昆山提招模拟卷 7——因式分解及整式

答案与解析

1．A

【分析】根据已知得出 2007=2006+1，将原式整理为关于 2006 的平方形式得出答案.

【详解】设 x=2006，则 $m=x^2+x^2(x+1)^2+(x+1)^2=(x-1-x)^2+2x(x+1)+[x(x+1)]^2=[x(x+1)+1]^2$

$=(x^2+x+1)^2$,则 m=（2016^2+2016+1）^{2}，所有 m 为奇数.

【点睛】掌握因式分解法：完全平方法（a±b）$^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

2．A

【分析】由 $\dfrac{26x^3y^3}{x^6-27y^6}=1$ 可得 $x^6-26x^3y^3-27y^6=0$，进而可得 $\left(\dfrac{x}{y}\right)^6-26\left(\dfrac{x}{y}\right)^3-27=0$，解得 $\dfrac{x}{y}=-1$ 或 $\dfrac{x}{y}=3$，然后再对 $\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ 进行变形即可解答.

【详解】解：∵ $\dfrac{26x^3y^3}{x^6-27y^6}=1$，得 $x^6-26x^3y^3-27y^6=0$，

即 $\left(\dfrac{x}{y}\right)^6-26\left(\dfrac{x}{y}\right)^3-27=0$.

∴ $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3=-1$ 或 $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3=27$.

即 $\dfrac{x}{y}=-1$ 或 $\dfrac{x}{y}=3$.

∴ $x^2\neq y^2$，所以 $\dfrac{x}{y}=3$，$\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}=\dfrac{\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+1}{\left(\dfrac{x}{y}\right)^2-1}=\dfrac{9+1}{9-1}=\dfrac{5}{4}$.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了分式的化简求值、立方根、解一元二次方程等知识点，解题的关键是灵活应用相关定义和运算法则以及整体法来求解.

3．D

【分析】由 $a^2+b^2=4ab$ 可得 $(a+b)^2=6ab$，∴$(a-b)^2=2ab$，然后根据 a＞b＞0 得 $a+b=\sqrt{6ab}$，$a-b=\sqrt{2ab}$，代入 $\dfrac{a+b}{a-b}$ 即可.

【详解】解：∵$a^2+b^2=4ab$，

∴$(a+b)^2=6ab$，∴$(a-b)^2=2ab$，

∵a＞b＞0，

∴ $a+b=\sqrt{6ab}$，$a-b=\sqrt{2ab}$，

∴ $\frac{a+b}{a-b}=\frac{\sqrt{6ab}}{\sqrt{2ab}}=\sqrt{3}$.

故选 D.

【点睛】本题考查了分式的运算，正确运用完全平方公式是解题的关键.

4．C

【分析】根据$a+b+c=abc=a^3$，得到$b+c=a^3-a$，$bc=a^2$，将$ab+bc+ca$转化为用a表示的式子，构造一个以b,c为两个根的一元二次方程，再转化为含字母a的一元二次方程，根据方程有两个根，得到$\Delta\geq 0$，求出a的取值范围，即可得解.

【详解】解：∵a，b，c均为非零实数，且$a+b+c=abc=a^3$，

∴$b+c=a^3-a$，$bc=a^2$，

∴ $ab+bc+ca=bc+a(b+c)=a^2+a(a^3-a)=a^4$，

∵b，c是方程$x^2-(b+c)x+bc=0$的两根，

方程$x^2-(a^3-a)x+a^2=0$有两个实数根，

则$\Delta=(a^3-a)^2-4a^2\geq 0$，即$a^6-2a^4-3a^2\geq 0$

∵ $a^2\neq 0$，

∴ $a^4-2a^2-3\geq 0$，即$(a^2-3)(a^2+1)\geq 0$，

∵ $(a^2+1)>0$，

∴ $a^2-3\geq 0$，即$a^2\geq 3$，

∴ $ab+bc+ca=a^4\geq 3^2=9$，

即$ab+bc+ca$的最小值为 9；

故选：C.

【点睛】本题考查因式分解和一元二次方程的判别式．解题的关键是将待求代数式，用一个字母进行表示，构造出一元二次方程.

5．C

【分析】①将$x_2=5$代入式子依次计算即可；②从$x_1=2$开始依次计算出x_2,x_3,x_4,x_5，即可找到周期性规

律；然后利用规律计算 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{2022}$ 即可；③利用规律找到 x_1,x_2,x_9 之间的规律，将 x_2,x_9 分别用 x_1 表示，解方程即可；④利用规律将 $x_1\cdot x_9+\frac{x_1\cdot x_{10}}{x_2\cdot x_{19}}-(m+1)x_1$ 化简得二次函数，利用二次函数求最值即可.

【详解】解：①将 $x_2=5$ 代入 $x_3=\frac{1}{1-x_2}$ 得：$x_3=\frac{1}{4}$，

然后依次求得：$x_4=\frac{4}{5},x_5=5,x_6=\frac{1}{4},x_7=\frac{4}{5}$

故①正确

② 由①可归纳得出规律：周期性为 3；将 $x_1=2$ 可以求得：$x_2=-1,x_3=\frac{1}{2}$，

则：每个周期的和为 $x_1+x_2+x_3=2+(-1)+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{2022}$ 中共 2022 个数据，

周期个数为：$\frac{2022}{3}=674$ 个

则：$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{2022}=674\times\frac{3}{2}=1011$

故②错误

③由规律得：$x_2=\frac{1}{1-x_1}$，$x_9=x_1$，

当 $x_1=\sqrt{2}$ 代入可得：$x_2=-1-\sqrt{2}$，$x_9=x_3=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

将三个数值代入 $(x_1+1)(x_2+1)x_9$ 中得 -1

故③正确

④将 x_2,x_3 分别用 x_1 表示得：$x_2=\frac{1}{1-x_1}$，$x_3=\frac{x_1-1}{x_1}$，

则 $x_9=x_3=\frac{x_1-1}{x_1}$，$x_{10}=x_1$，$x_{19}=x_1$

$$x_1\cdot x_9+\frac{x_1\cdot x_{10}}{x_2\cdot x_{19}}-(m+1)x_1$$

$$=x_1\cdot\frac{x_1-1}{x_1}+\frac{x_1\cdot x_1}{\frac{1}{1-x_1}\cdot x_1}-(m+1)x_1$$

化简得：上式 $=-x_1^2+(1-m)x_1-1$

$y=-x_1^2+(1-m)x_1-1$ 开口向下，最大值为 $\frac{(1-m)^2-4}{4}$，

$w=\frac{(1-m)^2-4}{4}$ 的对称轴为 $m=1$，

$\because -1<m<3$，所以$m=3$或-1时，w有最大值0（取不到）

$\therefore \dfrac{(1-m)^2-4}{4}<0$

$\therefore -x_1^2+(1-m)x_1-1<0$

$\therefore x_1\cdot x_9+\dfrac{x_1\cdot x_{10}}{x_2\cdot x_{19}}-(m+1)x_1$的值恒为负

故④正确

故选C

【点睛】本题考查了归纳概括能力，相关知识点有：分式的化简、二次根式的化简、二次函数求最值、有理数的运算等，归纳得出周期性规律是解题关键.

6．3

【分析】把含字母的式子整理到等式的左边，常数项整理到等式的右边，把等式的左边进行因式分解，判断相应的整数即可.

【详解】∵$n^2-m^2=1998^2-1997^2=3995=5\times17\times47$

∴$(n-m)(n+m)=5\times17\times47$

对于3995的任意整数分解均可得到(m，n)，故满足条件的整数对(m，n)共有3对.

【点睛】熟练掌握因式分解的运用，本题考查平方差公式$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

7．$\dfrac{11}{25}$

【分析】计算$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{1}{c}\right)\left(c+\dfrac{1}{a}\right)$，然后整体代入求解即可；或者把已知条件组成方程组，解方程组求出$a=\dfrac{25}{9}$，$c=\dfrac{2}{25}$，代入计算即可.

【详解】解：解法一：因为$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{1}{c}\right)\left(c+\dfrac{1}{a}\right)$

$=\left(ab+\dfrac{a}{c}+1+\dfrac{1}{bc}\right)\left(c+\dfrac{1}{a}\right)$

$=abc+a+c+\dfrac{1}{b}+b+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{abc}$

$=\left(a+\dfrac{1}{b}\right)+\left(b+\dfrac{1}{c}\right)+\left(c+\dfrac{1}{a}\right)+\left(abc+\dfrac{1}{abc}\right)$

所以$3\times17\times\left(c+\dfrac{1}{a}\right)=3+17+\left(c+\dfrac{1}{a}\right)+2$，

解得$c+\dfrac{1}{a}=\dfrac{11}{25}$.

故答案为：$\dfrac{11}{25}$.

解法二：由$\begin{cases} abc=1 \\ a+\dfrac{1}{b}=3 \\ b+\dfrac{1}{c}=17 \end{cases}$，得$\begin{cases} ab=\dfrac{1}{c}=17-b \\ ab=3b-1 \end{cases}$，

因此$17-b=3b-1$，$b=\dfrac{9}{2}$.

由此可得$a=\dfrac{25}{9}$，$c=\dfrac{2}{25}$.

所以$c+\dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{25}+\dfrac{9}{25}=\dfrac{11}{25}$

故答案为：$\dfrac{11}{25}$.

【点睛】本题考查了分式的运算，解题关键是熟练运用分式运算法则进行计算，注意运用整体思想求解.

8．1

【分析】分别将三个等式相乘、相加，联立可得到一个只含有xyz的等式，求解即可.

【详解】$x+\dfrac{1}{y}=4, y+\dfrac{1}{z}=1, z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{7}{3}$

三个等式相加得：$x+\dfrac{1}{y}+y+\dfrac{1}{z}+z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{22}{3}$①

三个等式相乘得：$(x+\dfrac{1}{y})(y+\dfrac{1}{z})(z+\dfrac{1}{x})=\dfrac{28}{3}$

整理得：$xyz+\dfrac{1}{xyz}+x+\dfrac{1}{y}+y+\dfrac{1}{z}+z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{28}{3}$②

将①代入②得：$xyz+\dfrac{1}{xyz}+\dfrac{22}{3}=\dfrac{28}{3}$，即$xyz+\dfrac{1}{xyz}=2$

令$xyz=a$

则$a+\dfrac{1}{a}=2$

解得：$a_1=a_2=1$

经检验，$a=1$是方程$a+\dfrac{1}{a}=2$的解

则$xyz=1$

故答案为：1.

【点睛】本题考查了分式的化简求值，观察已知等式，将它们分别相加、相乘，再代入求解是一种常用的解题思路，需熟练掌握.

9．**0**；

【详解】解：∵$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$=1，∴b - a=ab，∴a - b= - ab，∴ $\frac{a+ab-b}{a-2ab-b}=\frac{-ab+ab}{-ab-2ab}$=0．故答案为 0．

10．(x-z)(y-z)(x-y)(x+y+z)

【分析】去括号整理后可得 $x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)$，由 x-y=(x-z)+(z-y)，原式可变为 $x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3[(x-z)+(z-y)]$，将中括号去掉，把小括号作为整体，重新分组分解即可．

【详解】$xy(x^2-y^2)+yz(y^2-z^2)+zx(z^2-x^2)$

$=x^3y-xy^3+y^3z-yz^3+z^3x-zx^3$

$=x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)$

∵x-y=(x-z)+(z-y),

∴原式$=x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3[(x-z)+(z-y)]$

$=(x^3-z^3)(y-z)+(y^3-z^3)(z-x)$

$=(x-z)(x^2+xz+z^2)(y-z)+(y-z)(y^2+yz+z^2)(z-x)$

$=(x-z)(y-z)(x^2+zx+z^2-y^2-yz-z^2)$

$=(x-z)(y-z)(x-y)(x+y+z)$.

【点睛】本题考查了因式分解，把一个多项式化成几个整式的乘积的形式，叫做因式分解.因式分解常用的方法有：①提公因式法；②公式法；③十字相乘法；④分组分解法．因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止.

11．2

【详解】试题分析：展开已知条件可得$(a+c-2b)^2=0$，得到 a+c=2b，即可得到结论．

试题解析：解：∵$(a-c)^2-4(b-c)(a-b)=0$，

∴ $a^2+c^2-2ac-4ab+4b^2+4ac-4bc=0$，

$a^2+c^2+4b^2+2ac-4ab-4bc=0$，

$(a+c-2b)^2=0$ ，

∴ $a+c=2b$ ．

∵ $abc\neq 0$，

∴ $\frac{a+c}{b}$=2．

点睛：本题考查了分式化简求值．解题的关键是把已知进行变形，得到$(a+c-2b)^2=0$．

12．(1) 2023 不是“星耀重外数”，5522 是“星耀重外数”；理由见解析

(2) 2299 或 4477 或 4678

【分析】（1）根据题干中的新定义判定求解；

（2）根据新定义将 $G(M)=\dfrac{49ac-2a+2d+23b-6}{24}$ 化为 $2ac+b+\dfrac{ac-3a+2c-6}{24}$，

由题意可得：$2ac+b$ 为整数，从而推导出 $ac-3a+2c-6$ 是 24 的整数倍，利用因式分解

$ac-3a+2c-6=(a+2)(c-3)$，结合 $2\le a\le b<c\le d\le 9$，可得 $a+2\ge 4$，$c-3\le 6$，再分三种情况讨论即可．

【详解】（1）解：$\because 0-2=-2\ne 2\times(3-2)$，

$\therefore$ 2023不是“星耀重外数”；

$\because 5-5=0=2\times(2-2)$，

$\therefore$ 5522是“星耀重外数”．

$\therefore$ 2023不是“星耀重外数”，5522是“星耀重外数”．

（2）$\because$ 一个“星耀重外数”M 的千位数字为 a，百位数字为 b，十位数字为 c，个位数字为 d，

$2\le a\le b<c\le d\le 9$，

$\therefore b-a=2(d-c)$，且 a，b，c，d 均为正整数，

$\therefore b-a=2d-2c$，

$\therefore 2d=b-a+2c$，

$\therefore G(M)=\dfrac{49ac-2a+2d+23b-6}{24}$

$=\dfrac{49ac-2a+b-a+2c+23b-6}{24}$

$=\dfrac{48ac+24b+ac-3a+2c-6}{24}$

$=2ac+b+\dfrac{ac-3a+2c-6}{24}$，

由题意可得：$2ac+b$ 为整数，

又 $\because G(M)$ 是整数，

$\therefore ac-3a+2c-6$ 是 24 的整数倍，

$\because ac-3a+2c-6=a(c-3)+2(c-3)=(a+2)(c-3)$，

又 $\because 2\le a\le b<c\le d\le 9$，

$\therefore a+2\ge 4$，$c-3\le 6$，

$\therefore$ 有以下几种情况：

当 $a+2=4$，$c-3=6$ 时，即 $a=2$，$c=9$，

$\therefore d=c=9$，$b=2d-2c+a=18-18+2=2$，

此时 M 为 2299；

当 $a+2=6$，$c-3=4$ 时，即 $a=4$，$c=7$，

$\therefore b-4=2(d-7)$，

解得：$\begin{cases} b_1=4 \\ d_1=7 \end{cases}$，$\begin{cases} b_2=6 \\ d_2=8 \end{cases}$，

此时 M 为 4477 或 4678；

当 $a+2=8$，$c-3=3$ 时，即 $a=6$，$c=6$，不符合题意；

综上所述，满足条件的 M 的值为 2299 或 4477 或 4678．

【点睛】本题考查因式分解的应用和新定义，运用了分类讨论的思想．理解新定义是解题的关键．