

昆山提招数学模拟卷 4 答案与解析

1. C

【分析】先确定 $3m$ 和 2^n 不等，考虑在从小到大排列的形如 $3m$ (m 为正整数) 的正整数 3, 6, 9, 27, ... 中，从小到大添加形如 2^n (n 为正整数) 的数。再根据 $2022 = 3 \times 674$ 即可。

【详解】易知形如 $3m$ 和 2^n (m, n 为正整数) 的正整数不可能相等。

考虑在从小到大排列的形如 $3m$ (m 为正整数) 的正整数 3, 6, 9, 27, ... 中，从小到大添加形如 2^n (n 为正整数) 的数。

由 $2022 = 3 \times 674$ 知，将形如 $3m$ (m 为正整数) 的正整数从小到大排列，2022 是第 674 个数。

由于 $2^{10} = 1024 < 2022$ ， $2^{11} = 2048 > 2022$ ，所以有 10 个形如 2^n (n 为正整数) 的数小于 2022，这 10 个数排在 2022 前面。

所以 $k = 674 + 10 = 684$ 。

【点睛】本题考查数字排列规律问题，掌握因数分解方法，有理数大小比较是解题关键。

2. C

【分析】根据数轴可知 $AB=7$ ，点 C 到点 A 、 B 的距离之和为 13，所以点 C 在点 A 的左侧或点 B 的右侧，分这两种情况讨论求解即可。

【详解】解： $AB=5-(-2)=7$ ，点 C 到点 A 、 B 的距离之和为 13，

点 C 在点 A 的左侧或点 B 的右侧，

设 C 点表示的数为 x ，

①当 C 在点 A 的左侧时，依题意得 $(-2-x)+(5-x)=13$ 解得， $x=-5$ ；

②当点 C 在点 B 的右侧时，依题意得 $x-(-2)+x-5=13$ 解得， $x=8$ ；

\therefore 点 C 表示的数为 -5 或 8；

故选：C。

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用及数轴上两点之间的距离，能通过题目找出相等关系列出方程是关键，这里还需要注意分类讨论的问题。

3. D

【详解】由数轴得， $a+1>0$ ， $a<0$ ， $a-b<0$ ， $b-1<0$ ，

$$\therefore \frac{|a+1|}{a+1} - \frac{|a|}{a} + \frac{b-a}{|a-b|} - \frac{1-b}{|b-1|}$$

$$= \frac{a+1}{a+1} - \frac{-a}{a} + \frac{b-a}{-(a-b)} - \frac{1-b}{-(b-1)}$$

$$= 1+1+1-1$$

$$= 2$$

故选 D.

【点睛】本题考查了化简绝对值问题，根据 $|a| = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}$ ，此时， a 可以看作一个式子， a 是正数或 0，

则把绝对值变成括号，如果 a 是负数，则绝对值变括号，前面加负号.

4. C

【分析】先把需要化简的数进行化简，再根据正数定义进行判断，即可得到结果.

【详解】解：∵ $|15|=15$ ， -2.333 的相反数是 2.333 ，

∴ 正数有：①③⑥，

故选：C.

【点睛】本题考查正数、绝对值、相反数，正确理解相关定义是解题的关键.

5. C

【分析】截止 2026 年 8 月，两种还款方式最终所还本金相同，且两种还款方式所还利息也相同. 所以按现计划的所有还款数额比按原约定所有还款数额少的部分为：按原计划还款时，自 2026 年 9 月起至原计划结束时所还的利息，即共计 60 个月的利息. 根据“等额本金还款法”，算出 2026 年 9 月起每个月的利息，然后进行求和就可得后 60 个月的总利息，从而得出答案.

【详解】∵ 每月应还本金为 $360000 \div 120 = 3000$ ，

2026 年 8 月还完后本金还剩 $360000 - 3000 \times 60 = 180000$ ，

2026 年 9 月应还利息为： $180000 \times 0.5\%$ ；

2026 年 10 月应还利息为： $(180000 - 3000) \times 0.5\%$ ；

2026 年 11 月应还利息为： $(180000 - 3000 \times 2) \times 0.5\%$ ；……，

最后一次应还利息为： $(180000 - 3000 \times 59) \times 0.5\%$ ；

∴ 后 60 个月的利息合计为：

$$(180000 \times 60) - 3000 \times (1 + 2 + 3 \cdots + 59) \times 0.5\% = (10800000 - 3000 \times 1770) \times 0.5\% = 27450.$$

即该大学毕业生按现计划的所有还款数额比按原约定所有还款数额少 27450 元.

故选：C.

【点睛】本题考查了题意理解能力、计算能力和实际问题解决能力，能理解题意并准确地进行有理数运算是做出本题的关键。

6. D

【分析】按照有理数混合运算的顺序， $\frac{1}{3^2-2^2} = \frac{1}{(3-2)(3+2)}$ 以此类推可以计算结果。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 } A &= 48 \times \left(\frac{1}{3^2-4} + \frac{1}{4^2-4} + \cdots + \frac{1}{100^2-4} \right) \\ &= 48 \times \left[\frac{1}{(3-2)(3+2)} + \frac{1}{(4-2)(4+2)} + \cdots + \frac{1}{(100-2)(100+2)} \right] \\ &= 48 \times \left(\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{2 \times 6} + \cdots + \frac{1}{98 \times 102} \right) \\ &= 48 \times \left[\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) + \cdots + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{102} \right) \right] \\ &= 48 \times \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{98} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{102} \right) \right] \\ &= 12 \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100} - \frac{1}{101} - \frac{1}{102} \right) \\ &= 25 - 12 \times \left(\frac{1}{99} + \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} \right) \\ \text{因为 } 12 \times \left(\frac{1}{99} + \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} \right) &< 12 \times \frac{4}{99} < \frac{1}{2} \end{aligned}$$

所以与 A 最接近的正整数为 25.

故选 D.

【点睛】本题考查的是有理数的运算能力. 注意：在有理数混合计算中，公式的运用。

7. D

【分析】根据题意可设 $\overline{2abcd8} = (\overline{xy})^3$ ，则据末位数字特征得 $y=2$ ，进而根据 $60^3=216000$ ， $70^3=343000$ 确定 $\overline{xy}=62$ ，即可求解。

【详解】设 $\overline{2abcd8} = (\overline{xy})^3$ ，则据末位数字特征得 $y=2$ ，

$$\because 60^3=216000, 70^3=343000,$$

$$\therefore 60 < \overline{xy} < 70,$$

$$\therefore \overline{xy} = 62,$$

$$\because 62^3=238328,$$

$$\therefore \overline{ab} = 38, \overline{cd} = 32,$$

$$\therefore \overline{ab} + \overline{cd} = 70.$$

故选 D.

【点睛】 本题考查的知识点是完全平方数，解题关键是根据末位数字特征得 $y=2$.

8. C

【分析】 结合已知条件将原式变形转化求出取值范围.

$$\text{【详解】 } 2006x + x - [x] = \frac{1}{2007}$$

$$[x] = 2007x - \frac{1}{2007}$$

由 $x-1 < [x] \leq x$, 得:

$$x-1 < 2007x - \frac{1}{2007} \leq x$$

$$\text{解得: } \frac{1}{a} - \frac{1}{2006} < x \leq \frac{1}{a} \quad a=2007 \times 2006$$

因此有 $[x]=0$ 或 -1

$$[x]=0, 2007x = \frac{1}{2007}, \text{ 得: } x = \left(\frac{1}{2007}\right)^2$$

$$[x]=-1, 2007x = -1 + \frac{1}{2007} = -\frac{2006}{2007}, \text{ 得: } x = -\frac{2006}{(2007)^2}$$

因此共有上面两个解.

点评: 本题难度中等, 主要考查学生对实数运算知识点的掌握, 结合已知条件将原式变形转化求出取值范围为解题关键.

9. $\frac{2008}{2009}$

【分析】 先根据绝对值和平方的非负性, 求出 a 、 b 的值, 再代入原式利用裂项求和的方法求值.

$$\text{【详解】 解: } \because |ab-2| + (1-b)^2 = 0, \therefore ab-2=0, 1-b=0,$$

解出 $b=1, a=2$,

$$\text{代入式子得: } \frac{1}{2 \times 1} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3} + \cdots + \frac{1}{2009 \times 2008}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2009}$$

$$= 1 - \frac{1}{2009}$$

$$= \frac{2008}{2009}.$$

【点睛】 本题考查绝对值和平方的非负性, 以及裂项求和, 解题的关键是掌握绝对值和平方的非负性,

熟悉裂项求和的方法.

10. (1) 9, -6; (2) 能, $m=1211$; (3) 2424

【分析】 (1) 根据任意三个相邻格子中所填整数之和都相等, 得到 x 及数字的排列规律, 即可计算第 2009 个格子中的数;

(2) 先计算出这三个数的和, 再按照规律计算;

(3) 由于是三个数重复出现, 重复计算前三个数的和得到规律后即可得到答案.

【详解】 (1) \because 任意三个相邻格子中所填整数之和都相等,

$$\therefore x=9, \text{ \& \& }=-6,$$

$$\therefore \# = 2,$$

\therefore 这列数是按 9, -6, 2 循环排列的,

$$\because 2009 \div 3 = 669 \dots 2,$$

\therefore 第 2009 个格子中的数是 -6,

故答案为: 9, -6;

(2) 能,

$$\because 9-6+2=5, 2018 \div 5 = 403 \dots 3, \text{ 且 } 9-6=3,$$

\therefore 前 m 个格子中所填整数之和可能为 2018,

m 的值为: $403 \times 3 + 2 = 1211$;

(3), 由于是三个数重复出现, 则前 19 个格子中的这三个数中, 9 出现 7 次, -6 出现 6 次, 2 出现 6 次,

代入式子计算可得 $(|9+6| \times 6 + |9-2| \times 6) \times 7 + (|-6-2| \times 6 + |-6-9| \times 7) \times 6 + (|2-9| \times 7 + |2+6| \times 6) \times 6 = 2424$,

故答案为: 2424.

【点睛】 此题考查数字类规律的探究, 根据题意找到数字的排列规律是解题的关键.

11. (1) 33; (2) 详见解析; (3) 满足条件的四位数有 3209, 3218, 3225, 3230.

【分析】 (1) 直接根据定义求解可得;

(2) 先根据定义, 化简求出 $F(\overline{abcd}) - F(\overline{abed})$, 将 $c = e + 2$ 代入, 发现刚好是 4 倍关系;

(3) $F(\overline{32xy}) = 3^4 + 2^3 + x^2 + y$, 根据 x, y 都必须是 0 至 9 之间的整数, 可判断求解.

【详解】 解: (1) $F(2137) = 2^4 + 1^3 + 3^2 + 7^1 = 16 + 1 + 9 + 7 = 33$;

$$(2) \therefore F(\overline{abcd}) - F(\overline{abed})$$

$$=(a^4 + b^3 + c^2 + d) - (a^4 + b^3 + e^2 + d)$$

$$=c^2 - e^2$$

$$\because c = e + 2,$$

$$\text{原式} = (e + 2)^2 - e^2$$

$$=4e + 4$$

$$=4(e + 1).$$

$\because e \geq 0$, 且 e 是整数, $\therefore 4(e+1)$ 是 4 的倍数.

所以, 当 $c = e + 2$ 时, $F(\overline{abcd}) - F(\overline{abed})$ 的结果一定是 4 的倍数.

$$(3) \because F(\overline{32xy}) = 3^4 + 2^3 + x^2 + y,$$

$$\therefore 3^4 + 2^3 + x^2 + y = 98. \quad \text{即 } x^2 + y = 9.$$

$$\because 0 \leq y \leq 9, \therefore 0 \leq x^2 \leq 9.$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3, \text{ 且 } x \text{ 为整数.}$$

$$\therefore \begin{cases} x=0, \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=1, \\ y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3, \\ y=0. \end{cases}$$

所以, 满足条件的四位数有 3209, 3218, 3225, 3230.

【点睛】 本题是定义新运算的运用, 解题关键是根据题干定义的运算规则进行转化求解.

12. -7

【分析】 根据新的定义运算法则, 将 $z = -3$ 代入 $(-2 \star z)(-4 \star z)$, 再根据新运算法则计算即可.

【详解】 解: 把 $z = -3$ 代入得:

$$(-2 \star z)z - (-4 \star z)$$

$$= [-2 \star (-3)](-3) - [-4 \star (-3)]$$

$$= (-3) \times (-3) - (-4)^2$$

$$= 9 - 16$$

$$= -7.$$

故答案为: -7.

【点睛】 本题主要考查有理数的混合运算、新运算法则等知识点, 读懂题意, 理解新运算是解题的关键.

$$13. \quad a > b \quad c > d$$

【分析】根据题意利用作差法进行整式与分式的加减运算，并将结果与 0 比较大小即可确定两数间的大小关系.

【详解】解：∵ x, y, z 是三个互不相同的非零实数，

$$\therefore a - b = x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) = \frac{1}{2}[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2] > 0.$$

$$\therefore a > b.$$

$$\text{又 } c - d = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} - \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{x}\right)^2 \right] > 0,$$

$$\therefore c > d.$$

故答案为： $a > b$ 和 $c > d$.

【点睛】本题考查式子的大小比较，用作差法得到代数式，运用完全平方公式配成完全平方的形式，根据 x, y, z 是互不相等的非零实数，证明代数式大于 0，得到 a 与 b, c 与 d 的大小关系.