

昆山提招模拟卷 17 答案与解析

1. B

【详解】不妨设正方形的面积为 1. 容易知道, 以五个点 A 、 B 、 C 、 D 、 O 为顶点所构成的三角形都是等腰直角三角形, 它们可以分为两类:

(1) 等腰直角三角形的直角顶点为正方形 $ABCD$ 的四个顶点之一, 这样的三角形有 4 个, 它们的面积都为 $\frac{1}{2}$;

(2) 等腰直角三角形的直角顶点为正方形 $ABCD$ 的中心 O , 这样的三角形也有 4 个, 它们的面积都为 $\frac{1}{4}$. 所以以五个点 A 、 B 、 C 、 D 、 O 为顶点可以构成 $4+4=8$ 个三角形, 从中任意取出两个, 共有 28 种取法.

要使取出的两个三角形的面积相等, 则只能都取自第 (1) 类或都取自第 (2) 类, 不同的取法有 12 种.

因此, 所求的概率为 $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$.

2. D

【分析】列举出所有情况, 看所求的情况占总情况的多少即可.

【详解】解: 当 $2a-b=0$ 时, 方程组无解;

当 $2a-b \neq 0$ 时, 由 a 、 b 的实际意义为 1, 2, 3, 4, 5, 6 易知 a , b 都为大于 0 的整数,

则两式联合求解可得 $x = \frac{6-2b}{2a-b}$, $y = \frac{2a-3}{2a-b}$,

\therefore 使 x 、 y 都大于 0 则有 $\frac{6-2b}{2a-b} > 0$, $\frac{2a-3}{2a-b} > 0$,

解得 $a < 1.5$, $b > 3$ 或者 $a > 1.5$, $b < 3$, 而 a , b 都为 1 到 6 的整数,

所以可知当 a 为 1 时 b 只能是 4, 5, 6; 或者 a 为 2, 3, 4, 5, 6 时 b 为 1 或 2,

这两种情况的总出现可能有 $3+10=13$ 种;

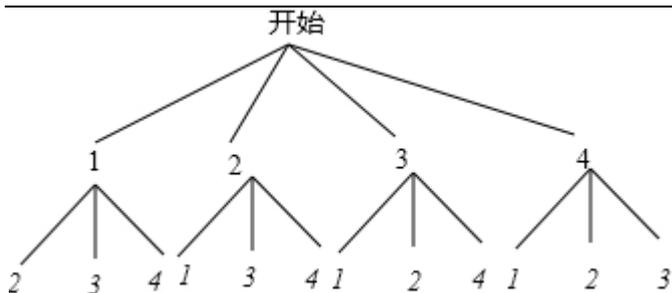
又掷两次骰子出现的基本事件共 $6 \times 6 = 36$ 种情况, 故所求概率 $\frac{13}{36}$,

故选 D.

【点睛】难点是: 当方程组相同未知数的系数之比相等, 但与常数项之比不相等时, 方程组无解, 关键是得到使方程组为正整数的解的个数. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

3. A

【详解】试题分析: 设分成的四张纸片中, 1 和 2 为一张; 3 和 4 为一张; 如图:



那么共有 12 种情况，正好能拼成的占 4 种，概率是 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

故选 A。

考点：概率的求法。

4. C

【分析】分只存在两个人收到对方的信和有两组两个人收到对方的信两种情况分别计算出概率然后加起来即可。

【详解】解：分两种情况，当只存在两个人收到对方的信的情况有：甲乙、甲丙、甲丁、乙丙、乙丁、丙丁共计六种，以其中甲乙情况为例：甲写给乙的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙写给甲的概率为 $\frac{1}{3}$ ，在这种情况下，又分两种情形，一种是丙写给丁的概率为 $\frac{1}{3}$ ，那么丁不写给丙概率为 $\frac{2}{3}$ ，另一种是丙不写给丁的概率为 $\frac{2}{3}$ ，那么甲乙的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{81}$ ，所以当只存在两个人收到对方的信的情况概率为：
 $\frac{8}{81} \times 6 = \frac{16}{27}$ ；

当存在两组两个人收到对方的信的情况有：甲乙和丙丁、甲丙和乙丁、甲丁和乙丙共计三种，以甲乙和丙丁情况为例，甲写给乙的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙写给甲的概率为 $\frac{1}{3}$ ，丙写给丁的概率为 $\frac{1}{3}$ ，丁写给丙的概率为 $\frac{1}{3}$ ，那么甲乙和丙丁的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$ ，所以存在两组两个人收到对方的信的情况概率为 $\frac{1}{81} \times 3 = \frac{1}{27}$ ；则存在两个人收到对方的信的概率为 $\frac{16}{27} + \frac{1}{27} = \frac{17}{27}$ ，

故选 C。

【点睛】本题考查了概率的计算，分情况讨论计算概率是解题关键。

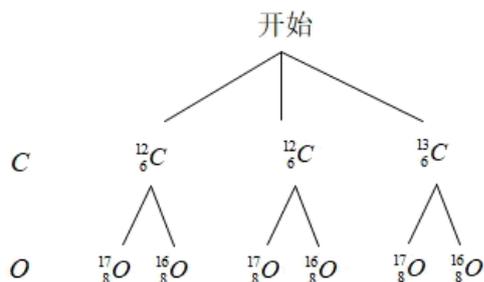
5. B

【分析】根据反应的化学方程式，画树状图展示所有 6 种等可能的结果数，找出反应生成 ${}^{12}_6\text{C}{}^{16}_8\text{O}$ 的结果数，然后根据概率公式求解。

【详解】解：反应的化学方程式为 $2\text{C} + \text{O}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} 2\text{CO}$ ，

${}^{12}_6\text{C}$ 与 ${}^{13}_6\text{C}$ 的原子个数比为 2:1， ${}^{16}_8\text{O}$ 与 $x = \frac{d}{5}$ 的原子个数比为 1:1，

反应后生成的 ${}^12_6\text{C}^{16}_8\text{O}$ 中 ${}^{12}_6\text{C}$ 来自于反应物 C ，而 ${}^{16}_8\text{O}$ 来自于反应物 O ，



共有 6 种等可能的结果数，其中反应生成 ${}^12_6\text{C}^{16}_8\text{O}$ 的结果数为 2，

\therefore 反应生成 ${}^12_6\text{C}^{16}_8\text{O}$ 的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

6. $\frac{1003}{2005}$

【详解】解 获胜的关键，要看裁判擦去的是奇数还是偶数，注意到 2, 3, 4, ..., 2006 中有 1003 个偶数，1002 个奇数.

(1) 若裁判擦去的是奇数，则乙一定获胜.

乙不管甲擦去什么数，只要有奇数，乙就擦去奇数（没有奇数时才擦去偶数）这样最后两个数一定都是偶数，它们不互素，故乙胜.

(2) 若裁判擦去的是偶数 $2m(m \in \mathbf{N}_+)$ ，则所剩的 2004 个数可配成 1002 对，每对中两个数互补：

$(2,3), (4,5), \dots, (2m-2, 2m-1), (2m+1, 2m+2), \dots, (2005, 2006)$

这样不管乙擦去哪个数，甲都擦去所配对中另一个数，最后剩下的两数必然是配成一对的两个数，它们互补，故甲胜.

所以，甲获胜的概率为 $\frac{1003}{2005}$.

7. (1) 9 (2) $\frac{4}{9}$

【分析】(1) 直接利用表格列举即可解答；

(2) 利用 (1) 中的表格求出点 A 落在第三象限共有两种情况，再除以点 A 的所有情况即可.

【详解】解：(1) 如下表，

	- 7	- 1	3
- 2	(- 7, - 2)	(- 1, - 2)	(3, - 2)
1	(- 7, 1)	(- 1, 1)	(3, 1)
6	(- 7, 6)	(- 1, 6)	(3, 6)

点 A (x, y) 共 9 种情况:

(2) ∵ 点 A 落在第三象限共有 (- 7, - 2) (- 1, - 2) 两种情况,

∴ 点 A 落在第三象限的概率是 $\frac{2}{9}$.

【点评】此题主要考查利用列表法求概率, 关键是列举出事件发生的所有情况, 并通过概率公式进行计算, 属于基础题.

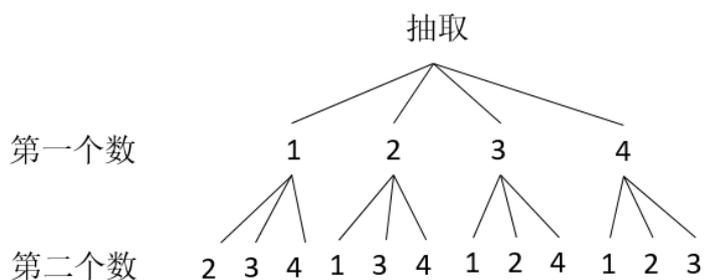
8. (1) $\frac{1}{3}$

(2) 这不是个公平的游戏, 理由见解析

【分析】(1) 结合题意, 根据树状图法求概率的性质计算, 即可得到答案;

(2) 结合 (1) 的结论, 根据树状图法求概率的性质分别计算甲和乙胜的概率, 从而完成求解.

【详解】(1) 根据题意, 树状图如下:



∴ 随机地一次摸取两张纸牌, 共有 12 种情况, 其中两次摸取纸牌上数字之和为 5 的情况共有 4 种

∴ 两次摸取纸牌上数字之和为 5 的概率 = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$;

(2) 根据 (1) 的结论, 随机地一次摸取两张纸牌, 共有 12 种情况, 其中两次摸取纸牌上数字之和为奇数的情况有 8 种, 两次摸取纸牌上数字之和为偶数的情况有 4 种

∴ 甲胜的概率 = $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, 乙胜的概率 = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

∴ 甲胜的概率大于乙胜的概率

∴ 这不是个公平的游戏.

【点睛】本题考查了概率的知识；解题的关键是熟练掌握树状图法求概率的性质，从而完成求解。

9. $\frac{3}{5}$

【分析】所得的方程中有两个不相等的实数根，根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值大于0，将各个值代入，求出值后，再计算出概率即可。

【详解】 $\Delta=b^2-4ac=1-4k$,

将-2, -1, 0, 1, 2 分别代入得 9, 5, 1, -3, -7, 大于0 的情况有三种,

故概率为 $\frac{3}{5}$.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：(1) $\Delta > 0$ \longleftrightarrow 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0$ \longleftrightarrow 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0$ \longleftrightarrow 方程没有实数根. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

10. $0.25/\frac{1}{4}$

【详解】解：从1, 2, 3, 4 中任取3 个数，作为一个一元二次方程的系数共有24 种情况，

设一元二次方程为 $ax^2+bx+c=0$ ，要使其有根必须 $b^2-4ac \geq 0$ ，

所以满足构作的一元二次方程有实根的情况数（以此代表 a, b, c ）有

①1, 3, 2; ②2, 3, 1; ③1, 4, 2; ④1, 4, 3; ⑤2, 4, 1; ⑥3, 4, 1 共6 种，

\therefore 构作的一元二次方程有实根的概率是 $\frac{6}{24}=0.25$.

故答案为：0.25

11. $\frac{1}{9}$

【分析】利用列表法求出所有的举朝上的面两数字之和，得出5 的个数，即能得出朝上的面两数字之和为奇数5 的概率。

【详解】解： \because 正方体骰子的六个面上的数字分别是1, 2, 2, 3, 3, 4;

另一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上的数字分别是1, 3, 4, 5, 6, 8,

用列表法列举朝上的面两数字之和所有可能是：

	1	2	2	3	3	4
1	2	3	3	4	4	5
3	4	5	5	6	6	7
4	5	6	6	7	7	8
5	6	7	7	8	8	9
6	7	8	8	9	9	10
8	9	10	10	11	11	12

∴朝上的面两数字之和为奇数 5 的概率是： $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ 。

故答案为 $\frac{1}{9}$ 。

12. $\frac{3}{4}$

【分析】解一元一次不等式组的解集，根据不等式组的解集为 $x \geq 6$ ，列出 $\frac{a+5}{2} < 6$ ，求出 a 的范围 $a < 7$ ；解出分式方程的解，根据方程的解是正整数，列出 $\frac{a+5}{2} > 0$ ，求得 a 的范围 $a > -5$ ；检验分式方程，列出 $\frac{a+5}{2} \neq 1$ ，即 $a \neq -3$ ，求得 a 的范围 $-5 < a < 7$ 且 $a \neq -3$ ，最后根据方程的解是正整数求得满足条件的整数 a 的值，求概率即可。

【详解】解：
$$\begin{cases} 3x-2 \geq 2(x+2) \textcircled{1} \\ a-2x < -5 \textcircled{2} \end{cases},$$

解不等式①得： $x \geq 6$ ，

解不等式②得： $x > \frac{a+5}{2}$ ，

∴不等式组的解集为 $x \geq 6$ ，

$$\therefore \frac{a+5}{2} < 6,$$

$$\therefore a < 7,$$

分式方程两边都乘 $(y-1)$ 得： $y+2a-3y+8=2(y-1)$ ，

解得： $y = \frac{a+5}{2}$ ，

∴方程的解是正整数，

$$\therefore \frac{a+5}{2} > 0,$$

$$\therefore a > -5;$$

$$\therefore y-1 \neq 0,$$

$$\therefore \frac{a+5}{2} \neq 1,$$

$$\therefore a \neq -3,$$

$$\therefore -5 < a < 7 \text{ 且 } a \neq -3,$$

∴能是正整数解的 a 是：-1, 1, 3, 5，

∴ a 是非负整数的概率为 $\frac{3}{4}$ ，

故答案为： $\frac{3}{4}$ 。

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组，解分式方程，求概率，注意解分式方程一定要检验是本题的关键

友果培优