

## 昆山提招数学模拟卷 9——方程式及不等式

### 一、单选题

1.  $A$  和  $B$  同学每人都有若干本课外读物.  $A$  对  $B$  说: “你若给我 2 本书, 我的书数将是你的  $n$  倍”;  $B$  对  $A$  说: “你若给我  $n$  本书, 我的书数将是你的 2 倍”, 其中  $n$  为正整数, 则  $n$  的可能值的个数是 ( )

- A. 2                      B. 4                      C. 5                      D. 6

2. 若关于  $x$  的方程  $\frac{ax+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = 1$  的解为正数, 且  $a$  使得关于  $y$  的不等式组  $\begin{cases} y+3 > 1 \\ 3y-a < 1 \end{cases}$  恰有两个整数解, 则所有满足条件的整数  $a$  的值的和是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

3. 对于数  $x$ , 符号  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数. 例如,  $[3.14]=3$ ,  $[-7.59]=-8$ , 则关于  $x$  的方程

$$\left[ \frac{3x+7}{7} \right] = 4 \text{ 的整数根有 ( )}$$

- A. 4 个                      B. 3 个                      C. 2 个                      D. 1 个

### 二、填空题

4. 10 个人围成一个圆圈做游戏, 游戏的规则是: 每个人心里都想好一个数, 并把自己想好的数如实地告诉与他相邻的两个人, 然后每个人将与他相邻的两个人告诉他的数的平均数报出来, 若报出来的数如图所示, 则报 3 的人心里想的数是\_\_\_\_\_.

10	1	2
9		3
8		4
7	6	5

5. 已知实数  $a, b$ , 满足  $1 \leq a+b \leq 4$ ,  $0 \leq a-b \leq 1$  且  $a-2b$  有最大值, 则  $8a+2021b$  的值是\_\_\_\_\_.

6. 若关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} a_1x+b_1y=-3 \\ a_2x-b_2y=5 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ , 则方程组  $\begin{cases} \frac{2021}{3}a_1x+\frac{2022}{3}b_1y=-1 \\ \frac{2021}{5}a_2x-\frac{2022}{5}b_2y=1 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.

7. 如果对任意的  $n$  个不大于 1 的非负实数  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  总有

$$S_n = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)^2 + (x_n - x_1)^2 \leq 6 \text{ 成立, 则正整数 } n \text{ 的最大值为_____}.$$

8. 若关于  $x$  的方程  $9x-14=ax+3$  的解为整数, 那么满足条件的所有整数  $a$  的和为\_\_\_\_\_.

9. 规定: 用  $\{m\}$  表示大于  $m$  的最小整数, 例如  $\{\frac{5}{2}\}=3$ ,  $\{4\}=5$ ,  $\{-1.5\}=-1$  等; 用  $[m]$  表示不大于  $m$  的

最大整数，例如 $[\frac{7}{2}]=3$ ， $[2]=2$ ， $[-3.2]=-4$ ，如果整数  $x$  满足关系式： $2\{x\}+3[x]=32$ ，则  $x=$

### 三、解答题

10. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{1}{1+x} = y \\ \frac{1}{1+y} = z \\ \frac{1}{1+z} = x \end{cases}$$

11. 设  $m$  是不小于  $-1$  的实数，关于  $x$  的方程  $x^2+2(m-2)x+m^2-3m+3=0$  有两个不相等的实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，

(1) 若  $x_1^2+x_2^2=6$ ，求  $m$  的值；

(2) 求  $\frac{mx_1^2}{1-x_1}+\frac{mx_2^2}{1-x_2}$  的最大值.

12. 解方程, (1)  $\frac{0.1x+0.03}{0.2} - \frac{0.2x-0.03}{0.3} + \frac{3}{4} = 0$

(2)  $\frac{2014-x}{2013} + \frac{2016-x}{2015} = \frac{2018-x}{2017} + \frac{2020-x}{2019}$

13. 甲、乙两辆公共汽车分别自 A、B 两地同时出发, 相向而行. 甲车行驶 85 千米后与乙车相遇, 然后继续前进. 两车到达对方的出发点等候 30 分钟立即依原路返回. 当甲车行驶 65 千米后又与乙车相遇, 求 A、B 两地的距离.

14. 某电器经营老板计划购进同种型号的空调和电风扇, 若购进 8 台空调和 20 台电风扇, 需要资金 17400 元, 若购进 10 台空调和 30 台电风扇, 需要资金 22500 元.

(1) 求空调和电风扇的采购价各是多少元?

(2) 该老板计划购进这两种电器共 70 台, 而可用于购买这两种电器的资金不超过 30000 元, 根据市场行情, 销售一台这样的空调可获利 200 元, 销售一台这样的电风扇可获利 30 元, 该老板希望当这两种电器销售完时, 所获的利润不少于 3500 元, 试问老板有哪几种进货方案?

(3) 在所有的进货方案中, 哪种方案获利最大? 最大利润是多少?

15. 如果关于  $x$  的方程  $\frac{3x+5}{2}-7=\frac{2x-a}{3}-1$  的解比方程  $4x-(3a+1)=6x+2a+1$  的解大 1, 求式子  $a^2-4a+1$  的值.

友果培优