

昆山提招数学模拟卷 6——因式分解及分式

一、单选题

1. 若 $m = 2006^2 + 2006^2 \times 2007^2 + 2007^2$, 则 $m = (\quad)$.
- A. 是完全平方数, 还是奇数 B. 是完全平方数, 还是偶数
C. 不是完全平方数, 但是奇数 D. 不是完全平方数, 但是偶数
2. 已知实数 x, y 满足 $\frac{26x^3y^3}{x^6-27y^6} = 1$ 且 $x^2 \neq y^2$, 则 $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ 的值为 (\quad)
- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
3. 设 $a > b > 0$, $a^2 + b^2 = 4ab$, 则 $\frac{a+b}{a-b}$ 的值为 (\quad)
- A. 3 B. $\sqrt{6}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
4. 若 a, b, c 均为非零实数, 且 $a+b+c = abc = a^3$, 则 $ab+bc+ca$ 的最小值为 (\quad)
- A. 6 B. 8 C. 9 D. 13
5. 按顺序排列的若干个数: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, (n 是正整数), 从第二个数 x_2 开始, 每一个数都等于 1 与它前面的那个数的差的倒数, 即: $x_2 = \frac{1}{1-x_1}$, $x_3 = \frac{1}{1-x_2}$, \dots , 下列说法正确的个数有 (\quad)
- ①若 $x_2 = 5$, 则 $x_7 = \frac{4}{5}$
②若 $x_1 = 2$, 则 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2022} = \frac{2021}{2}$
③若 $(x_1+1)(x_2+1)x_9 = -1$, 则 $x_1 = \sqrt{2}$
④当 $-1 < m < 3$ 时, 代数式 $x_1 \cdot x_9 + \frac{x_1 \cdot x_{10}}{x_2 \cdot x_{19}} - (m+1)x_1$ 的值恒为负
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

6. 满足 $1998^2 + m^2 = 1997^2 + n^2$ ($0 < m < n < 1998$) 的整数对 (m, n) , 共有 _____ 对.
7. 若正数 a, b, c 满足 $abc=1$, $a + \frac{1}{b} = 3, b + \frac{1}{c} = 17$, 则 $c + \frac{1}{a} =$ _____.
8. 已知 x, y, z 满足 $x + \frac{1}{y} = 4, y + \frac{1}{z} = 1, z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$, 则 $xyz =$ _____.
9. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$, 则 $\frac{a+ab-b}{a-2ab-b}$ 的值等于 _____

三、解答题

10. 分解因式: $xy(x^2 - y^2) + yz(y^2 - z^2) + zx(z^2 - x^2)$

11. 已知实数 a 、 b 、 c 满足 $abc \neq 0$ 且 $(a-c)^2 - 4(b-c)(a-b) = 0$, 求 $\frac{a+c}{b}$ 的值.

友果培优

12. 若一个四位数 M 的百位数字与千位数字的差恰好是个位数字与十位数字的差的 2 倍，则将这个四位数 M 称作“星耀重外数”。例如： $M = 2456$ ， $\because 4 - 2 = 2 \times (6 - 5)$ ， $\therefore 2456$ 是“星耀重外数”；又如 $M = 4325$ ， $\because 3 - 4 \neq 2 \times (5 - 2)$ ， $\therefore 4325$ 不是“星耀重外数”。

(1) 判断 2023，5522 是否是“星耀重外数”，并说明理由；

(2) 一个“星耀重外数” M 的千位数字为 a ，百位数字为 b ，十位数字为 c ，个位数字为 d ，且满足

$2 \leq a \leq b < c \leq d \leq 9$ ，记 $G(M) = \frac{49ac - 2a + 2d + 23b - 6}{24}$ ，当 $G(M)$ 是整数时，求出所有满足条件的 M 。

友果培优