

## 昆山提招数学模拟卷 7——因式分解及分式

### 一、单选题

1. 已知  $7^{24} - 1$  可被 40 至 50 之间的两个整数整除，则这两个整数是 ( )

- A. 41, 48                  B. 45, 47                  C. 43, 48                  D. 41, 47

2. 已知  $x, y, z$  满足  $\frac{2}{x} = \frac{3}{y-z} = \frac{5}{z+x}$ ，则  $\frac{5x-y}{y+2z}$  值为 ( ) .

- A. 1                          B.  $\frac{1}{3}$                           C.  $-\frac{1}{3}$                           D.  $\frac{1}{2}$

3. 使代数式  $y = \frac{x^2+11}{x+1}$  的值为整数的全体自然数  $x$  的和是( ) .

- A. 5                          B. 6                          C. 12                          D. 22

4. 已知正整数  $a, b, c, d$  满足  $a < b < c < d$ ，且  $a+b+c+d = d^2 - c^2 + b^2 - a^2$ ，关于这个四元方程下列说法正确的个数是 ( )

- ①  $a=1, b=2, c=3, d=4$  是该四元方程的一组解；  
 ② 连续的四个正整数一定是该四元方程的解；  
 ③ 若  $a < b < c < d < 10$ ，则该四元方程有 21 组解；  
 ④ 若  $a+b+c+d = 2022$ ，则该四元方程有 504 组解.

- A. 1                          B. 2                          C. 3                          D. 4

### 二、填空题

5. 已知多项式  $x^2 + 7xy + ay^2 - 5x + 43y - 24$  可分解为两个一次因式的积，则  $a =$  \_\_\_\_\_.

6. 对于任意两个非零实数  $a, b$ ，定义新运算“ $*$ ”如下： $a*b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ ，例如： $3*4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$  . 若  $x*y = 2$ ，则  $\frac{2022xy}{x-y}$  的值为\_\_\_\_\_.

7. 已知  $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$ ，则  $x =$  \_\_\_\_\_.

8.  $a, b$  为常数，且对任何实数  $x$  都有  $\frac{x^2+3}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{a}{x^2+1} + \frac{b}{x^2+2}$  成立，则  $b^a =$  \_\_\_\_\_.

9. 已知  $a, b, c, d, x, y, z, w$  是互不相等的非零实数，且

$\frac{a^2b^2}{a^2y^2+b^2x^2} = \frac{b^2c^2}{b^2z^2+c^2y^2} = \frac{c^2d^2}{c^2w^2+d^2z^2} = \frac{abcd}{xyzw}$ ，则  $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2} + \frac{d^2}{w^2}$  的值为\_\_\_\_\_ .

## 三、解答题

10.  $k$  为何值时, 多项式  $x^2 - 2xy + ky^2 + 3x - 5y + 2$  能分解成两个一次因式的乘积?

11. 先化简:  $(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x}) \div (x+1)$ , 然后从  $-1 \leq x \leq 2$  中选择一个合适的数代入求值.

12. 证明:  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$

友果培优