昆山提招模拟卷（五）答案与解析

一、选择题

1. 若$|a|=2020,|b|=2022$，且$a+b$的绝对值与其相反数相等，则$a-b$的值为（　　）

A. -2　　B. 2或4042　　C. -2或-4042　　D. 2或-4042

【答案】B

【解析】

【分析】由$a+b$的绝对值与其相反数相等可得$a+b\le 0$，然后可得a,b的值，然后可得答案.

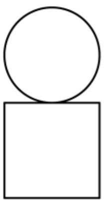
【详解】因为$a+b$的绝对值与其相反数相等，所以$a+b\le 0$，

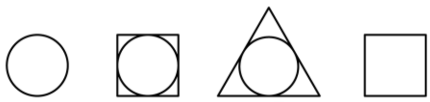
因为$|a|=2020,|b|=2022$，所以$\begin{cases}a=2020\\b=-2022\end{cases}$或$\begin{cases}a=-2020\\b=-2022\end{cases}$，

所以$a-b=4042$或2，

故选：B

2. 一个几何体的正视图如图所示，则该几何体的俯视图可能是（　　）





①　②　③　④

A. ①②　　B. ②④　　C. ①②④　　D. ②③④

【答案】C

【解析】

【分析】结合一个几何体的正视图，利用组合体的形状，判断俯视图的情况即可得到结果.

【详解】当几何体的上部是球，下部为圆柱，则俯视图为：①；

当几何体的上部是圆柱，下部是正方体，则俯视图是④；

当几何体上部是球，下部是正方体，则俯视图为：②.

故选：C

3. 已知$a-b=b-c=2,a^2+b^2+c^2=11$，则$ab+bc+ca=$（　　）

A. -22　　B. -1　　C. 7　　D. 11

【答案】B

【解析】

【分析】解方程求a,b,c，由此可求$ab+bc+ca$.

【详解】因为$a-b=b-c=2$，

所以$a=b+2,c=b-2$，又$a^2+b^2+c^2=11$，

所以$(b+2)^2+b^2+(b-2)^2=11$，

所以$b=1$或$b=-1$，

当$b=1$时，$a=3,c=-1$，故$ab+bc+ca=-1$，

当$b=-1$时，$a=1,c=-3$，故$ab+bc+ca=-1$，

故选：B.

4. 两枚相同的正方体骰子，六个面分别标有数字$1,2,3,4,5,6$，同时掷两枚骰子，则两枚骰子朝上面的数字之积能被6整除的概率为（　　）

A. $\frac{11}{36}$　　B. $\frac{5}{18}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{12}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，列举出所有的可能性，从而得到数字之积能被6整除的概率.

【详解】由题意可得，同时掷两枚骰子，所得的结果是：

$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$ $(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$，

$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)$ $(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)$，

$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)$ $(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$，

共 36 种情况，所得结果之积为：$1, 2, 3, 4, 5, 6$，$2, 4, 6, 8, 10, 12$，$3, 6, 9, 12, 15, 18$，

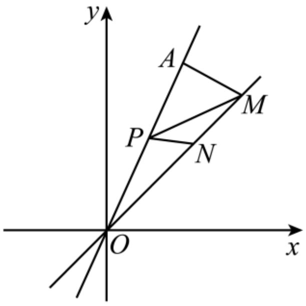
$4, 8, 12, 16, 20, 24$，$5, 10, 15, 20, 25, 30$，$6, 12, 18, 24, 30, 36$

所得之积能被6整除的概率$P=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

故选：D.

【点睛】关键点点睛：本题考查利用列表法求古典概率，解题的关键是明确题意，列出相应的表格，计算出相应的概率.

5. 如图，已知直线 $l_1: y=k_1x(k_1>0)$ 和 $l_2: y=k_2x(k_2>0)$ 与 x 轴相交所成的锐角分别为 $60^\circ, 40^\circ$，点 A 坐标为 $(2,2\sqrt{3})$，点 P 为直线 l_1 上的一个动点，M,N 为直线 l_2 上的两个动点，则 $AM+MP+PN$ 长度的最小值为（　　）



A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $4\sin 40^\circ$　　D. $4\sin 20^\circ(1+\cos 20^\circ+\sin 20^\circ\cos 20^\circ)$

【答案】B

【解析】

【分析】通过作直线的对称直线，通过找点的对称点将 $AM+MP+PN$ 转化为一条线段的长，进而结合作图分析，求得该线段的长，即可得答案.

【详解】如图，作 $l_1: y=k_1x(k_1>0)$ 关于 $l_2: y=k_2x(k_2>0)$ 的对称直线 $y=k_3x$，

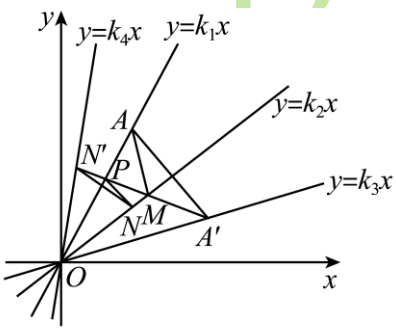
取 A 在其对称直线上的对称点为 A'，则 $OA=OA'$，

作 $l_2: y=k_2x(k_2>0)$ 关于 $l_1: y=k_1x(k_1>0)$ 　对称直线 $y=k_4x$，

连接 $A'P$ 交 l_2 为 M 点，延长 $A'P$ 交 $y=k_4x$ 于点 N'，

设 N' 在 $y=k_2x$ 上的对称点为 N，则 $MA=MA', PN=PN'$，

故 $AM+MP+PN=A'M+MP+PN'=A'N'$，



由于 A 为定点，则 A' 也为定点，故当 $A'N'$ 垂直于 $y=k_4x$ 时，$A'N'$ 的长最短，

即此时 $AM+MP+PN$ 取得最小值，

因为直线l_1和l_2与x轴相交所成的锐角分别为$60^\circ, 40^\circ$，

所以$\angle PON = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$，则$\angle A'ON = \angle PON' = 20^\circ$,故$\angle A'ON' = 60^\circ$，

而A坐标为$\left(2, 2\sqrt{3}\right)$，故$OA = OA' = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$，

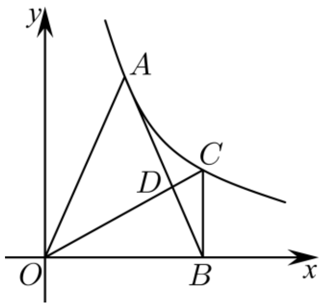
而$\sin\angle A'ON' = \sin 60^\circ = \dfrac{A'N'}{OA'} = \dfrac{A'N'}{4}$，

所以$A'N' = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$，

即$AM + MP + PN$长度的最小值为$2\sqrt{3}$，

故选：B

6. 如图，已知在平面直角坐标系xOy中，反比例函数$y = \dfrac{k}{x}(k > 0)$在第一象限经过□ABO的顶点A，且点B在x轴上，过点B作x轴的垂线交反比例函数图象于点C，连结OC交AB于点D，已知$OC = 3\sqrt{2}, \dfrac{AO}{OB} = \dfrac{AD}{DB} = \dfrac{3}{2}$，则$k$的值为（　　）



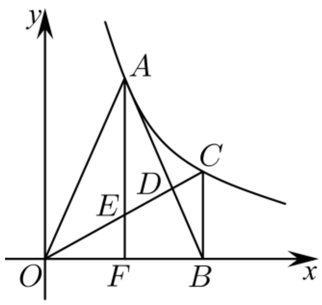
A. 6　　B. $8\sqrt{2}$　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $6\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用反比例函数的图像与性质，相似三角形的性质，线段之间比例关系的转化，作出辅助线，设出线段比例关系，通过不断转化得出线段等量关系即可求解.

【详解】过A作$AF \perp OB$于点F,交OC于点E,如图所示



$\therefore AF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AED \sim \triangle BCD$,

$\therefore \dfrac{AE}{BC}=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{3}{2}$,

$\therefore \dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AF-AE}{BC}$,

设 $\dfrac{AF}{BC}=t\left(t>0\right)$，则 $AF=tBC$,

$\therefore \dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AF-AE}{BC}=\dfrac{tBC-AE}{BC}=t-\dfrac{3}{2}$,

又 $k=OF\times AF=OB\times BC$,

$\therefore \dfrac{OF}{OB}=\dfrac{BC}{AF}=\dfrac{1}{t}$,

又 $EF \parallel BC$,

$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OCB$,

$\therefore \dfrac{OF}{OB}=\dfrac{EF}{BC}$,

$\therefore t-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{t}$，解得 $t=2$ 或 $t=-\dfrac{1}{2}$（舍），

$\therefore AF=2BC, OB=2OF$,

又 $\because \dfrac{OA}{OB}=\dfrac{3}{2}$,

$\therefore \dfrac{OA}{2OF}=\dfrac{3}{2}$,

$\therefore OA=3OF$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOF$ 中，由勾股定理可得 $AF=2\sqrt{2}OF$,

$\therefore BC=\dfrac{OF\cdot AF}{OB}=\dfrac{OF\cdot 2\sqrt{2}OF}{2OF}=\sqrt{2}OF$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OBC$ 中，$OB^2+BC^2=OC^2$,即 $\left(2OF\right)^2+\left(\sqrt{2}OF\right)^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2$，解得 $OF=\sqrt{3}$ 或 $OF=-\sqrt{3}$（舍），

$\therefore AF=2\sqrt{2}OF=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}$,

$\therefore k=OF\times AF=\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=6\sqrt{2}$.

故选：D.

【点睛】关键点睛：解题关键在于做出辅助线，设出线段比例关系，通过不断转化得出线段等量关系即

可.

二、填空题

7. 已知$(3a-1)^{a-2}=1$，则a的取值可能是__________.

【答案】2 或$\frac{2}{3}$或 0

【解析】

【分析】讨论指数式的底数，结合指数运算性质求a的取值.

【详解】因为$(3a-1)^{a-2}=1$，

当$3a-1=1$，即$a=\frac{2}{3}$时，$(3a-1)^{a-2}=1^{-\frac{4}{3}}=1$，满足要求，

当$3a-1=-1$，即$a=0$时，$(3a-1)^{a-2}=(-1)^{-2}=1$，满足要求，

当$3a-1\neq 1$且$3a-1\neq -1$时，由$(3a-1)^{a-2}=1$可得$a-2=0$，

所以$a=2$，

所以a的取值可能是 2 或$\frac{2}{3}$或 0，

故答案为：2 或$\frac{2}{3}$或 0.

8. 分解因式$x^3+4x^2+5x+2=$__________.

【答案】$(x+1)^2(x+2)$

【解析】

【分析】通过拆项，结合分组分解法，提公因式法，完全平方公式分解因式即可.

【详解】x^3+4x^2+5x+2

$=x^3+4x^2+4x+x+2$

$=x(x^2+4x+4)+x+2$

$=x(x+2)^2+x+2$

$=(x+2)(x^2+2x+1)$

$=(x+1)^2(x+2)$

故答案为：$(x+1)^2(x+2)$.

9. 若关于整数 x 的不等式组 $\begin{cases}2x-a<1\\x-2b>3\end{cases}$ 的解为 $-3\le x\le 1$，则 $a-b$ 的最大值为__________.

【答案】$\frac{13}{2}$

【解析】

【分析】由条件确定 a,b 的范围，结合不等式性质求 $a-b$ 的最大值.

【详解】不等式 $2x-a<1$ 可化为 $x<\frac{a+1}{2}$，

不等式 $x-2b>3$ 可化为 $x>2b+3$，

由已知可得 $\begin{cases}1<\frac{a+1}{2}\le 2\\-4\le 2b+3<-3\end{cases}$，

所以 $\begin{cases}1<a\le 3\\-\frac{7}{2}\le b<-3\end{cases}$，

所以 $\begin{cases}1<a\le 3\\3<-b\le\frac{7}{2}\end{cases}$，

所以 $4<a-b\le\frac{13}{2}$，当且仅当 $a=3,b=-\frac{7}{2}$ 时等号成立，

故 $a-b$ 的最大值为 $\frac{13}{2}$.

故答案为：$\frac{13}{2}$.

10. 设 a,b,c 是正整数，且 $70\le a<80,80\le b<90,90\le c<100$，当数据 a,b,c 的方差最小时，$a+b+c$ 的值为__________.

【答案】253 或 254

【解析】

【分析】设 $\bar{x}=\frac{a+b+c}{3}$，根据数据 a,b,c 的方差为 $s^2=\frac{1}{3}\left[(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2+(c-\bar{x})^2\right]$ 可化简为 $\frac{1}{9}[(b-a)^2+(c-b)^2+(c-a)^2]$，推出 s^2 要取到最小值，需 $(c-a)^2$ 最小切最小值为 11，即可结合二次函数性质确定此时 a,b,c 的值，求得答案.

【详解】设 $\overline{x}=\dfrac{a+b+c}{3}$，则数据 a,b,c 的方差为 $s^2=\dfrac{1}{3}\left[\left(a-\overline{x}\right)^2+\left(b-\overline{x}\right)^2+\left(c-\overline{x}\right)^2\right]$

$=\dfrac{1}{3}\left[a^2+b^2+c^2+3\overline{x}^2-2\overline{x}\left(a+b+c\right)\right]$

$=\dfrac{1}{3}\left[a^2+b^2+c^2-\dfrac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2\right]$

$=\dfrac{1}{9}[\left(b-a\right)^2+\left(c-b\right)^2+(c-a)^2]$，

显然 $c-a=(c-b)+(b-a)$ 且 $c>b>a$，

故 s^2 要取到最小值，需 $(c-a)^2$ 最小，最小值为 $90-79=11$，

设 $b-a=t\left(t\in\mathrm{N}^*,0<t<11\right)$，则 $c-b=11-t$，

则 $s^2=\dfrac{1}{9}\left[t^2+\left(11-t\right)^2+11^2\right]=\dfrac{2}{9}t^2-\dfrac{22}{9}t+\dfrac{242}{9}$，

当 $t=5$ 或 $t=6$ 时，s^2 取到最小值，

即 $c=90,b=84$ 或 $b=85$ 时，s^2 取到最小值，

故当数据 a,b,c 的方差最小时，即 $a=79,c=90,b=84$ 或 $a=79,c=90,b=85$，

$a+b+c$ 的值为 253 或 254，

故答案为：253 或 254

11. 若一列不全为零的数除了第一个数和最后一个数外，每个数都等于与它相邻的前后两数之和，则称这列数具有“波动性质”．已知一列数共有 2025 个，第五个数为 3，且具有“波动性质”，则这 2025 个数的和是________.

【答案】-6

【解析】

【分析】由条件证明 $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}+a_{n+4}+a_{n+5}=0$，利用分组求和法求和即可.

【详解】设第 n 个数为 a_n，$n=1,2,3,\cdots,2025$，

由已知 $a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ ①，$n=1,2,3,\cdots,2023$，

$a_{n+2}=a_{n+1}+a_{n+3}$ ②，$n=1,2,3,\cdots,2022$，

$a_{n+3}=a_{n+2}+a_{n+4}$ ③，$n=1,2,3,\cdots,2021$，

$a_{n+4}=a_{n+3}+a_{n+5}$ ④，$n=1,2,3,\cdots,2020$，

①+②+③，可得 $a_n+a_{n+2}+a_{n+4}=0$，$n=1,2,3,\cdots,2021$，

②+③+④，可得 $a_{n+1}+a_{n+3}+a_{n+5}=0$，$n=1,2,3,\cdots,2020$，

所以 $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}+a_{n+4}+a_{n+5}=0$，

所以 $a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{2024}+a_{2025}$

$=a_1+a_2+a_3+(a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9)+\cdots+(a_{2020}+a_{2021}+a_{2022}+a_{2023}+a_{2024}+a_{2025})$

$=a_1+a_2+a_3$，

又 $a_4+a_6=a_5=3$，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=0$，

所以 $a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{2024}+a_{2025}=-6$.

故答案为：-6.

12. 不超过 $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^6$ 的最大整数为__________.

【答案】7039

【解析】

【分析】根据 $\sqrt{7}+\sqrt{3}=x,\sqrt{7}-\sqrt{3}=y,$ 利用完全平方公式以及和的立方公式即可求解.

【详解】设 $\sqrt{7}+\sqrt{3}=x,\sqrt{7}-\sqrt{3}=y$，则 $\begin{cases}x+y=2\sqrt{7}\\xy=4\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=20$，所以

$x^6+y^6=\left(x^2+y^2\right)^3-3x^2y^2\left(x^2+y^2\right)=20^3-3\times16\times20=7040$，

即 $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^6+\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^6=7040$，又 $0<\sqrt{7}-\sqrt{3}<1$，所以 $0<\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^6<1$，

所以不超过 $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^6$ 的最大整数为 7039，

故答案为：7039

三、解答题

13. （1）已知 m 是方程 $x^2-7x-1=0$ 的一根，求 $2m^2-7m+\dfrac{1}{m^2}$ 的值；

（2）解关于 x 的方程 $x+\dfrac{7}{x-3}=2\sqrt{x+4}+2$.

【答案】（1）52；（2）$x=\dfrac{7+\sqrt{29}}{2}$.

【解析】

【分析】(1) 由条件可得 $m^2-7m-1=0$，即 $m-\frac{1}{m}=7$，$2m^2-7m+\frac{1}{m^2}$ 可化为 $\left(m-\frac{1}{m}\right)^2+3$，代入条件可得其值；

(2) 变形可得 $x-3+\frac{x+4}{x-3}-2\sqrt{x+4}=0$，再分别在 $x<3$，$x>3$ 条件下解方程.

【详解】(1) 由于 $m^2-7m-1=0$，则 $m-\frac{1}{m}=7$，

所以 $2m^2-7m+\frac{1}{m^2}=2m^2-m^2+1+\frac{1}{m^2}=m^2+1+\frac{1}{m^2}$，

所以 $2m^2-7m+\frac{1}{m^2}=\left(m-\frac{1}{m}\right)^2+3=52$.

(2) 由知可得 $x\geq-4$ 且 $x\neq3$，

原方程可变形为 $x-3+\frac{x+4}{x-3}-2\sqrt{x+4}=0$

当 $-4\leq x<3$ 时，$x-3<0,\frac{x+4}{x-3}<0,2\sqrt{x+4}\geq0$

所以 $x-3+\frac{x+4}{x-3}-2\sqrt{x+4}<0$

故方程无解

当 $x>3$ 时，方程可变形为 $\left(\sqrt{x-3}-\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-3}}\right)^2=0$，

则 $\sqrt{x-3}-\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-3}}=0$，即 $x-3=\sqrt{x+4}$，

所以 $x^2-7x+5=0$，

解得 $x=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$，由于 $x>3$，所以 $x=\frac{7+\sqrt{29}}{2}$，

综上方程的解为 $x=\frac{7+\sqrt{29}}{2}$.

14. 某校举行春季运动会时，由若干名同学组成一个 8 列的长方形队列．如果原队列中增加 120 人，就能重新组成一个正方形队列；如果原队列中减少 120 人，也能重新组成一个正方形队列．原长方形队列有多少名学生？

【答案】所以原有队列人数为 136 或 904

【解析】

分析】设原长方形队列有同学$8x$人，根据题意可得$\begin{cases}8x+120=m^2\\8x-120=n^2\end{cases}$，进而分析可得$\begin{cases}m+n=20\\m-n=12\end{cases}$或$\begin{cases}m+n=60\\m-n=4\end{cases}$，运算求解即可.

【详解】设原长方形队列有同学$8x$人，由已知条件知$8x+120$和$8x-120$均为完全平方数，

于是可设$\begin{cases}8x+120=m^2\\8x-120=n^2\end{cases}$，其中$m,n$均为正整数，且$m>n$。

可得$m^2-n^2=240$，即$(m+n)(m-n)=2^4\times3\times5$，

因为$m^2=8(x+15),n^2=8(x-15)$都是 8 的倍数，所以m,n均能被 4 整除，

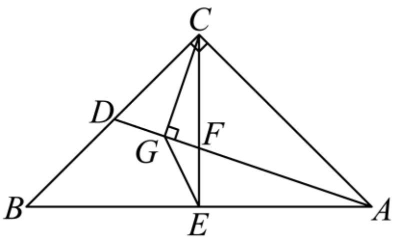
于　$m+n,m-n$均能被 4 整除，可得$\begin{cases}m+n=20\\m-n=12\end{cases}$或$\begin{cases}m+n=60\\m-n=4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=16\\n=4\end{cases}$或$\begin{cases}m=32\\n=28\end{cases}$，

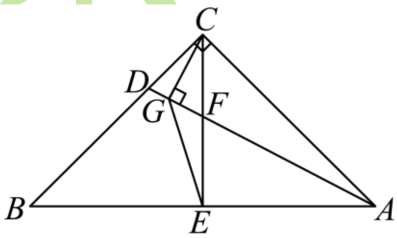
则$x=17$或$x=113$，即$8x=136$或$8x=904$，

所以原有队列人数为 136 或 904.

15. 如图，□ABC中，$\angle ACB=90^\circ,CB=CA,CE\perp AB$于$E$，点$F$是$CE$上一点，连接$AF$并延长交$BC$于点$D,CG\perp AD$于点$G$，连接$EG$.



图(1)



图(2)

（1）如图（1），若$2CF=3EF=6$，求线段BD的长度；

（2）如图（2），若$GC=2,GE=2\sqrt{2}$，求$\tan\angle CDA$的值.

【答案】（1）$\dfrac{20\sqrt{2}}{7}$

（2）3

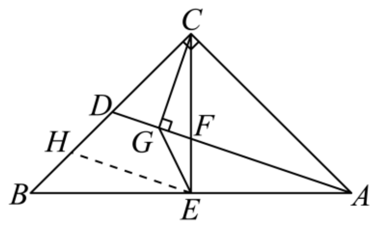
【解析】

【分析】(1)过 E 作 $EH//AD$ 交 BC 于点 H，根据平行线的性质 $\dfrac{BH}{HD}=\dfrac{BE}{EA},\dfrac{CD}{HD}=\dfrac{CF}{EF}$，结合条件证明 $BD=\dfrac{4}{7}BC$，再求 BC，可得结论；

(2)过点 E 作 $EH\perp AD$ 于点 H，由条件证明 $\triangle CFG\cong\triangle EFH$，解三角形求 AG，再求 $\tan\angle GCA$，由此可得结论.

【小问 1 详解】

如图，过 E 作 $EH//AD$ 交 BC 于点 H，



$\because EH//AD$，

$\therefore \dfrac{BH}{HD}=\dfrac{BE}{EA},\dfrac{CD}{HD}=\dfrac{CF}{EF}$，

因为 $CB=CA,CE\perp AB$，所以 E 为 AB 的中点，

所以 $BH=HD$，

$\because 2CF=3EF$，

$\therefore \dfrac{CD}{HD}=\dfrac{3}{2}$，又 $BD=BH+HD=2HD$，

$\therefore BD=\dfrac{4}{7}BC$，

因为 $\angle ACB=90^\circ,CB=CA,CE\perp AB$，$CE=5$，

所以 $BC=5\sqrt{2}$，

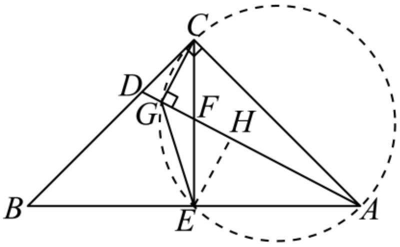
所以 $BD=\dfrac{20\sqrt{2}}{7}$；

【小问 2 详解】

$\because CG\perp AD$

$\therefore \angle AGC=\angle AEC=90^\circ,\angle ACE=45^\circ$，

$\therefore A,C,G,E$ 四点共圆，$\therefore \angle AGE=\angle ACE=45^\circ$



如图，过点 E 作 $EH \perp AD$ 于点 H，

$\therefore \triangle EGH$ 等腰直角三角形，$EH = GH = GE \cdot \sin 45^\circ = 2$，

$\because CG = 2, \therefore CG = EH = 2$，

在 $\triangle CFG$ 和 $\triangle EFH$ 中，

$$\begin{cases} \angle CGF = \angle EHF = 90^\circ \\ \angle CFG = \angle EFH \\ CG = EH \end{cases}$$

所以 $\triangle CFG \cong \triangle EFH$，

$\therefore FG = FH = 1, CF = EF$

在 Rt$\triangle CFG$ 中，

$CF = \sqrt{CG^2 + FG^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, \therefore CE = 2CF = 2\sqrt{5}$

$\therefore AC = \dfrac{CE}{\sin\angle CAE} = \dfrac{2\sqrt{5}}{\sin 45^\circ} = 2\sqrt{10}$，

$\therefore AG = \sqrt{AC^2 - CG^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - 2^2} = 6$，

$\therefore \tan\angle GCA = 3$，又 $\angle CDA = 90^\circ - \angle DCG = \angle ACG$，

$\therefore \tan\angle CDA = 3$