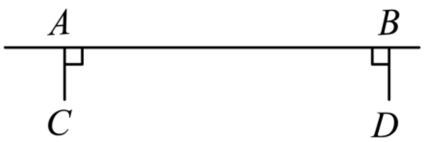
昆山提招数学模拟卷 1 答案与解析

1．如图，已知 A 村庄与 B 村庄相距 12km，A 村庄的土地灌溉点在 C 点处，B 村庄的土地灌溉点在 D 处．已知 $\angle BAC=\angle ABD=90°, AC=2\text{km}, DB=3\text{km}$，现要在线段 AB 之间选一点建一水站 E，使得水站 E 分别到灌溉点 C 与灌溉点 D 的距离之和最短，最短距离是（　）km

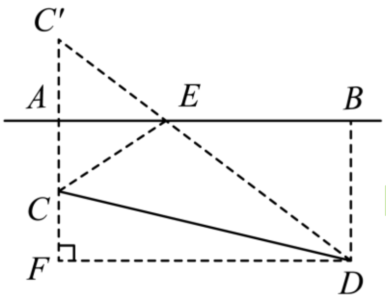


A．10　　　B．17　　　C．14　　　D．13

【答案】D

【分析】作点 C 关于 AB 的对称点 C'，连接 AC'，连接 $C'D$，交 AB 于 E，过点 D 作 $DF\perp AC$，交 AC 的延长线于 F，再根据勾股定理求解即可．

【详解】作点 C 关于 AB 的对称点 C'，连接 AC'，连接 $C'D$，交 AB 于 E，过点 D 作 $DF\perp AC$，交 AC 的延长线于 F，



$\therefore AC'=AC=2$，

$\because \angle BAC=\angle ABD=90°$，

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是矩形，

$\therefore AB=DF=12, AF=BD=3$，

$\therefore C'F=AC'+AF=5$，

在 $Rt\triangle C'FD$ 中，

$\because DF^2+C'F^2=C'D^2$，

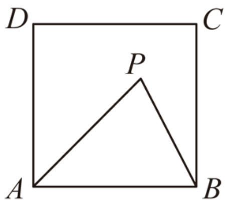
$\therefore 12^2+5^2=13^2$，

$\therefore C'D=13$，

故选：D．

【点睛】本题考查了轴对称的性质，勾股定理，能够根据题意找出点 E 是解题的关键．

2．如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=6$，动点 P 是正方形内一点，满足 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{3}S_{正方形ABCD}$，则点 P 到A、B 两点距离之和 $PA+PB$ 的最小值为（　）



A．8　　B．10　　C．$\sqrt{72}$　　D．$\sqrt{128}$

【答案】B

【分析】设□ABP 中 AB 边上的高是 h，即可得出 $h=4$，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，BE，则 BE 的长就是所求的最短距离，再根据勾股定理即可解答．

【详解】设□ABP 中 AB 边上的高是 h，

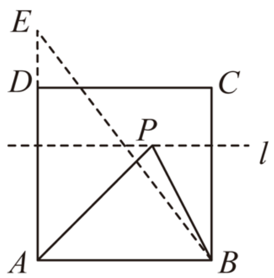
∵ $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{3}S_{正方形ABCD}$，

∴ $\frac{1}{2}AB\square h=\frac{1}{3}AB\square AD$，

∴ $h=\frac{2}{3}AD=4$，

动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 4 的直线 l 上，

如图，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，BE，则 BE 的长就是所求的最短距离，



在 Rt△ABE 中，

∵ $AB=6$，$AE=4+4=8$，

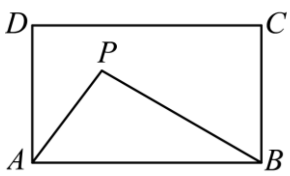
∴ $BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

即 $PA+PB$ 的最小值为 10．

故选：B．

【点睛】本题考查了对称-最短线路问题，三角形面积，正方形的性质，勾股定理，得出动点所在的位置是解题的关键．

3．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$AD=3$，动点 P 满足 $3S_{\triangle PAB}=S_{\square ABCD}$，则点 P 到 A 、 B 两点距离之和 $PA+PB$ 的最小值为（　　）

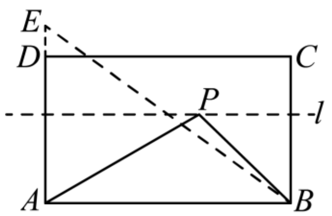


A． $\sqrt{29}$　　　　B． $\sqrt{34}$　　　　C． $5\sqrt{2}$　　　　D． $\sqrt{41}$

【答案】D

【分析】首先由 $3S_{\triangle PAB}=S_{\square ABCD}$，得出动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 的长就是所求的最短距离．然后在直角三角形 ABE 中，由勾股定理求得 BE 的值，即 $PA+PB$ 的最小值．

【详解】解：如图，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 的长就是所求的最短距离．



设△ABP 中 AB 边上的高是 h．

$\because 3S_{\triangle PAB}=S_{\square ABCD}$，

$\therefore 3\times\frac{1}{2}AB\cdot h=AB\cdot AD$，

$\because AD=3$，

$\therefore h=\frac{2}{3}AD=2$，

$\therefore$ 动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\because AB=5$，$AE=2+2=4$，

$\therefore BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$，

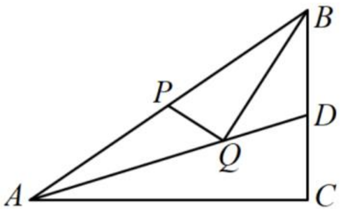
即 $PA+PB$ 的最小值为 $\sqrt{41}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了轴对称－最短路线问题，三角形的面积，矩形的性质，勾股定理，两点之间线段最短的性质．得出动点 P 所在的位置是解题的关键．

4．如图，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle BAC=30°$，$AB=14$，AD 平分 $\angle BAC$，点 PQ 分别是 AB，AD 边

上的动点，则 $PQ+BQ$ 的最小值是（　）

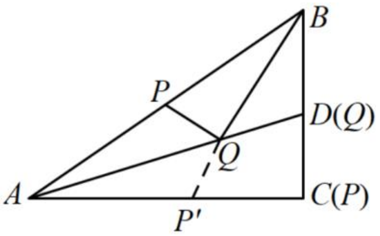


A．4　　　　B．5　　　　C．6　　　　D．7

【答案】D

【分析】作点 P 关于直线 AD 的对称点 P'，连接 QP'，证明 $\triangle AQP \cong \triangle AQP'(\text{SAS})$，得 $PQ=QP'$，欲求 $PQ+BQ$ 的最小值，只要求出 $BQ+QP'$ 的最小值，即当 $BP'\perp AC$ 时，$BQ+QP'$ 的值最小，此时 Q 与 D 重合，P' 与 C 重合，最小值为 BC 的长．

【详解】解：如图，作点 P 关于直线 AD 的对称点 P'，连接 QP'，



在 $\triangle AQP$ 和 $\triangle AQP'$ 中，

$$\begin{cases} AP=AP' \\ \angle QAP=\angle QAP' \\ AQ=AQ \end{cases},$$

$\therefore \triangle AQP \cong \triangle AQP'(\text{SAS})$，

$\therefore PQ=QP'$，

$\therefore$ 欲求 $PQ+BQ$ 的最小值，只要求出 $BQ+QP'$ 的最小值，

$\therefore$ 当 $BP'\perp AC$ 时，$BQ+QP'$ 的值最小，此时 Q 与 D 重合，P' 与 C 重合，最小值为 BC 的长．

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\because \angle C=90^\circ$，$AB=14$，$\angle BAC=30^\circ$，

$\therefore BC=\dfrac{1}{2}AB=7$，

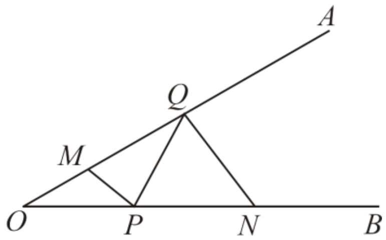
$\therefore PQ+BQ$ 的最小值是 7，

故选：D．

【点睛】本题考查了勾股定理、轴对称中的最短路线问题、垂线段最短等知识，找出点 P、Q 的位置是解题的关键．

5．如图，$\angle AOB=20^\circ$，M，N 分别是边 OA，OB 上的定点，P，Q 分别是边 OB，OA 上的动点，记

$\angle OPM=\alpha$，$\angle OQN=\beta$，当 $MP+PQ+QN$ 最小时，则关于 α，β 的数量关系正确的是（　　）

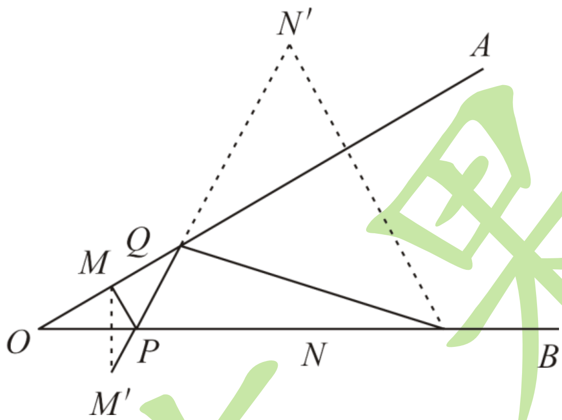


A．$\beta-\alpha=30^\circ$　　B．$\beta+\alpha=210^\circ$　　C．$\beta-2\alpha=30^\circ$　　D．$\beta+\alpha=200^\circ$

【答案】D

【分析】如图，作 M 关于 OB 的对称点 M'，N 关于 OA 的对称点 N'，连接 $M'N'$ 交 OA 于 Q，交 OB 于 P，则 $MP+PQ+QN$ 最小，易知 $\angle OPM=\angle OPM'=\angle NPQ$，$\angle OQP=\angle AQN'=\angle AQN$，$\angle OQN=180^\circ-20^\circ-\angle ONQ$，$\angle OPM=\angle NPQ=20^\circ+\angle OQP$，$\angle OQP=\angle AQN=20^\circ+\angle ONQ$，由此即可解决问题．

【详解】解：如图，作 M 关于 OB 的对称点 M'，N 关于 OA 的对称点 N'，连接 $M'N'$ 交 OA 于 Q，交 OB 于 P，则 $MP+PQ+QN$ 最小，



由轴对称的性质得 $\angle OPM=\angle OPM'=\angle NPQ$，$\angle OQP=\angle AQN'=\angle AQN$，$\angle OQN=180^\circ-20^\circ-\angle ONQ$，

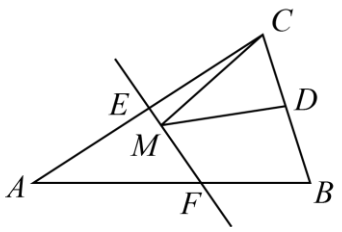
$\angle OPM=\angle NPQ=20^\circ+\angle OQP$，$\angle OQP=\angle AQN=20^\circ+\angle ONQ$，

$\therefore \alpha+\beta=180^\circ-20^\circ-\angle ONQ+20^\circ+20^\circ+\angle ONQ=200^\circ$．

故选：D．

【点睛】本题考查轴对称-最短问题、三角形的内角和定理．三角形的外角的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

6．如图，在三角形 ABC 中 $AB=AC$，$BC=4$，三角形 ABC 的面积是14，AC 的垂直平分线 EF 分别交 AC，AB 边于点 E，点 F．若点 D 为 BC 边的中点，M 为线段 EF 上一个动点，则三角形 CDM 周长的最小值是______．



【答案】9

【分析】根据轴对称—最短路径得到 AD 是 $CM+DM$ 的最小值，再根据等腰三角形的性质及三角形的面积即可解答.

【详解】解：连接 AD，交 EF 于点 M'，连接 CM'，

∵ EF 是 AC 的垂直平分线，

∴ $CM'=AM'$，

∴ $CM'+DM'=AM'+DM'=AD$，

∴ $CM+DM$ 有最小值为 AD，

∵在三角形 ABC 中 $AB=AC$，点 D 为 BC 边的中点，

∴ $AD\perp BC$，

∵三角形 ABC 的面积是 14，$BC=4$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD=2AD=14$，

∴ $AD=7$，

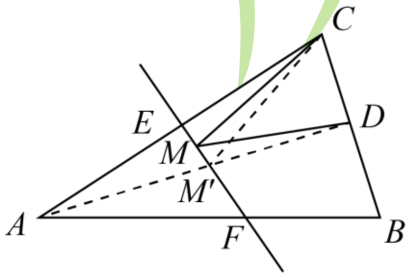
∴ $CM'+DM'=7$，

∵点 D 为 BC 边的中点，

∴ $CD=\frac{1}{2}BC=2$，

∴三角形 CDM 周长的最小值是 $7+2=9$，

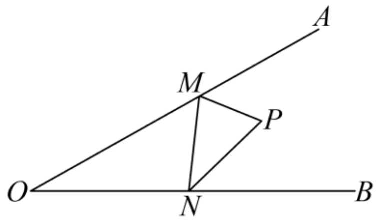
故答案为 9；



【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，轴对称—最短路径，三角形的面积公式，根据题意找到 $CM+DM$ 有最小值是解题的关键.

7．如图，$\angle AOB=30°$，点 P 为 $\angle AOB$ 内一点，$OP=10$．点 M、N 分别在 OA,OB 上．当$\triangle PMN$ 周长最小时，下列结论：①$\angle MPN$ 等于 $120°$；②$\angle MPN$ 等于 $110°$；③$\angle MPN$ 等于 $100°$；④$\triangle PMN$ 周长最小值

是 5：⑤△PMN 周长最小值是 10；⑥△PMN 周长最小值是 15．其中正确结论的序号是___________．

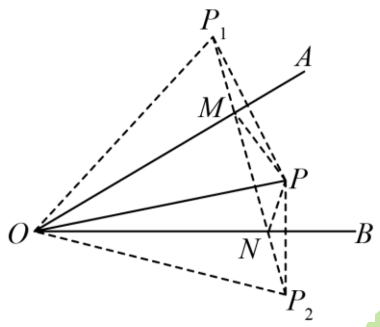


【答案】①⑤/⑤①

【分析】分别作点 P 关于 OA, OB 的对称点 P_1, P_2，连接 P_1, P_2，交 OA 于 M，交 OB 于 N，可得△PMN 的周长的最小值 $= P_1P_2$，然后证明△OP_1P_2 是等边三角形，即可求解．

【详解】解：分别作点 P 关于 OA, OB 的对称点 P_1, P_2，连接 P_1, P_2，交 OA 于 M，交 OB 于 N，则

$OP_1 = OP = OP_2 = 10, \angle P_1OA = \angle POA, \angle POB = \angle P_2OB$，$MP = P_1M, PN = P_2N$，



∴ $PM + PN + MN = P_1M + P_2N + MN \geq P_1P_2$

即△PMN 的周长的最小值 $= P_1P_2$，

∵ $\angle AOB = 30°$，

∴ $\angle P_1OP_2 = 2\angle AOB = 60°$，

∴△OP_1P_2 是等边三角形，

∴ $\angle MPN = \angle OPM + \angle OPN = \angle OP_1M + \angle OP_2N = 120°$，$P_1P_2 = OP_1 = OP_2 = OP = 10$，

即△PMN 的周长的最小值为 10，

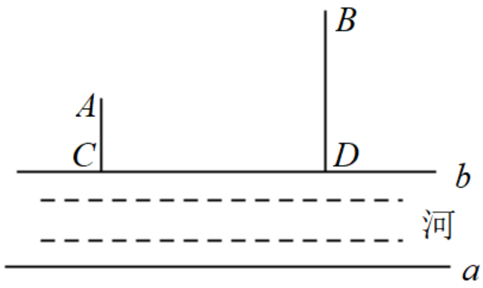
∴①⑤正确，

故答案为：①⑤．

【点睛】此题考查轴对称——最短路线问题，正确正确作出辅助线，证明△OP_1P_2 是等边三角形是关键．

8．为贯彻国家城乡建设一体化和要致富先修路的理念，某市决定修建道路和一座桥，方便张庄 A 和李庄 B 的群众出行到河岸 a．张庄 A 和李庄 B 位于一条河流的同一侧，河的两岸是平行的直线，经测量，张庄

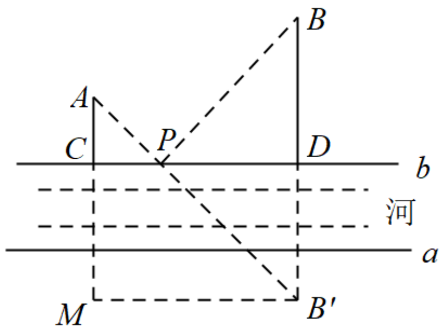
A 和李庄 B 到河岸 b 的距离分别为 $AC=p(\mathrm{m})$， $BD=q(\mathrm{m})$，且 $CD=(p+q)\mathrm{m}$，如图所示．现要求：建造的桥长要最短，然后考虑两村庄到河流另一侧桥头的路程之和最短，则这座桥应建造在 C，D 间距离 C______m 处．（河岸边上的点到河对岸的距离都相等）



【答案】p

【分析】作 B 点关于直线 b 的对称点 B'，连接 AB' 交直线 b 于点 P，则 $BP=B'P$，则 $AP+BP=AP+B'P\geq AB'$，此时 P 点到 A 与 B 的距离和最小，过 B' 作 $B'M\parallel CD$，延长 AC 与 $B'M$ 交于点 M，则 $B'M=CD$，得到 $AM=(p+q)\mathrm{m}$，再得到 $\triangle AMB'$ 是等腰直角三角形，$\triangle ACP$ 是等腰直角三角形，得到 $AC=CP$，即可得到答案．

【详解】解：作 B 点关于直线 b 的对称点 B'，连接 AB' 交直线 b 于点 P，



∴ $BP=B'P$，

∴ $AP+BP=AP+B'P\geq AB'$，此时 P 点到 A 与 B 的距离和最小，

过 B' 作 $B'M\parallel CD$，延长 AC 与 $B'M$ 交于点 M，

∴ $B'M=CD$，

∵ $AC=p(\mathrm{m})$， $BD=q(\mathrm{m})$， $CD=(p+q)\mathrm{m}$，

∴ $AM=(p+q)\mathrm{m}$，

∴ $B'M=AM$，

∴ $\triangle AMB'$ 是等腰直角三角形，

∴ $\angle CAP = 45°$，

∴ $\triangle ACP$ 是等腰直角三角形，

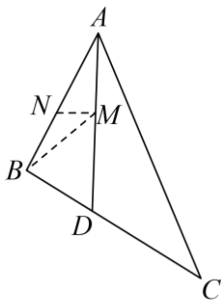
∴ $AC = CP$，

∴点 P 与 C 点的距离是 $p\text{m}$，

故答案为： p

【点睛】此题考查了轴对称最短路径问题，还考查了等腰直角三角形的判定和性质，按照要求正确作图是解题的关键.

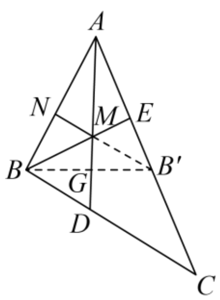
9．如图，在□ABC 中， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D， 点 M， N 分别是 AD 和 AB 上的动点，当 $S_{\triangle ABC} = 12$， $AC = 8$ 时， $BM + MN$ 的最小值等于_____.



【答案】3

【分析】根据 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线确定出点 B 关于 AD 的对称点 B' 在 AC 上，根据垂线段最短，过点 B' 作 $B'N \perp AB$ 于 N 交 AD 于 M， 根据轴对称确定最短路线问题，点 M 即为使 $BM + MN$ 最小的点， $B'N = BM + MN$， 过点 B 作 $BE \perp AC$ 于 E， 利用三角形的面积求出 BE， 再根据等腰三角形两腰上的高相等可得 $B'N = BE$， 从而得解.

【详解】解：如图，过 B 作 $BB' \perp AD$ 于 G 交 AC 于 B'，



则 $\angle AGB = \angle AGB' = 90°$，

∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle BAG = \angle B'AG$，

$\because AG=AG$，

$\therefore \triangle ABG\cong\triangle AB'G(\text{ASA})$，

$\therefore BG=B'G$，

$\therefore$ 点 B 关于 AD 的对称点 B' 在 AC 上，

过点 B' 作 $B'N\perp AB$ 于 N 交 AD 于 M，

由轴对称确定最短路线问题，点 M 即为使 $BM+MN$ 最小的点，$B'N=BM+MN$，

过点 B 作 $BE\perp AC$ 于 E，

$\because AC=8$，$S_{\triangle ABC}=12$，

$\therefore \frac{1}{2}\times 8\cdot BE=12$，

解得 $BE=3$，

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，B' 与 B 关于 AD 对称，

$\therefore AB=AB'$，

$\therefore \triangle ABB'$ 是等腰三角形，

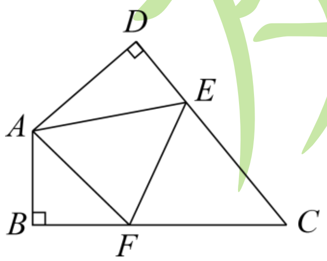
$\therefore B'N=BE=3$，

即 $BM+MN$ 的最小值是 3.

故答案为：3.

【点睛】本题考查了轴对称确定最短路线问题，垂线段最短的性质，等腰三角形两腰上的高相等的性质，熟练掌握各性质并准确确定出点 M 的位置是解题的关键.

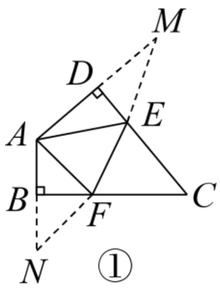
10．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle C=50^\circ$，$\angle B=\angle D=90^\circ$，$E$，$F$ 分别是 BC，DC 上的点，当 $\triangle AEF$ 的周长最小时，求 $\angle EAF$ 的度数.

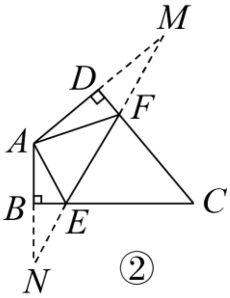


【答案】80°

【分析】作点 A 关于 BC 的对称点 H，作 A 点关于 CD 的对称点 G，连结 GH 交 BC 于 E 点，交 CD 于点 F，当 G、F、E、H 共线时，$\triangle AEF$ 的周长最小，先求 $\angle BAE+\angle DAF=50^\circ$，则 $\angle EAF=130^\circ-50^\circ=80^\circ$.

【详解】解：如答图①，分别作点 A 关于直线 CD，CB 的对称点 M，N，





则 $AF=MF$， $AE=NE$．

$\therefore$□AEF 的周长$=AF+EF+AE=MF+EF+NE$，

$\therefore$ 当 M， F， E， N 四点共线（如答图②）时， $\triangle AEF$ 的周长取到最小值．

$\because \angle ABC=\angle ADC=90^\circ$， $\angle C=50^\circ$，

$\therefore \angle BAD=130^\circ$．

根据轴对称的性质可得 $\angle FMD=\angle FAD$， $\angle ENB=\angle EAB$．

又由三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角和，可得

$\angle MFC+\angle NEC=\angle FMD+\angle FDM+\angle ENB+\angle NBE$

$=\angle FMD+90^\circ+\angle ENB+90^\circ=\angle FMD+\angle ENB+180^\circ$，

又$\because \angle MFC+\angle NEC=\angle FEC+\angle C+\angle EFC+\angle C$ $=\left(\angle FEC+\angle C+\angle EFC\right)+\angle C$

$=\angle 180^\circ+\angle C$，

$\therefore \angle FMD+\angle ENB+180^\circ=180^\circ+\angle C$，

$\therefore \angle FMD+\angle ENB=\angle C=50^\circ$，

$\therefore \angle FAD+\angle EAB=50^\circ$，

$\therefore \angle EAF=130^\circ-50^\circ=80^\circ$．

【点睛】本题考查轴对称求最短距离，熟练掌握轴对称求最短的方法，灵活应用三角形、四边形内角和是解题的关键．

11．如图，在□ABC 和 $\triangle DCB$ 中， $\angle A=\angle D=90^\circ$， $AC=BD$， AC 与 BD 相交于点 O，限用尺规完成以下作图：

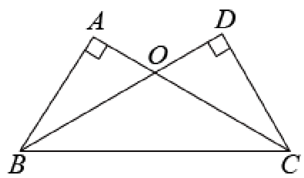


图1

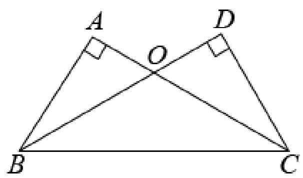


图2

(1)在图 1 中作线段 BC 的垂直平分线 PM；

(2)在图 2 中，在线段 BC 上找到一点 N,使 $AN+DN$ 的值最小.

【答案】(1)见解析

(2)见解析

【分析】(1）分别以点 B 和点 C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长度为半径画弧，两弧交于点 P 和点 M，则直线 PM 即为所求；

（2）以点 A 为圆心，以适当长度为半径画弧与直线 BC 交于点 E 和点 F，分别以点 E 和点 F 为圆心，以同样长度为半径画弧，两弧相交于点 A 和点 H，则 AH 与 EF 互相垂直平分，连接 DH， DH 交 BC 于点 N，则点 N 即为所求.

【详解】(1）解：如图所示，直线 PM 即为所求，

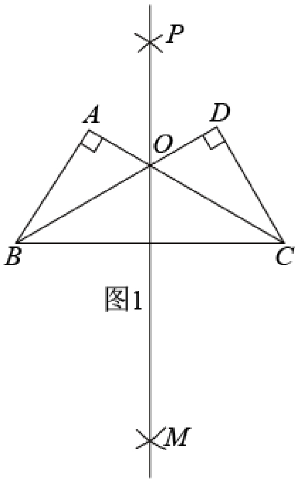


图1

（2）解：如图所示，点 N 即为所求，

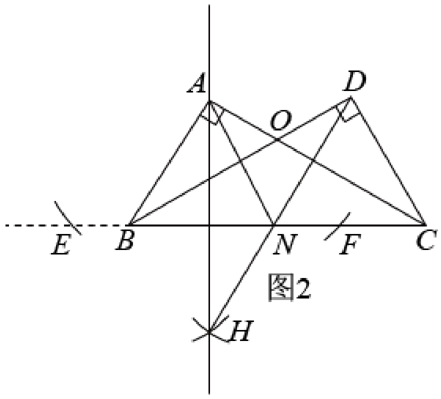


图2

由作图可知， AH 与 EF 互相垂直平分，

∴点 A 与点 H 关于直线 BC 成轴对称，

∴ $AN=NH$，

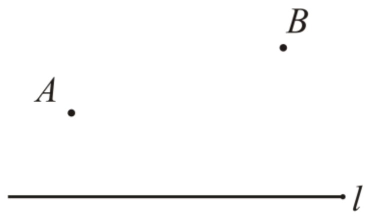
∴ $AN+DN=DN+NH\geq DH$，

当点 H、N、D 三点共线时，取得最小值，

∴点 N 满足要求．

【点睛】此题考查了线段垂直平分线的作图和性质、轴对称的作图和性质等知识，熟练掌握作图方法是解题的关键．

12．已知，村庄 A 和村庄 B 都位于笔直的小河 l 同侧，要在河边建一引水站，使它到村庄 A， B 需铺设的水管长度之和最小．



(1)请画出引水站 P 的位置，并连接 BP, AP （包括画图痕迹）；

(2)若不计杂料，所用水管之和为 2000 米，且 BP 比 AP 长 600 米，两村庄购买水管花费 30000 元，约定按长度分摊费用，请计算两村庄各需付水管购买费多少元？

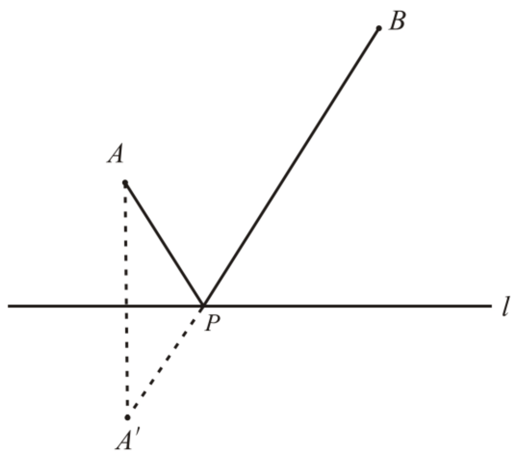
【答案】(1)见解析

(2)10500 元；19500 元

【分析】(1) 先作出点 A 关于河流的对称点 A'，然后连接 $A'B$，与河流的交点 P 即为所求作的水站的位置，此时 $BP+AP$ 最小．

（2）先求出每米水管的费用，然后列方程组求得 BP, AP，即可求解．

【详解】(1) 解：如图所示，水站修在点 P 处才能使所需的管道最短．



（2）解：水管每米的费用为：$30000\div2000=15$（元），

由题意得，$\begin{cases} AP+BP=2000 \\ BP-AP=600 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} BP=1300 \\ AP=700 \end{cases}$，

∴ A 村所付水管费用为$700\times 15=10500$（元），

B 村所付水管费用为$1300\times 15=19500$（元），

【点睛】本题考查了轴对称性质的应用，二元一次方程组的应用，读懂题意是解题的关键．