b^2=c^2$，

∵$c>b>a>0$

∴$2c^2>a^2+b^2$，$2a^2<c^2+b^2$

∴若 RtΔABC 是奇异三角形，一定有 $2b^2=c^2+a^2$

∴$2b^2=a^2+(a^2+b^2)$

∴$b^2=2a^2$ 得：$b=\sqrt{2}a$

∵$c^2=b^2+a^2=3a^2$

∴$c=\sqrt{3}a$

∴$a:b:c=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

(3)①∵AB 是⊙O 的直径 ACBADB＝90°

在 RtΔABC 中，$AC^2+BC^2=AB^2$

在 RtΔADB 中，$AD^2+BD^2=AB^2$

∵点 D 是半圆$\overset{\frown}{ABD}$的中点

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$

∴$AD=BD$

∴$AB^2=AD^2+BD^2=2AD^2$

∴$AC^2+CB^2=2AD^2$

又∵CB＝CE，AE＝AD[来源:21 世纪教育网]

∴$AC^2=CE^2=2AE^2$

∴ΔACE 是奇异三角形

②由①可得ΔACE 是奇异三角形

∴$AC^2=CE^2=2AE^2$

当ΔACE 是直角三角形时

由（2）可得 $AC:AE:CE=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$或 $AC:AE:CE=\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$

（Ⅰ）当 $AC:AE:CE=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$时

$AC:CE=1:\sqrt{3}$即 $AC:CB=1:\sqrt{3}$

∵$\angle ACB=90°$

∴$\angle ABC=30°$

∴$\angle AOC=2\angle ABC=60°$

(Ⅱ)当 $AC:AE:CE=\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$ 时

$AC:CE=\sqrt{3}:1$ 即 $AC:CB=\sqrt{3}:1$

∵$\angle ACB=90°$

∴$\angle ABC=60°$

∴$\angle AOC=2\angle ABC=120°$

∴$\angle AOC=2\angle ABC=120°$

∴$\angle AOC$ 的度数为 60° 或 120°

15．解：（1）由抛物线的对称轴是 $x=\frac{7}{2}$，可设解析式为 $y=a(x-\frac{7}{2})^2+k$．

把 A、B 两点坐标代入上式，得

$$\begin{cases} a(6-\frac{7}{2})^2+k=0, \\ a(0-\frac{7}{2})^2+k=4. \end{cases}$$ 解之，得 $a=\frac{2}{3},k=-\frac{25}{6}.$

故抛物线解析式为 $y=\frac{2}{3}(x-\frac{7}{2})^2-\frac{25}{6}$，顶点为 $(\frac{7}{2},-\frac{25}{6})$.

（2）∵点 $E(x,y)$ 在抛物线上，位于第四象限，且坐标适合

$$y=\frac{2}{3}(x-\frac{7}{2})^2-\frac{25}{6},$$

∴y<0，即 －y>0, －y 表示点 E 到 OA 的距离．

∵OA 是▱$OEAF$ 的对角线，

$$\therefore S=2S_{\triangle OAE}=2\times\frac{1}{2}\times OA\cdot|y|=-6y=-4(-\frac{7}{2})^2+25 .$$

因为抛物线与 x 轴的两个交点是（1，0）的（6，0），所以，自变量 x 的取值范围是 1＜x＜6.

① 根据题意，当 S ＝ 24 时，即 $-4(x-\frac{7}{2})^2+25=24$．

化简，得 $(x-\frac{7}{2})^2=\frac{1}{4}.$ 解之，得 $x_1=3,x_2=4.$

故所求的点 E 有两个，分别为 E_1（3，－4），E_2（4，－4）.

点 E_1（3，－4）满足 OE ＝ AE，所以▱$OEAF$ 是菱形；

点 E_2（4，－4）不满足 OE ＝ AE，所以▱$OEAF$ 不是菱形

16. **证明**：（1）、如果 k 是两个连续正整数的乘积，设 $k=n(n+1)$，其中 n 为正整数，

则 $25k+6=25n(n+1)+6=25n^2+25n+6=(5n+2)(5n+3)$ 为两个连续正整数的乘积；5 分

（2）、如果 $25k+6$ 是两个连续正整数的乘积，设 $25k+6=m(m+1)$，其中 m 为正整数，则

$100k+25=4m^2+4m+1=(2m+1)^2$ ⋯ ①

于是，$2m+1$ 是 5 的倍数，且 $\frac{2m+1}{5}$ 是奇数；设 $\frac{2m+1}{5}=2n+1$，由①得，

$4k+1=\left(\frac{2m+1}{5}\right)^2=(2n+1)^2$ ⋯ ②

因此 $4k=(2n+1)^2-1=2n\cdot(2n+2)$，即 $k=n(n+1)$，它是两个连续正整数的乘积. 15 分