

## 八年级上学期数学竞赛试卷

### 一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 在  $\frac{22}{7}, \sqrt{8}, -3.1416, \pi, \sqrt{25}, 0.61161116\cdots, \sqrt[3]{9}$  中无理数有 ( )

- A、2 个                      B、3 个                      C、4 个                      D、5 个

2. 下列说法不正确的是 ( )

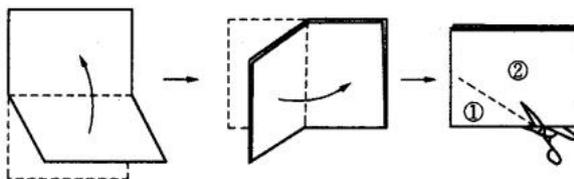
- A、 $\frac{1}{25}$  的平方根是  $\pm\frac{1}{5}$ ；                      B、0.2 的算术平方根是 0.02；  
C、-9 是 81 的一个平方根；                      D、 $\sqrt[3]{-27} = -3$

3. 已知矩形 ABCD 中，AB=3，BC=4，将矩形折叠，使点 C 与点 A 重合，则折痕 EF 的长为 ( )

- A、 $\frac{12}{5}$                       B、 $\frac{24}{5}$                       C、 $\frac{20}{3}$                       D、 $\frac{15}{4}$

4. 将一张矩形纸对折再对折（如图），然后沿着图中的虚线剪下，得到①、②两部分，将①展开后得到的平面图形是 ( )

- A、矩形    B、三角形  
C、梯形    D、菱形



5. 函数  $y = -2x - 5$  的图象不经过

- A、第一象限                      B、第二象限                      C、第三象限                      D、第四象限

6. 若点 P (a,b) 在第二象限，则点 Q(a-1, -b) 关于 y 轴对称点 ( )

- A、第一象限                      B、第二象限                      C、第三象限                      D、第四象限

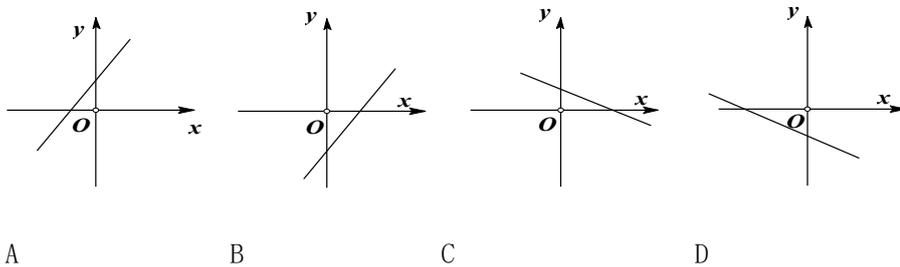
7. 若  $2a^{3x}b^{y+5}$  与  $5a^{2-4y}b^{2x}$  是同类项，则 ( )

- A、 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$                       B、 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1 \end{cases}$                       C、 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 2 \end{cases}$                       D、 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1 \end{cases}$

8. 下列各组条件中，能判定四边形 ABCD 为矩形的是 ( )

- A、 $\angle A + \angle B = 90^\circ$                       B、 $AB \parallel CD, AB = CD, AC = BD$   
C、 $AB \parallel CD, AD = BC, AC = BD$                       D、 $AC = BD, \angle A = 90^\circ$

9. 已知正比例函数  $y = kx$  ( $k \neq 0$ ) 的函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小, 则一次函数  $y = x + k$  的图象大致是 ( ).

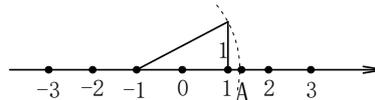


10. 已知实数  $x$ 、 $y$  满足  $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 9 = 0$ , 则  $\sqrt[3]{18y} =$  \_\_\_\_\_。  
 A、3                      B、-3                      C、-2                      D、2

**二. 填空题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 请把你认为正确的答案写在横线上)**

11. 分解因式:  $x^2 - 2x - 2y^2 + 4y - xy =$  \_\_\_\_\_.

12. 计算:  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}} =$  \_\_\_\_\_.



13. 已知  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1 \end{cases}$  方程  $2x - ay = 5$  的一个解, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 如图所示: 数轴上点 A 所表示的数为  $a$ , 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.

15. 一个正数的两个平方根分别是  $2m - 1$  和  $4 - 3m$ , 则这个正数是 \_\_\_\_\_.

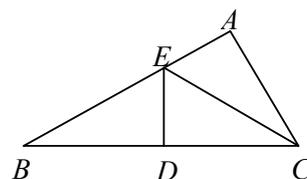
16. 若点 A (-2, 3) 先向右平移 3 个单位, 在向下平移 1 个单位, 得到的点的坐标为 \_\_\_\_\_.

17. 正方形切去一角后, 所得多边形的内角和为 \_\_\_\_\_.

18. 将平面直角坐标系内某个图形各个点的横坐标不变, 纵坐标都乘以  $-1$ , 所得图形与原图形关于 \_\_\_\_\_ 对称。

19. 已知  $x$  为实数, 且  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ , 则  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  的值是 \_\_\_\_\_。

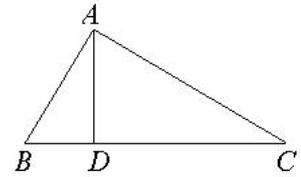
20. 如图 4, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = 2$ ,  $BC = 4$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  折叠, 使点  $B$  和点  $C$  重合, 折痕为  $DE$ , 则  $\triangle AEC$  的面积是 \_\_\_\_\_。



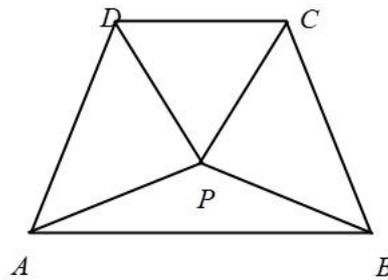
**三. 解答题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)**

21. 计算:  $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{2} - 1)^0 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

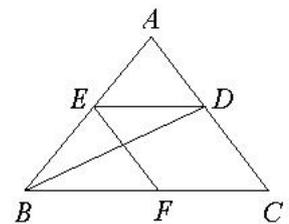
22. 如图， $\triangle ABC$  中， $D$  是  $BC$  上的一点，若  $AB=10$ ， $BD=6$ ， $AD=8$ ， $AC=17$ ，求  $\triangle ABC$  的面积。



23. 如图，在等腰梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $P$  是梯形内一点，且  $PC=PD$ 。试说明： $PA=PB$ 。

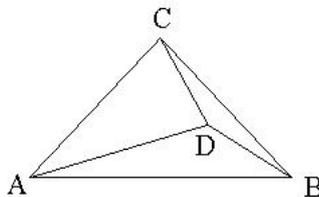


24. 如图，已知  $\triangle ABC$  中， $BD$  是  $\angle ABC$  的平分线， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AC$ ，则  $BE=FC$  吗？为什么？



## 四、解答题。（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

25、如图， $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $AC=BC=AD$ 。求证： $BD=CD$ 。



26. 我市某镇组织 20 辆汽车装运完 A、B、C 三种脐橙共 100 吨到外地销售。按计划，20 辆汽车都要装运，每辆汽车只能装运同一种脐橙，且必须装满。根据下表提供的信息，解答以下问题：

脐橙品种	A	B	C
每辆汽车运载量（吨）	6	5	4
每吨脐橙获得（百元）	12	16	10

- （1）设装运 A 种脐橙的车辆数为  $x$ ，装运 B 种脐橙的车辆数为  $y$ ，求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
- （2）如果装运每种脐橙的车辆数都不少于 4 辆，那么车辆的安排方案有几种？并写出每种安排方案；
- （3）若要使此次销售获利最大，应采用哪种安排方案？并求出最大利润的值。

## 参考答案

一、选择题。

CBDDA DBBBA

二、填空题。

11、 $(X-2Y)(X+Y-2)$  12、-1 13、-1 14、 $\sqrt{5}-1$  15、25 16、(1, 2)

17、 $180^\circ$  或  $360^\circ$  或  $540^\circ$  18、x轴 19、 $\pm 2\sqrt{5}$  20、 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

21、解：原式 $=3-1+1-9=-6$

22、解： $\because BD^2 + AD^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2 = AB^2$

$\therefore \triangle ABD$  是直角三角形

$\therefore AD \perp BC$

在  $Rt\triangle ACD$  中， $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} (BD + CD) \cdot AD = \frac{1}{2} \times 21 \times 8 = 84$

因此  $\triangle ABC$  的面积为 84。

23、解： $\because$  四边形  $ABCD$  是等腰梯形，

$\therefore \angle ADC = \angle BCD, AD = BC$ 。

$\therefore \angle PDC = \angle PCD$

$\therefore \angle ADC - \angle PDC = \angle BCD - \angle PCD$

即  $\angle ADP = \angle BCP$

$\therefore \triangle ADP \cong \triangle BCP$  (SAS)

$\therefore PA = PB$

24、解： $BE = FC$ 。理由如下：

$\because DE \parallel BC, EF \parallel AC,$

$\therefore$  四边形  $CDEF$  是平行四边形。

$\therefore ED = FC$ 。

$\because BD$  是  $\angle ABC$  的平分线，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ 。

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle EDB. \quad \therefore BE = ED. \quad \therefore BE = FC.$$

25.

如图，过 C 作  $CE \perp AD$  于 E，过 D 作  $DE \perp BC$  于 F。

$$\because \angle CAD = 30^\circ, \therefore \angle ACE = 60^\circ, \text{ 且 } CE = \frac{1}{2} AC,$$

$$\because AC = AD, \angle CAD = 30^\circ, \therefore \angle ACD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = 90^\circ - \angle ACD = 15^\circ, \angle ECD = \angle ACD - \angle ACE = 15^\circ$$

$$\therefore \triangle CED \cong \triangle CFD,$$

$$\therefore CF = CE = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BC, \therefore CF = BF.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle BDF,$$

$$\therefore BD = CD.$$

证法二：

如图，作正方形 AEBC，连结 ED。

$$\because \angle BAD = 45^\circ - \angle CAD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle EAB + \angle BAD = 60^\circ,$$

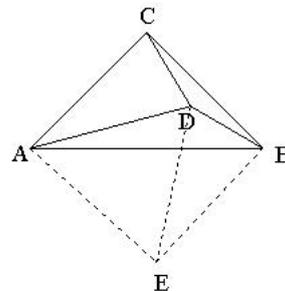
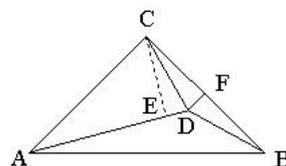
又  $AD = AC = AE$ ,

$\therefore \triangle ADE$  是等边三角形，

$$\therefore ED = AD = AC = EB,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ - \angle AED = 30^\circ$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EBD, \therefore CD = BD$$



26、解：（1）根据题意，装运 A 种脐橙的车辆数为  $x$ ，装运 B 种脐橙的车辆数为  $y$ ，那么装运 C 种脐橙的车辆数为  $(20 - x - y)$ ，则有：

$$6x + 5y + 4(20 - x - y) = 100 \quad \text{整理得：} \quad y = -2x + 20$$

（2）由（1）知，装运 A、B、C 三种脐橙的车辆数分别为  $x$ 、 $-2x + 20$ 、 $x$ ，由题意得：

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ -2x + 20 \geq 4 \end{cases}, \text{ 解得：} 4 \leq x \leq 8, \text{ 因为 } x \text{ 为整数，所以 } x \text{ 的值为 } 4, 5, 6, 7, 8, \text{ 所以安排方案共有 } 5 \text{ 种。}$$

方案一：装运 A 种脐橙 4 车，B 种脐橙 12 车，C 种脐橙 4 车；

方案二：装运 A 种脐橙 5 车，B 种脐橙 10 车，C 种脐橙 5 车；

方案三：装运 A 种脐橙 6 车，B 种脐橙 8 车，C 种脐橙 6 车；

方案四：装运 A 种脐橙 7 车，B 种脐橙 6 车，C 种脐橙 7 车；

方案五：装运 A 种脐橙 8 车，B 种脐橙 4 车，C 种脐橙 8 车；

(3) 设利润为  $W$  (百元) 则：

$$W = 6x \times 12 + 5(-2x + 20) \times 16 + 4x \times 10 = -48x + 1600$$

$\because k = -48 < 0 \quad \therefore W$  的值随  $x$  的增大而减小

要使利润  $W$  最大，则  $x = 4$ ，故选方案一

$$W_{\text{最大}} = -48 \times 4 + 1600 = 1408 \text{ (百元)} = 14.08 \text{ (万元)}$$

答：当装运 A 种脐橙 4 车，B 种脐橙 12 车，C 种脐橙 4 车时，获利最大，最大利润为 14.08 万元。