昆山提招模拟卷 6——因式分解及整式

答案与解析

1．C

【详解】试题分析：因为$7^{24}-1=(7^{12}+1)(7^{12}-1)=(7^{12}+1)(7^{6}+1)(7^{6}-1)=(7^{12}+1)(7^{6}+1)(7^{3}+1)(7^{3}-1)$

=（7^{12}+1）（7^6+1）（7+1）（7^2-7+1）（7-1）（7^2+7+1）=（7^{12}+1）（7^6+1）×8×43×6×57

=（7^{12}+1）（7^6+1）×48×43×57，所以可被 40 至 50 之间的两个整数整除的数是 48，43．

故选 C．

考点：因式分解

2．B

【分析】设$\frac{2}{x}=\frac{3}{y-z}=\frac{5}{z+x}=\frac{1}{k}$，则 x=2k，y=6k，z=3k．代入$\frac{5x-y}{y+2z}$求值即可

【详解】设$\frac{2}{x}=\frac{3}{y-z}=\frac{5}{z+x}=\frac{1}{k}$，

则$x=2k$，$z+x=5k$，

$\therefore z=3k$，$y-z=3k$，

$\therefore y=6k$，

则$\frac{5x-y}{y+2z}=\frac{5\times 2k-6k}{6k+2\times 3k}=\frac{1}{3}$．

【点睛】此题考查分式的化简求值，掌握运算法则是解题关键

3．D

【详解】试题分析：解，原式=$\frac{x^2-1+12}{x+1}=x-1+\frac{12}{x+1}$，所以：

使得代数式=$\frac{x^2+11}{x+1}$的值为整数的全体自然数 x 分别为 0,1,2,3,5,11．

所以全体自然数 x 的和为 0+1+2+3+5+11=22．

考点：分式

点评：本题难度较低，主要考查了分式的化简与变形的知识，解决本题的关键是对原分式进行正确的分解与变形．

4．D

【分析】将$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$代入到四元方程中看等式两边是否相等即可判断①；设

$a=k,\ b=k+1,\ c=k+2,\ d=k+3$，然后代入四元方程即可判断②；先证明$d^2-c^2-(d+c)\geq 0$，同理得到$b^2-a^2-(a+b)\geq 0$，即可推出$d-c-1=0,\ b-a-1=0$得到$b=a+1,\ d=c+1$，据此即可判断③；根据③所求可以推出$a+c=1010$，由此即可判断④.

【详解】解：当$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$时，方程左边$=1+2+3+4=10$，方程右边$=4^2-3^2+2^2-1^2=10$，

∴方程左右两边相等，

∴$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$是四元方程的一组解，故①正确；

设$a=k,\ b=k+1,\ c=k+2,\ d=k+3$，

∴$a+b+c+d=k+k+1+k+2+k+3=4k+6$，

$d^2-c^2+b^2-a^2=(k+3)^2-(k+2)^2+(k+1)^2-k^2$

$=k^2+6k+9-k^2-4k-4+k^2+2k+1-k^2$

$=4k+6$，

∴当$a=k,\ b=k+1,\ c=k+2,\ d=k+3$，四元方程左右两边相等，

∴连续的四个正整数一定是该四元方程的解，故②正确；

∵$d^2-c^2-(d+c)=(d+c)(d-c)-(d+c)=(d+c)(d-c-1)$，$d>c$，且$c$、$d$均为正整数，

∴$d-c-1\geq 0,\ d+c>0$，

∴$d^2-c^2-(d+c)\geq 0$，

同理$b^2-a^2-(a+b)\geq 0$，

∴$d^2-c^2+b^2-a^2\geq a+b+c+d$，

又∵$a+b+c+d=d^2-c^2+b^2-a^2$，

∴$d-c-1=0,\ b-a-1=0$，

∴$b=a+1,\ d=c+1$，

∴$a=1,\ b=2$时，$c=3,\ d=4$或$c=4,\ d=5$或$c=5,\ d=6$或$c=6,\ d=7$或$c=7,\ d=8$或$c=8,\ d=9$，

同理$a=2,\ b=3$时，$c=4,\ d=5$或$c=5,\ d=6$或$c=6,\ d=7$或$c=7,\ d=8$或$c=8,\ d=9$，

$a=3,\ b=4$时，$c=5,\ d=6$或$c=6,\ d=7$或$c=7,\ d=8$或$c=8,\ d=9$，

…，

$a=6,\ b=7$时，$c=8,\ d=9$，

∴当$a<b<c<d<10$，该四元方程一共有$6+5+4+3+2+1=21$组解，故③正确；

由③得$b=a+1$，$d=c+1$，

∵ $a+b+c+d=2022$，

∴ $a+a+1+c+c+1=2022$，

∴ $a+c=1010$，

∵a，c都是正整数，且$a<c$，

∴当$a=1$时，$c=1009$，

当$a=2$时，$c=1008$，

L ，

当$a=504$时，$c=506$，

∴满足题意的 a、b、c、d 的值有 504 组，

∴若$a+b+c+d=2022$，则该四元方程有 504 组解，故④正确；

故选 D．

【点睛】本题主要考查了因式分解的应用，二元一次方程的解，解题的关键在于能够正确理解题意，以及方程的解得含义．

5．-18

【分析】设原式可分解为(x+ky+c)(x+ly+d)， 展开后得出 $x^2+(k+l)xy+kly^2+(c+d)x+(cl+dk)y+cd$,推出 cd=-24,c+d=-5,cl+dk=43,k+l=7,a=kl 求出即可．

【详解】解：∵多项式的第一项是 x^2，因此原式可分解为： (x+ky+c)(x+ly+d)

∵ $(x+ky+c)(x+ly+d)= x^2+(k+l)xy+kly^2+(c+d)x+(cl+dk)y+cd$，

∴cd=-24,c+d=-5,

∴c=3,d=-8,

∵cl+dk=43,

∴3l-8k=43,

∵k+l=7,

∴k=-2,l=9,

∴a=kl=-18

故答案为-18.

【点睛】此题考查因式分解的概念，根据题意得出 cd=-24,c+d=-5,cl+dk=43,k+l=7,a=kl 是解决问题的关键．

6．1011

【分析】根据新运算法则可得$\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=2$，即$x-y=2xy$，代入原式化简即可求解.

【详解】解：由题意得：

$x*y=2$，即$\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=2$，则：$x-y=2xy$，

则$\frac{2022xy}{x-y}=\frac{2022xy}{2xy}=1011$，

故答案为：1011.

【点睛】本题考查了分式的化简求值，理解新运算法则，将已知化为未知的形式进行化简是解题的关键.

7．-2 或 0 或-1 或 2

【分析】根据零指数幂的性质，得出$\begin{cases}x^2-x-1\neq 0\\x+2=0\end{cases}$或底数是-1 指数是偶数或$x^2-x-1=1$，解方程求出 x，验证底数不为 0 即可.

【详解】解：∵$\left(x^2-x-1\right)^{x+2}=1$，

分三种情况讨论：

∴$\begin{cases}x^2-x-1\neq 0\\x+2=0\end{cases}$或 x^2-x-1=-1 且指数为偶数或$x^2-x-1=1$，

（1）当$\begin{cases}x^2-x-1\neq 0\\x+2=0\end{cases}$时，

∴$x=-2$，

当$x=-2$时$x^2-x-1=4+2-1=5\neq 0$，

∴$x=-2$，

（2）x^2-x-1=-1 且指数为偶数时，

x=0;

(3)当$x^2-x-1=1$时，

因式分解得$(x+1)(x-2)=0$

解得$x=-1$，$x=2$

故答案为-2 或 0 或-1 或 2.

【点睛】本题考查零指数幂性质，一元一次方程，一元二次方程解法，掌握任何不等于 0 的 0 次幂为 1，底数为-1 的偶次方为 1，底数为 1 的任何次方为 1 是解题关键.

8．**1** ；

【详解】解：$\because \dfrac{x^2+3}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+2\right)}=\dfrac{a}{x^2+1}+\dfrac{b}{x^2+2}$，$\therefore x^2+3=a(x^2+2)+b(x^2+1)$，$\therefore$

$x^2+3=(a+b)x^2+(2a+b)$，$\therefore \begin{cases}a+b=1\\2a+b=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$，$\therefore b^a=(-1)^2=1$．故答案为 1．

9．2

【分析】设 $\dfrac{a^2b^2}{a^2y^2+b^2x^2}=\dfrac{b^2c^2}{b^2z^2+c^2y^2}=\dfrac{c^2d^2}{c^2w^2+d^2z^2}=\dfrac{abcd}{xyzw}=\dfrac{1}{k}$，即有：

$\dfrac{a^2y^2}{a^2b^2}+\dfrac{b^2x^2}{a^2b^2}=\dfrac{b^2z^2}{b^2c^2}+\dfrac{c^2y^2}{b^2c^2}=\dfrac{c^2w^2}{c^2d^2}+\dfrac{d^2z^2}{c^2d^2}=\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，化简：$\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，则有：$\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}$，$\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}$，$\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，设 $\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}=m$，$\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}=n$，即 $\dfrac{a^2}{x^2}=\dfrac{c^2}{z^2}=\dfrac{1}{m}$，$\dfrac{b^2}{y^2}=\dfrac{d^2}{w^2}=\dfrac{1}{n}$，$m+n=\dfrac{z^2}{c^2}+\dfrac{w^2}{d^2}=k$，$k=\dfrac{xyzw}{abcd}=mn$，则问题即可得解．

【详解】结合 a，b，c，d，x，y，z，w 是互不相等的非零实数进行下述运算，

设 $\dfrac{a^2b^2}{a^2y^2+b^2x^2}=\dfrac{b^2c^2}{b^2z^2+c^2y^2}=\dfrac{c^2d^2}{c^2w^2+d^2z^2}=\dfrac{abcd}{xyzw}=\dfrac{1}{k}$，

则有：$\dfrac{a^2y^2+b^2x^2}{a^2b^2}=\dfrac{b^2z^2+c^2y^2}{b^2c^2}=\dfrac{c^2w^2+d^2z^2}{c^2d^2}=\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，

即有：$\dfrac{a^2y^2}{a^2b^2}+\dfrac{b^2x^2}{a^2b^2}=\dfrac{b^2z^2}{b^2c^2}+\dfrac{c^2y^2}{b^2c^2}=\dfrac{c^2w^2}{c^2d^2}+\dfrac{d^2z^2}{c^2d^2}=\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，

化简：$\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，

则有：$\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}$，$\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}$，$\dfrac{xyzw}{abcd}=k$，

设 $\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{z^2}{c^2}=m$，$\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{w^2}{d^2}=n$，

即 $\dfrac{a^2}{x^2}=\dfrac{c^2}{z^2}=\dfrac{1}{m}$，$\dfrac{b^2}{y^2}=\dfrac{d^2}{w^2}=\dfrac{1}{n}$，$m+n=\dfrac{z^2}{c^2}+\dfrac{w^2}{d^2}=k$，

则有：$m^2=\dfrac{x^2}{a^2}\cdot\dfrac{z^2}{c^2}$，$n^2=\dfrac{y^2}{b^2}\cdot\dfrac{w^2}{d^2}$，

即有：$k=\dfrac{xyzw}{abcd}=mn$，

则有：$\dfrac{a^2}{x^2}+\dfrac{b^2}{y^2}+\dfrac{c^2}{z^2}+\dfrac{d^2}{w^2}=\dfrac{2}{m}+\dfrac{2}{n}=\dfrac{2\left(m+n\right)}{mn}=\dfrac{2k}{k}=2$，

故答案为：2．

【点睛】本题主要考查分式的化简求值，熟练掌握分式的混合运算法则和性质是解题的关键．

10．k=-3

【分析】首先由 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$，可设多项式=(x+my+1)×(x+ny+2)，然后根据多项式乘以多项式的运算法则求(x+my+1)×(x+ny+2)的值，又由多项式相等时对应项的系数相等，可得方程组 m+n=-2、mn=k、2m+n=-5，解得 m 和 n 的值，并求出 k 值．

【详解】因为 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$，所以令原式=(x+my+1)×(x+ny+2)，即

$x^2+(m+n)xy+mny^2+3x+(2m+n)y+2=x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2$,所以 m+n=-2、mn=k、2m+n=-5,求得 m=-3，n=1，所以 k=mn=-3，所以当 k=-3 时，多项式 $x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2$ 能分解成两个一次因式的积.

【点睛】熟练掌握因式分解提公因式法、公式法.

11．化简结果为：$\frac{1}{x}$；将 x=2 代入得：$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$；

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值

【详解】$\left[\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x(x-1)}\right]\cdot\frac{1}{x+1}$

解：原式$=\left[\frac{x^2}{x(x-1)}-\frac{1}{x(x-1)}\right]\cdot\frac{1}{x+1}$

$=\frac{x^2-1}{x(x-1)}\cdot\frac{1}{x+1}$

$=\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}\cdot\frac{1}{x+1}$

$=\frac{1}{x}$，

∵ $-1\le x\le 2$，

∴可以取 x=2，

∴原式=$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查分式的混合运算，因式分解，能够熟练进行分式的混合运算是解决本题的关键.

12．见解析

【分析】根据完全平方公式进行计算得出$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+by+cz)^2$

$=(ay-bx)^2+(az-cx)^2+(bz-cy)^2$ 即可得证.

【详解】解：∵ $(ay-bx)^2=a^2y^2-2abxy+b^2x^2\ge 0$

$(az-cx)^2=a^2z^2-2acxz+c^2x^2\ge 0$，

$(bz-cy)^2=b^2z^2-2bcyz+c^2y^2\ge 0$，

∴ $(ay-bx)^2+(az-cx)^2+(bz-cy)^2\ge 0$，

即 $a^2y^2-2abxy+b^2x^2+a^2z^2-2acxz+c^2x^2+b^2z^2-2bcyz+c^2y^2\geq 0$，

整理得 $a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2+c^2x^2+b^2z^2+c^2y^2-2abxy-2acxz-2bcyz\geq 0$，

$\because \left(a^2+b^2+c^2\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)-\left(ax+by+cz\right)^2$

$=a^2x^2+a^2y^2+a^2z^2+b^2x^2+b^2y^2+b^2z^2+c^2x^2+c^2y^2+c^2z^2-a^2x^2-b^2y^2-c^2z^2-2abxy-2bcyz-2acxz$

$=a^2y^2+a^2z^2+c^2x^2+b^2x^2+b^2z^2+c^2y^2-2abxy-2bcyz-2acxz$

$=\left(ay-bx\right)^2+\left(az-cx\right)^2+\left(bz-cy\right)^2$，

$\therefore \left(a^2+b^2+c^2\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)\geq\left(ax+by+cz\right)^2$.

【点睛】本题考查了完全平方公式，平方的非负性，掌握完全平方公式是解题的关键