昆山数学提招模拟卷 9 答案与解析

1．B

【分析】首先设 A 同学有 x 本课外读物，B 同学有 y 本课外读物，x，y 均为非负整数，根据题意可得方程组：$\begin{cases}x+2=n(y-2)\\y+n=2(x-n)\end{cases}$，消去 x，可整理得：$2n=1+\dfrac{15}{2y-7}$，由 n 为正整数分析，即可求得结果．

【详解】解：设 A 同学有 x 本课外读物，B 同学有 y 本课外读物，x，y 均为非负整数，

由题意可得方程组：$\begin{cases}x+2=n(y-2)①\\y+n=2(x-n)②\end{cases}$，

将 $x=n(y-2)-2$ 代入②中得，消去 x 得：$(2y-7)n=y+4$

即：$2n=\dfrac{(2y-7)+15}{2y-7}=1+\dfrac{15}{2y-7}$

$\because \dfrac{15}{2y-7}$ 为正整数

$\therefore 2y-7$ 的值分别为 1，3，5，15，

$\therefore y$ 的值只能为 4，5，6，11，

$\therefore$ 当 $y=4$ 时，$n=8$，

当 $y=5$ 时，$n=3$，

当 $y=6$ 时，$n=2$，

当 $y=11$ 时，$n=1$，

综上可得：n 的值分别为 8，3，2，1；

即 n 的可能值有 4 个．

故答案选：B．

【点睛】本题考查了二元一次不定方程的运用，难度较大，解题关键是理解题意，根据题意求方程组，注意消元思想和分类讨论思想的运用．

2．B

【分析】解方程 $\dfrac{ax+3}{2}-\dfrac{2x-1}{3}=1$ 得 $x=\dfrac{5}{4-3a}$，根据解为正数，得 $a<\dfrac{4}{3}$，根据关于 y 的不等式组 $\begin{cases}y+3>1\\3y-a<1\end{cases}$ 恰有两个整数解，得 $-1<a<2$，进而根据 a 为整数，即可求解．

【详解】解：$\dfrac{ax+3}{2}-\dfrac{2x-1}{3}=1$

$3(ax+3)-2(2x-1)=6$

解得 $x=\frac{5}{4-3a}$

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{ax+3}{2}-\frac{2x-1}{3}=1$ 的解为正数，

$\therefore \frac{5}{4-3a}>0$

$\therefore 4-3a>0$

解得 $a<\frac{4}{3}$

$\begin{cases} y+3>1① \\ 3y-a<1② \end{cases}$

解不等式①得：$y>-2$

解不等式②得：$y<\frac{a+1}{3}$

关于 y 的不等式组 $\begin{cases} y+3>1 \\ 3y-a<1 \end{cases}$ 有解，

∴不等式组的解集为：$-2<y<\frac{a+1}{3}$

$\because$ 关于 y 的不等式组 $\begin{cases} y+3>1 \\ 3y-a<1 \end{cases}$ 恰有两个整数解，

$\therefore 0<\frac{a+1}{3}\leq 1$，

解得 $-1<a\leq 2$，

$\because a<\frac{4}{3}$，

$\because -1<a<\frac{4}{3}$，

$\because a$ 为整数，则 $a=0,1$，其和为1.

故选 B

【点睛】本题考查了解一元一次方程，求一元一次不等式组的解集，求不等式组的整数解，正确的计算是解题的关键.

3．B

【分析】由 $\left[\frac{3x+7}{7}\right]=4$ 可得 4≤$\frac{3x+7}{7}$＜5，解不等式组求出 x 的整数解即可得答案.

【详解】∵符号[x]表示不大于 x 的最大整数，$\left[\frac{3x+7}{7}\right]=4$，

∴$4 \le \frac{3x+7}{7} < 5$，

去分母得：$28 \le 3x+7 < 35$

解得：$7 \le x < \frac{28}{3}$，

∴不等式组的整数解有 7、8、9，共 3 个，

故选：B．

【点睛】本题考查一元一次不等式组的应用，理解符号[x]的定义，正确列出不等式组是解题关键．

4．-2

【分析】先设报 3 的人心里想的数为x，利用平均数的定义表示报 5 的人心里想的数；报 7 的人心里想的数；报 9 的人心里想的数；报 1 的人心里想的数，最后建立方程，解方程即可．

【详解】解：设报 3 的人心里想的数是x

∵报 3 与报 5 的两个人报的数的平均数是 4，

∴报 5 的人心里想的数应是$8-x$，

报 7 的人心里想的数是$12-(8-x)=4+x$，

报 9 的人心里想的数是$16-(4+x)=12-x$，

报 1 的人心里想的数是$20-(12-x)=8+x$，

∵报 1 的人与报 3 的人心里想的数的平均数是 2，

∴$8+x+x=2\times2$，解得$x=-2$

故答案为：-2．

【点睛】本题属于阅读理解和探索规律题，考查了平均数的相关计算及方程思想的运用．解题关键是设未知数，将题中的等量关系展示出来，即可求出最终结果．

5．8

【分析】把$a-2b$变形得$-\frac{1}{2}(a+b)+\frac{3}{2}(a-b)$，故可求出$a-2b$有最大值时，$a$，$b$的值，代入$8a+2021b$故可求解．

【详解】设$a-2b=m(a+b)+n(a-b)$

∴a-2b=（m+n）a+(m-n)b

∴$\begin{cases} m+n=1 \\ m-n=2 \end{cases}$，解得$\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ n=\frac{3}{2} \end{cases}$

∴$a-2b=-\frac{1}{2}(a+b)+\frac{3}{2}(a-b)$

$\because 1 \le a+b \le 4$，$0 \le a-b \le 1$

$\therefore -2 \le -\frac{1}{2}(a+b) \le -\frac{1}{2}$，$0 \le \frac{3}{2}(a-b) \le \frac{3}{2}$

$\therefore -2 \le a-2b \le 1$

$\therefore a-2b$ 有最大值 1

此时 $-\frac{1}{2}(a+b)=-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}(a-b)=\frac{3}{2}$

解得 a=1，b=0

$\therefore 8a+2021b$=8

故答案为：8．

【点睛】此题主要考查不等式组的应用与求解，解二元一次方程组，解题的关键是根据题意把把 $a-2b$ 变形得 $-\frac{1}{2}(a+b)+\frac{3}{2}(a-b)$，从而求解．

6．$\begin{cases} x=-\frac{1}{2021} \\ y=\frac{1}{2022} \end{cases}$

【分析】将第二个方程组变形成和第一个方程组形式一样，根据整体思想可得 $\begin{cases} 2021x=-1 \\ 2022y=1 \end{cases}$，从而得出答案．

【详解】解：方程组 $\begin{cases} \frac{2021}{3}a_1x+\frac{2022}{3}b_1y=-1 \\ \frac{2021}{5}a_2x-\frac{2022}{5}b_2y=1 \end{cases}$ 整理得：

$\begin{cases} 2021a_1x+2022b_1y=-3 \\ 2021a_2x-2022b_2y=5 \end{cases}$，即 $\begin{cases} a_1\cdot 2021x+b_1\cdot 2022y=-3 \\ a_2\cdot 2021x-b_2\cdot 2022y=5 \end{cases}$，

$\because$ 二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=-3 \\ a_2x-b_2y=5 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$，

$\therefore \begin{cases} 2021x=-1 \\ 2022y=1 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=-\frac{1}{2021} \\ y=\frac{1}{2022} \end{cases}$．

故答案为：$\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2021} \\ y=\dfrac{1}{2022} \end{cases}$.

【点睛】本题考查了解二元一次方程组，对方程组进行整体换元是解题的关键.

7．7

【分析】取特殊值法进行判断即可.

【详解】当$n=8$时，取$x_1=x_3=x_5=x_7=1$， $x_2=x_4=x_6=x_8=0$，

则$S_8=(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3-x_4)^2+\cdots+(x_7-x_8)^2+(x_8-x_1)^2=8>6$.

当$n\geq 9$时，取$x_1=x_3=x_5=x_7=1$， $x_2=x_4=x_6=x_8=0$， $k\geq 9$时， $x_k=x_1=1$，

则$S_n=(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+\cdots+(x_{n-1}-x_n)^2+(x_n-x_1)^2$

$\geq(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3-x_4)^2+\cdots+(x_7-x_8)^2+(x_8-x_9)^2=8>6$.

所以$n\leq 7$.

当$n=7$时，由$(x_1-x_2)^2(x_2-x_3)^2(x_3-x_4)^2(x_4-x_5)^2(x_5-x_6)^2(x_6-x_7)^2(x_7-x_1)^2\geq 0$，

得$(x_1-x_2)\cdot(x_2-x_3)$， $(x_2-x_3)\cdot(x_3-x_4)$， $(x_3-x_4)\cdot(x_4-x_5)$， $(x_4-x_5)\cdot(x_5-x_6)$， $(x_5-x_6)\cdot(x_6-x_7)$，

$(x_6-x_7)\cdot(x_7-x_1)$， $(x_7-x_1)\cdot(x_1-x_2)$中至少有一个数为非负数．不妨设$(x_1-x_2)\cdot(x_2-x_3)\geq 0$，则

$(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2=[(x_1-x_2)+(x_2-x_3)]^2-2(x_1-x_2)(x_2-x_3)\leq(x_1-x_3)^2\leq 1$.

所以$S_7=(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3-x_4)^2+(x_4-x_5)^2+(x_5-x_6)^2+(x_6-x_7)^2+(x_7-x_1)^2$

$\leq 1+(x_3-x_4)^2+(x_4-x_5)^2+(x_5-x_6)^2+(x_6-x_7)^2+(x_7-x_1)^2\leq 6$.

于是$n=7$符合要求.

所以正整数n的最大值为 7，

故答案为：7.

【点睛】本题主要考查不等式的应用，运用特殊值法是解答本题的关键.

8．36

【分析】先解方程求出用含 a 的式子表示的方程的解，然后再根据方程解为整数确定出符合条件的 a 的值，再求和即可.

【详解】$9x-14=ax+3$，

移项得：$9x-ax=3+14$，

合并同类项，$(9-a)x=17$，

系数化为 1，得 $x=\frac{17}{9-a}$，

∵方程的解为整数，

$\therefore 9-a=\pm17$ 或 $9-a=\pm1$，

解得 $a=-8$ 或 26 或 $a=8$ 或 10，

$-8+26+8+10=36$.

故答案为：36.

【点睛】本题考查一元一次方程的拓展题型,关键在于对整数这个条件的分析.

9．6.

【分析】根据题意当 x 是整数时，{x}=x+1，[x]=x，于是可将 $2\{x\}+3[x]=32$ 化为：2（x+1）+3x=32，解方程即可.

【详解】解：依题意，x 是整数，

∴{x}=x+1，[x]=x，

∵ $2\{x\}+3[x]=32$，

∴2（x+1）+3x=32，

解得：x=6.

故答案为：6.

【点睛】此题主要考查一元一次方程的应用，根据题意列出方程是关键.

10． $\begin{cases} x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ y=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ z=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ y=\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ z=\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

【分析】利用代入消元法先求出一个未知数的值，再依次求其他未知数的值即可.

【详解】解：把 $\frac{1}{1+z}=x$ 代入 $\frac{1}{1+x}=y$ 得：$y=\frac{1+z}{2+z}$

把 $\frac{1}{1+y}=z$ 代入 $y=\frac{1+z}{2+z}$ 得：

$y=\frac{2+y}{2y+3}$

去分母得：$2y^2+3y=2+y$

整理得：$y^2+y-1=0$

解得 $y=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

当 $y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 时，$z=\dfrac{1}{1+y}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$x=\dfrac{1}{1+z}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

当 $y=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ 时，$z=\dfrac{1}{1+y}=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$，$x=\dfrac{1}{1+z}=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$，

∴方程组的解为：$\begin{cases} x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ z=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ y=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ z=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

【点睛】本题考查代入消元法解方程，涉及到分式方程和一元二次方程的解法，利用代入法消元是解题的关键．

11．（1）$m=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$；（2）$m=-1$，最大值为 10．

【分析】（1）首先根据根的判别式求出 m 的取值范围，利用根与系数的关系，求出符合条件的 m 的值．

（2）把利用根与系数的关系得到的关系式代入代数式，细心化简，结合 m 的取值范围求出代数式的最大值．

【详解】（1）∵方程有两个不相等的实数根

∴ $\Delta=4(m-2)^2-4(m^2-3m+3)=-4m+4>0$

∴ $m<1$

由题意知：$-1\le m<1$

∵ $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4(m-2)^2-2(m^2-3m+3)=2m^2-10m+10=6$

∴ $m=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

∵ $-1\le m<1$

∴ $m=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$

（2）$\dfrac{mx_1^2}{1-x_1}+\dfrac{mx_2^2}{1-x_2}=\dfrac{m\left[x_1^2+x_2^2-x_1x_2(x_1+x_2)\right]}{(1-x_1)(1-x_2)}=\dfrac{m(2m^3-8m^2+8m-2)}{m^2-m}$

$$=\frac{2m(m-1)(m^2-3m+1)}{m(m-1)}=2(m^2-3m+1)=2\left(m-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{2}\quad(-1\le m<1)$$

∴ $m=-1$,最大值为 10.

【点睛】本题的计算量比较大，需要很细心的求解．用到一元二次方程的根的判别式△＝b2−4ac 来求出 m 的取值范围；利用根与系数的关系 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$ 来化简代数式的值．

12．（1）x=6；（2）$x=1$．

【分析】（1）首先把分子和分母中的小数化为整数，然后按照去分母、去括号、合并同类项、移项、系数化为 1 的步骤解方程即可；

（2）先变形为$1+\frac{1-x}{2013}+1+\frac{1-x}{2015}=1+\frac{1-x}{2017}+1+\frac{1-x}{2019}$，再整理得$(1-x)(\frac{1}{2013}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2017}-\frac{1}{2019})=0$，即可解.

【详解】解：（1）方程$\frac{0.1x+0.03}{0.2}-\frac{0.2x-0.03}{0.3}+\frac{3}{4}=0$变形为$\frac{10x+3}{20}-\frac{20x-3}{30}+\frac{3}{4}=0$，

去分母得$3(10x+3)-2(20x-3)+45=0$，

去括号合并同类项得-10x+60=0,

移项得-10x=-60,

系数化为 1 得 x=6.

（2）方程$\frac{2014-x}{2013}+\frac{2016-x}{2015}=\frac{2018-x}{2017}+\frac{2020-x}{2019}$变形为$1+\frac{1-x}{2013}+1+\frac{1-x}{2015}=1+\frac{1-x}{2017}+1+\frac{1-x}{2019}$，

∴ $\frac{1-x}{2013}+\frac{1-x}{2015}-\frac{1-x}{2017}-\frac{1-x}{2019}=0$

∴ $(1-x)(\frac{1}{2013}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2017}-\frac{1}{2019})=0$

∴ $1-x=0$，

∴ $x=1$．

【点睛】此题主要考查了解一元一次方程，正确掌握解方程的方法是解题关键．

13．A、B 两地的距离是 190 千米．

【分析】设甲车的速度为 x 千米/小时，设乙车的速度为 y 千米/小时，A、B 两地的距离为 s 千米．同时出发，相向而行，甲车行驶 85 千米后与乙车相遇，即甲走 85 千米所用的时间=乙走（s-85）千米所用的时间；当甲车行驶 65 千米后又与乙车相遇，即甲、乙从开始到第二次相遇所用的时间相同，据此即可列方程求解．

【详解】解：设甲车的速度为 x 千米/小时，设乙车的速度为 y 千米/小时，A、B 两地的距离为 s 千米．

则：$\begin{cases} \dfrac{85}{x}=\dfrac{s-85}{y} \\ \dfrac{(s-85)+65}{x}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{85+(s-65)}{y}+\dfrac{1}{2} \end{cases}$

即 ：$\begin{cases} \dfrac{85}{x}=\dfrac{s-85}{y} ① \\ \dfrac{s-20}{x}=\dfrac{s+20}{y} ② \end{cases}$

有①÷②得：$\dfrac{85}{s-20}=\dfrac{s-85}{s+20}$

化简得：$s^2-190s=0$

解得：$s=0$（舍去）或$s=190$

答：A、B 两地的距离是 190 千米．

【点睛】本题考查了二元一次方程组的实际应用，解决本题的关键是正确的列出方程组．

14．(1)空调的采购价是 1800 元，电风扇的采购价是 150 元

(2)方案一：空调购进 9 台，电风扇购进 61 台；方案二：空调购进 10 台，电风扇购进 60 台；方案三：空调购进 11 台，电风扇购进 59 台

(3)方案三的利润最大，最大利润为 3970 元

【分析】（1）设空调和电风扇的采购价各是 x 元与 y 元，根据题中两个等量关系：购进 8 台空调的资金+20 台电风扇资金=17400 元；购进 10 台空调的资金+30 台电风扇的资金=22500 元，列出二元一次方程组，求解即可；

（2）设老板计划购进空调 m 台，则购进电风扇为$(70-m)$台，由题意的两个不等关系列出不等式组即可求解；

（3）比较几种进货方案的利润即可解决．

【详解】（1）解：设空调和电风扇的采购价各是 x 元与 y 元，

由题意得：$\begin{cases} 8x+20y=17400 \\ 10x+30y=22500 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=1800 \\ y=150 \end{cases}$，

答：空调和电风扇的采购价各是 1800 元与 150 元；

（2）解：设老板计划购进空调 m 台，则购进电风扇为$(70-m)$台，

由题意得：$\begin{cases}1800m+150(70-m)\le 30000\\200m+30(70-m)\ge 3500\end{cases}$，

解得：$8\frac{4}{17}\le m\le 11\frac{9}{11}$，

由于 m 为正整数，所以 m 为 9，10，11，

所以有三种进货方案，分别是：

方案一：空调购进 9 台，电风扇购进 61 台；

方案二：空调购进 10 台，电风扇购进 60 台；

方案三：空调购进 11 台，电风扇购进 59 台；

（3）解：方案一的利润为：$200\times 9+30\times 61=3630$（元）；

方案二的利润为：$200\times 10+30\times 60=3800$（元）；

方案三的利润为：$200\times 11+30\times 59=3970$（元）；

比较三种方案的利润知，方案三的利润最大，最大利润为 3970 元.

【点睛】本题考查了二元一次方程组、不等式组等知识，有一定的综合性，根据题意找到等量关系与不等关系是解题的关键.

15．13.

【分析】先分别解出两个关于 x 的方程，即用 a 表示出 x，然后根据两个方程的解的数量关系列出关于 a 的方程，求出 a 值，代入计算即可.

【详解】解：$\frac{3x+5}{2}-7=\frac{2x-a}{3}-1$

去分母得，$3(3x+5)-42=2(2x-a)-6$，

去括号得，9x+15-42=4x-2a-6,

移项合并同类项得，5x=21-2a,

系数化为 1 得，$x=\frac{21-2a}{5}$，

$4x-(3a+1)=6x+2a+1$，

移项合并同类项得，2x=-5a-2,

系数化为 1 得，$x=\frac{-5a-2}{2}$，

由题意可得，$\frac{21-2a}{5}-\frac{-5a-2}{2}=1$，

去分母得，$2(21-2a)-5(-5a-2)=10$，

去括号得，42-4a+25a+10=10,

移项合并同类项得，21a=-42,

系数化为 1 得,a=-2.

$a^2-4a+1=(-2)^2-4\times(-2)+1=13$.

【点睛】此题主要考查了含有字母系数的一元一次方程的解法，关键是把字母系数看作常数，按照一元一次方程的解法步骤求解即可.