

昆山提招数学模拟卷 4

一、单选题

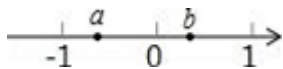
1. 将形如 $3m$ 和 2^n (m, n 为正整数) 的正整数从小到大排列, 并依次记为 $a_1, a_2, a_3 \dots$ 若第 k 个数 $a_k = 2022$, 则 k 的值为 ()

- A. 682 B. 683 C. 684 D. 685

2. 在数轴上点 A 、 B 所表示的数分别为 -2 和 5 , 点 C 在数轴上, 且点 C 到点 A 、 B 的距离之和为 13 , 则点 C 所表示的数为 ()

- A. -5 B. 8 C. -5 或 8 D. 3 或 -8

3. 有理数 a, b 在数轴上对应的位置如图所示, 那么代数式 $\frac{|a+1|}{a+1} - \frac{|a|}{a} + \frac{b-a}{|a-b|} - \frac{1-b}{|b-1|}$ 的值是 ()



- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 下列各有理数中, 属于正数的有 ()

① 0.01 ; ② $-\frac{1}{9}$; ③ 15 的绝对值; ④ 0 ; ⑤ $-\frac{13}{8}$; ⑥ -2.333 的相反数

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 某大学毕业生为自主创业于 2021 年 8 月初向银行贷款 360000 元, 与银行约定按“等额本金还款法”分 10 年进行还款, 从 2021 年 9 月初开始, 每个月月初还一次款, 贷款月利率为 0.5% , 现因经营状况良好, 准备向银行申请提前还款, 计划于 2026 年 8 月初将剩余贷款全部一次还清, 则该大学毕业生按现计划的所有还款数额比按原约定所有还款数额少 () (注: “等额本金还款法”是将本金平均分配到每一期进行偿还, 每一期所还款金额由两部分组成. 一部分为每期本金, 即贷款本金除以还款期数; 另一部分是利息, 即贷款本金与已还本金总额的差乘以利率. 1 年按 12 个月计算)

- A. 18300 元 B. 22450 元 C. 27450 元 D. 28300 元

6. 设 $A = 48 \times \left(\frac{1}{3^2-4} + \frac{1}{4^2-4} + \dots + \frac{1}{100^2-4} \right)$, 则与 A 最接近的正整数为 ()

- A. 18 B. 20 C. 24 D. 25

7. 某人将 2008 看成了一个填数游戏式: $2\square\square 8$. 于是, 他在每个框中各填写了一个两位数 \overline{ab} 与 \overline{cd} , 结果发现, 所得到的六位数 $\overline{2abcd8}$ 恰是一个完全立方数. 则 $\overline{ab} + \overline{cd} =$ ()

- A. 40 B. 50 C. 60 D. 70

8. 若 x 为实数, 记 $\{x\}=x-[x]$ (表示不超过 x 的最大整数), 则方程: $2006x+\{x\}=\frac{1}{2007}$ 的实根的个数是 ().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 大于 2 的整数

二、解答题

9. 如果有理数 a, b 满足 $|ab-2|+(1-b)^2=0$, 试求 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\dots+\frac{1}{(a+2007)(b+2007)}$ 的值.

10. 如图, 从左到右, 在每个小格子中都填入一个整数, 使得其中任意三个相邻格子中所填整数之和都相等.

9	&	#	x	-6				2		...
---	---	---	---	----	--	--	--	---	--	-----

- (1) 可求得 $x=$ ____, 第 2009 个格子中的数为____;
- (2) 判断: 前 m 个格子中所填整数之和是否可能为 2018? 若能, 求出 m 的值; 若不能, 请说明理由;
- (3) 如果 a, b 为前三个格子中的任意两个数, 那么所有的 $|a-b|$ 的和可以通过计算 $|9-\&|+|9-\#|+|\&-\#|+|\&-9|+|\#-9|+|\#-\&|$ 得到, 若 a, b 为前 19 个格子中的任意两个数, 则所有的 $|a-b|$ 的和为____.

11. 对于任意一个四位数, 我们可以记为 \overline{abcd} , 即 $\overline{abcd}=1000a+100b+10c+d$. 若规定: 对四位正整数 \overline{abcd} 进行 F 运算, 得到整数 $F(\overline{abcd})=a^4+b^3+c^2+d^1$. 例如, $F(1249)=1^4+2^3+4^2+9^1=34$;

$$F(2020)=2^4+0^3+2^2+0^1=20.$$

(1) 计算: $F(2137)$;

(2) 当 $c=e+2$ 时, 证明: $F(\overline{abcd})-F(\overline{abed})$ 的结果一定是 4 的倍数;

(3) 求出满足 $F(\overline{32xy})=98$ 的所有四位数.

三、填空题

12. 在有理数的原有运算法则中我们定义一个新运算“ \star ”如下: $x \leq y$ 时, $x \star y = x^2$; $x > y$ 时,

$x \star y = y$. 则当 $z = -3$ 时, 代数式 $(-2 \star z)z - (-4 \star z)$ 的值为_____.

13. 已知 x, y, z 是三个互不相同的非零实数, 设 $a = x^2 + y^2 + z^2$, $b = xy + yz + zx$, $c = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$,

$d = \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$. 则 a 与 b 的大小关系是_____; c 与 d 的大小关系是_____.