昆山提招数学模拟卷 8 答案与解析

1．B

【分析】解方程组得$\begin{cases}x=2t+1\\y=t-1\end{cases}$，①当$\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$时，解得 t=0，符合$-3\le t\le1$；②当$x-y=3$时，得 t=1，不符合题意；③当$M=2x-y-t$时，得$-3\le M\le5$，可判断；④当$y\ge-1$时，得$x\ge1$，可判断．

【详解】解：解方程组得$\begin{cases}x=2t+1\\y=t-1\end{cases}$，

①当$\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$时，则$\begin{cases}x=2t+1=1\\y=t-1=-1\end{cases}$，解得 t=0，符合题意，故正确；

②当$x-y=3$时，($2t$+1)-(t-1)=3，解得 t=1，不符合题意，故错误；

③当$M=2x-y-t$时，M=2t+3，∵$-3\le t\le1$，∴$-3\le M\le5$，符合题意，故正确；

④当$y\ge-1$时，$t-1\ge-1$，即$t\ge0$，∴$x\ge1$，不符合题意，故错误．

故选：B．

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，二元一次方程组的解，解二元一次方程组，得到方程组的解是解题的关键．

2．A

【分析】因为x_1，x_2，x_3，x_4，x_5为互不相等的正奇数，所以$(2005-x_1)$，$(2005-x_2)$，$(2005-x_3)$，$(2005-x_4)$，$(2005-x_5)$为互不相等的非零偶数（有偶数个负数），又因为$24^2=2^6\cdot3^2$，所以这 5 个偶数只能是 2，-2，4，6，-6（否则就会有相同的偶数），所以x_1，x_2，x_3，x_4，x_5分别等于 2007，2003，2001，1999，2011，所以$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2$的末位数字是 1

【详解】解：∵x_1，x_2，x_3，x_4，x_5为互不相等的正奇数

∴$(2005-x_1)$，$(2005-x_2)$，$(2005-x_3)$，$(2005-x_4)$，$(2005-x_5)$为互不相等的偶数，且负数个数为偶数个

而将24^2分解为 5 个互不相等的偶数之积，只有唯一的形式：

$$24^2=2\cdot(-2)\cdot4\cdot6(-6)$$

∴$(2005-x_1)$，$(2005-x_2)$，$(2005-x_3)$，$(2005-x_4)$，$(2005-x_5)$分别等于 2、(-2)、4、6、(-6)

∴ x_1， x_2， x_3， x_4， x_5 分别等于 2007，2003，2001，1999，2011

又∵2007^2 尾数是 9，2003^2 尾数是 9，2001^2 尾数是 1，1999^2 尾数是 1，2011^2 尾数是 1

∴ $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2$ 的末位数字是 1.

故选 A.

【点睛】本题主要考查了数字变化类的一些简单的问题，能够掌握七内在规律并熟练求解是解题关键.

3．C

【分析】方法一：由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4$， $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{a}$，再利用 $AB=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{16-4\times\frac{3}{a}}=2\sqrt{4-\frac{3}{a}}$ 列方程求解 a,b，再检验即可得到答案；方法二：不妨设 $x_1<x_2$，由三角形的面积先求解 $AB=x_2-x_1=2$，结合 $x_1+x_2=4$，再求解 x_1,x_2,再利用待定系数法求解 a,b, 从而可得答案.

【详解】解：方法一：依题意 x_1,x_2 为方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根，且 $c=3$.

所以 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4$， $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{a}$.

所以 $AB=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{16-4\times\frac{3}{a}}=2\sqrt{4-\frac{3}{a}}$，

所以$\triangle ABC$ 面积 $S=\frac{1}{2}AB\times3=\frac{1}{2}\times2\sqrt{4-\frac{3}{a}}\times3=3$.

解得 $a=1$，经检验符合题意，

∴ $b=-4a=-4$.

因为函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象与 x 轴有两个不同交点，因此 $a=1$， $b=-4$， $c=3$ 符合要求.

所以 $a+b=-3$.

方法二：不妨设 $x_1<x_2$，则 $AB=x_2-x_1$，由$\triangle ABC$ 的面积为 3，且 $C(0,3)$，得 $AB=2$.

所以 $AB=x_2-x_1=2$，又 $x_1+x_2=4$，

解得：$x_1=1$， $x_2=3$.

因此 $y=ax^2+bx+c=a(x-1)(x-3)$.

将 $x=0$ 代入，得 $y=3a=3$，所以 $a=1$.

所以 $y=ax^2+bx+c=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$，

因此 $a+b=1+(-4)=-3$.

故选 C

【点睛】本题考查的是二次函数的性质，一元二次方程根与系数的关系，掌握二次函数与 x 轴的交点坐标的含义是解本题的关键.

4．D

【分析】由 $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，a、b、c、d 都是正实数，根据不等式的性质不等式都乘以 bd 得到 ad＜bc，然后两边都加上 ac 得到 ac＋ad＜ac＋bc，即 a（c＋d）＜c（a＋b），然后两边都除以（c＋d）（a＋b）得到 $\frac{a}{a+b}<\frac{c}{c+d}$，可得①错误，②正确；同理可得 $\frac{b}{a+b}>\frac{d}{c+d}$，则③正确，④错误.

【详解】解：∵ $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，a、b、c、d 都是正实数，

∴ad＜bc，

∴ac＋ad＜ac＋bc，即 a（c＋d）＜c（a＋b），

∴ $\frac{a}{a+b}<\frac{c}{c+d}$，即①错误，②正确；

∵ad＜bc，

∴bd＋ad＜bd＋bc，即 d（a＋b）＜b（c＋d），

∴ $\frac{b}{a+b}>\frac{d}{c+d}$，所以③正确，④错误，

故选：D.

【点睛】本题考查了不等式的性质：不等式两边都加上或减去同一个数，不等号的方向不改变；等式两边都乘以或除以同一个正数，不等号的方向不改变；不等式两边都乘以或除以同一个负数，不等号的方向改变.

5．$-2\le t\le -1$

【分析】由条件可得 $3b+12 ? 18,$ 先求解 b 的取值范围，再把 $t=2a+b-c$ 化为 $t=\frac{1}{2}b-2$，再结合不等式的基本性质可得答案.

【详解】解：∵ $6a=3b+12=2c$，$c\le 9$，

∴ $3b+12 ? 18,$

解得：$b £ 2,$ 而 $b\ge 0$，

\ $0 \#b \quad 2,$

∵ $6a=3b+12=2c$，

\ $a=\frac{1}{2}b+2, c=\frac{3}{2}b+6,$

∴ $t=2a+b-c$

$= 2\left(\frac{1}{2}b + 2\right) + b - \left(\frac{3}{2}b + 6\right)$

$= b + 4 + b - \frac{3}{2}b - 6$

$= \frac{1}{2}b - 2,$

$$\because 0 \le b \le 2,$$

$\therefore 0 \le \frac{1}{2}b \le 1,$

$\therefore -2 \le \frac{1}{2}b - 2 \le -1,$

∴t的取值范围是：$-2 \le t \le -1.$

故答案为：$-2 \le t \le -1.$

【点睛】本题考查的是不等式的性质，方程思想的应用，求解$0 \le b \le 2$及$t = \frac{1}{2}b - 2$是解本题的关键.

6．5

【分析】首先根据平均数的定义列二元一次方程组并求出a、b的值，即可确定两组数据的值，再将数据合并，按从小到大的顺序排序，然后根据中位数的定义确定这组新数据的中位数即可.

【详解】解：根据题意，

可得$\begin{cases} \frac{3+2a+5+b}{4} = 6 \\ \frac{a+4+2b}{3} = 6 \end{cases}$，解得$\begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases}$，

∴这两组数据为3，12，5，4与6，4，8，

将这两组数据合并后，按从小到大的顺序排序为3，4，4，5，6，8，12，

∴这组新数据的中位数是5.

故答案为：5.

【点睛】本题主要考查了平均数、中位数以及二元一次方程组的应用，解题关键是根据题意列二元一次方程组求出a、b的值.

7．0

【分析】根据中点坐标公式求出点G的坐标，根据线段EF的中点G恰好位于y轴上，且到x轴的距离是1，得到点G的横坐标等于0，纵坐标的绝对值为1，列出方程组求解即可.

【详解】∵点$A\left(x_1, y_1\right)$、$B\left(x_2, y_2\right)$，所连线段AB的中点是M，则M的坐标为$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

且$E\left(a-1, a\right)$，$F\left(b, a-b\right)$，

$\therefore G\left(\frac{a-1+b}{2},\frac{a+a-b}{2}\right)$，

$\because$线段 EF 的中点 G 恰好位于 y 轴上，且到 x 轴的距离是1，

$\therefore\begin{cases}\frac{a-1+b}{2}=0\\\left|\frac{a+a-b}{2}\right|=1\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}$，$\begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\b=\frac{4}{3}\end{cases}$，

$\because$当$\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}$时，$G(0,1)$，$E(0,1)$，$F(0,1)$，三点重合，不符合题意，

$\therefore a=-\frac{1}{3}$，$b=\frac{4}{3}$，

$\therefore 4a+b=0$．

故答案为：0．

【点睛】本题考查了坐标与图形、解二元一次方程组，熟练掌握坐标系中点的坐标是解决问题的关键

8．$a\le 1$

【分析】将不等式组解出来，根据不等式组$\begin{cases}x-1>0\\x-a<0\end{cases}$无解，求出 a 的取值范围．

【详解】解：解$\begin{cases}x-1>0\\x-a<0\end{cases}$得$\begin{cases}x>1\\x<a\end{cases}$，

$\because\begin{cases}x-1>0\\x-a<0\end{cases}$无解，

$\therefore a\le 1$．

故答案为：$a\le 1$．

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，会根据未知数的范围确定它所满足的特殊条件的值．一般方法是先解不等式组，再根据解集求出特殊值．

9．$\frac{13}{3}$

【分析】把 x，y 看成是一元二次方程的两个实数根，根据根与系数的关系列出一元二次方程，然后由判别式得到 z 的取值范围，求出 z 的最大值．

【详解】解：$\because x+y=5-z$，$xy=3-z(x+y)=3-z(5-z)=z^2-5z+3$，

$\therefore$x、y 是关于 t 的一元二次方程 $t^2-(5-z)t+z^2-5z+3=0$ 的两实根．

$\because \triangle=(5-z)^2-4(z^2-5z+3)\geq 0$，即 $3z^2-10z-13\leq 0$，

$(3z-13)(z+1)\leq 0$.

$\therefore -1\leq z\leq \frac{13}{3}$，

当 $x=y=\frac{1}{3}$ 时，$z=\frac{13}{3}$.

故 z 的最大值为 $\frac{13}{3}$.

故答案为：$\frac{13}{3}$.

【点睛】本题考查的是一元二次方程根与系数的关系，根据根与系数的关系列出一元二次方程，然后由判别式求出 z 的取值范围，确定 z 的最大值.

10．25

【分析】分别设两个年级的人数为未知数，可得到每个年级奖品的总数目，让其相等可得两个未知数的关系．关系式为：50＜每个年级的奖品数≤100，把相关数值代入求得适合的整数解，相加即可.

【详解】设初一获奖人数为 n+1 人，初二获奖人数为 m+1 人（n≠m）．依题意有

3+7n=4+9m，即 7n=9m+1①

由于 50＜3+7n≤100，50＜4+9m≤100．得

$\frac{47}{7}<n\leq\frac{97}{7}$，$\frac{46}{9}<m\leq\frac{96}{9}$，

∴n=7，8，9，10，11，12，13．m=6，7，8，9，10.

但满足①式的解为唯一解：n=13，m=10.

∴n+1=14，m+1=11.

∴获奖人数共有 14+11=25（人）.

故答案为 25.

【点睛】此题考查一元一次不等式组的应用；得到各年级人的总数的关系式是解决本题的关键；根据奖品总数之间的关系式得到各年级人数的准确值是解决本题的难点.

11．1，3，6，10

【分析】首先将原方程变形为（x+2）^{2}a=2（x+6），进而分析 x+2，以及 a 的取值，得出所有的可能结果.

【详解】解：将原方程变形为（x+2）^{2}a=2（x+6）.

显然 x+2≠0，于是 $a=\frac{2(x+6)}{(x+2)^2}$，

由于 a 是正整数，所以 a≥1，即 $\frac{2(x+6)}{(x+2)^2}\geq 1$

所以 $x^2+2x-8\le 0$，

（x+4）（x-2）≤0，

所以-4≤x≤2（x≠-2）.

当 x=-4，-3，-1，0，1，2 时，得 a 的值为 1，6，10，3，$\frac{14}{9}$，1

∴a=1，3，6，10

说明从解题过程中知，当 a=1 时，有两个整数根-4，2；

当 a=3，6，10 时，方程只有一个整数根.

综上所述，当 a=1，3，6，10 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2(2a-1)x+4(a-3)=0$ 至少有一个整数根.

【点睛】此题主要考查了在关于 x 的一元二次方程中，如果参数是一次的，可以先对这个参数来求解，题目比较典型.

12．（1）$5x^4$；（2）10x-27；x=4；（3）a=-5 或-6 或-8 或-12.

【分析】（1）由题意可知 n=5，$a_1=1, a_2=a_3=a_4=a_5=0,$ 根据题中的新定义确定出 g（x）即可；

（2）先变形为 $f(x)=5x^2-3(9x-1)=5x^2-27x+3$，再根据题中的新定义确定出 g（x），并求出所求 x 的值即可；

（3）确定出 f（x）的伴随多项式 g（x）=（2a+6）x+16，由 g（x）=-2x 得 $x=\frac{-8}{a+4}$，再根据方程有正整数解，确定出整数 a 的值即可.

【详解】解：（1）∵ $f(x)=x^5$，

∴g（x）=$5x^4$；

故答案为：$5x^4$；

（2）∵ $f(x)=5x^2-3(9x-1)=5x^2-27x+3$，

∴g（x）=10x-27，

由 g（x）=13，得 10x-27=13，

解得：x=4；

故答案为：10x-27；x=4；

（3）∵ $f(x)=(a+3)x^2+16x+21$

∴g（x）=2（a+3）x+16=（2a+6）x+16，

由 g（x）=-2x，得（2a+6）x+16=-2x，

化简整理得：（2a+8）x=-16，

∵方程有正整数解，

∴$2a+8\neq 0$，

∴ $x=\frac{-8}{a+4}$，

∵a 为整数，

∴a+4=-1 或-2 或-4 或-8，

∴a=-5 或-6 或-8 或-12.

【点睛】此题考查了一元一次方程的应用，弄清题中的新定义是解本题的关键.

13．（1）$\frac{12}{5}$；（2）$\frac{5}{8}$分钟或$\frac{15}{8}$分钟或$\frac{95}{16}$分钟.

【分析】（1）乙、丙两个圆柱形容器底面面积之比为 3：1，乙的水位上升$\frac{4}{5}cm$，可求出丙上升的高度为$\frac{4}{5}\times 3=\frac{12}{5}cm$；

（2）分四种情况讨论.①甲的高度高于乙的高度 0.5cm；②丙、乙都未达 6cm 时，乙的高度高于甲的高度 0.5cm；③丙到达 6cm 而乙未达 6cm 时，乙的高度高于甲的高度 0.5cm；④丙、乙都到达 6cm 后，乙的高度高于甲的高度 0.5cm.

【详解】解：（1）由题意知，乙、丙两个圆柱形容器底面面积之比为 3：1，丙的水位上升$\frac{4}{5}\times 3=\frac{12}{5}cm$，

∴开始注水 1 分钟，丙容器的水位上升了$\frac{12}{5}cm$.

（2）设开始注入 x 分钟的水量后，甲与乙的水位高度之差是 0.5cm．由题意分为四种情况：

①甲的高度高于乙的高度 0.5cm，则：$1-\frac{4}{5}x=0.5$，解得$x=\frac{5}{8}$.

②丙、乙都未达 6cm 时，乙的高度高于甲的高度 0.5cm，

$\frac{4}{5}x-1=0.5$，解得$x=\frac{15}{8}$.

③丙到达 6cm 而乙未达 6cm 时，乙的高度高于甲的高度 0.5cm.因为乙未到达 6cm，所以甲的高度不变，而乙的高度在不断上升，故此种情况不符合题意；

④丙、乙都到达 6cm 后，乙的高度高于甲的高度 0.5cm.设乙都到达 6cm 的时间为 y 分钟，

∵丙到达 6cm 时的时间为$6\div\frac{12}{5}=\frac{5}{2}$分钟，

∴ $\frac{4}{5}y+\frac{12}{5}(y-\frac{5}{2})\times\frac{1}{3}=6$，

解得，$y=5$，

$\therefore \frac{4}{5}(x-5)\times 3+\frac{12}{5}(x-5)+1+0.5=6$，

解得，$x=\frac{95}{16}$，

综上所述，当开始注入$\frac{5}{8}$分钟或$\frac{15}{8}$分钟或$\frac{95}{16}$分钟水量后，甲与乙的高度之差是$0.5cm$.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，分类讨论的思想是本题的关键.

14．当 $a=\frac{1}{2}$，1，5 时原方程只有一个实数根

【详解】解：去分母得整式方程，$2x^2-2x+1-a=0$，$\triangle=4(2a-1)$，

（1）当$\triangle=0$，即 $a=\frac{1}{2}$ 时，显然 $x=\frac{1}{2}$ 是原方程的解.

（2）当$\triangle>0$，即 $a>\frac{1}{2}$ 时，$x_1=\frac{1}{2}(1+\sqrt{2a-1})$，$x_2=\frac{1}{2}(1-\sqrt{2a-1})$，

显然 $x_1>0$，$\therefore x_1\neq-1$，$x_1\neq0$，它是原方程的解，

$\therefore$只需 $x_2=0$ 或-1 时，x_2 为增根，此时原方程只有一个实数根，

$\therefore$当 $x_2=0$ 时，即$\frac{1}{2}(1-\sqrt{2a-1})=0$，得：$a=1$；

当 $x_2=-1$ 时，即$\frac{1}{2}(1-\sqrt{2a-1})=-1$，得：$a=5$.

综上，当 $a=\frac{1}{2}$，1，5 时原方程只有一个实数根.

15．$a=\frac{13}{2},b=-4$

【分析】先把方程化简，然后把 x＝1 代入化简后的方程，因为无论 k 为何值时，它的根总是 1，就可求出 a、b 的值.

【详解】解：方程两边同时乘以 6 得：

4kx＋2a＝12＋x−bk，

（4k−1）x＋2a＋bk−12＝0①，

∵无论为 k 何值时，它的根总是 1，

∴把 x＝1 代入①，

4k−1＋2a＋bk−12＝0，

则当 k＝0，k＝1 时，可得方程组：

$$\begin{cases}-1+2a-12=0\\4-1+2a+b-12=0\end{cases},$$

解得：$a=\frac{13}{2},b=-4$

当 $a=\frac{13}{2}$,$b=-4$ 时，无论为 k 何值时，它的根总是 1.

$\therefore a=\frac{13}{2}$,$b=-4$

【点睛】本题主要考查了一元一次方程的解，理解方程的解的定义，就是能够使方程左右两边相等的未知数的值．本题利用方程的解求未知数 a、b．