昆山提招模拟题 2 答案与解析

一，单项选择题

1. 已知：$x^2-4y^2=-3xy,x>0,y>0$，则$\frac{x+3y}{x-2y}=($ $)$

A. $\frac{1}{6}$　　B. -4　　C. $\frac{7}{2}$　　D. $-\frac{2}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】

本题主要考查的是分式的值的有关知识，根据$x^2-4y^2=-3xy$得到$x=y$，然后将给出的式子进行变形求解即可.

【解答】

$$\because x^2-4y^2=-3xy$$

$\therefore x^2+3xy-4y^2=0$，

$\therefore (x+4y)(x-y)=0$，

$\because x>0$，$y>0$，

$\therefore x+4y>0$，

$\therefore x-y=0$，

$\therefore x=y$，

$$\therefore \frac{x+3y}{x-2y}$$

$$=\frac{y+3y}{y-2y}$$

$$=\frac{4y}{-y}$$

$=-4$.

故选 B.

2. 对于任意的$-1\le x\le 1$，$ax+2a-3>0$恒成立，则 a 的取值范围为(　)

A. $a>1$或$a=0$　　B. $a>3$　　C. $a>3$或$a=0$　　D. $1<a<3$

【答案】B

【解析】

【分析】

本题主要考查了一元一次不等式的解法，熟练掌握一元一次不等式的解法并分类讨论是解题关键，

先解出不等式，用 a 表示不等式的解集，再由对于任意的$-1 \le x \le 1$，$ax+2a-3>0$恒成立得到 a 的取值范围，再分类讨论即可．

【解答】

解：由$ax+2a-3>0$得，$ax>3-2a$，

当$a>0$时，不等式的解集为$x>\frac{3-2a}{a}$，

对于任意的$-1 \le x \le 1$，$ax+2a-3>0$恒成立，

$\therefore \frac{3-2a}{a}<-1$，

解得，$a>3$；

当$a=0$时，不等式无解，舍去；

当$a<0$时，不等式的解集为$x<\frac{3-2a}{a}$，

$\because$对于任意的$-1 \le x \le 1$，$ax+2a-3>0$恒成立，

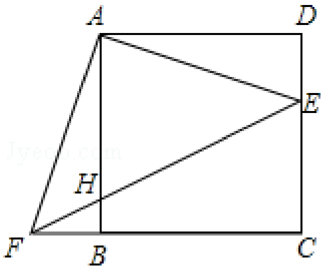
$\therefore \frac{3-2a}{a}>1$，

解得，$a>1$(与$a<0$矛盾，舍去)；

综上，$a>3$．

故选：B．

3.　如图，将$\triangle ADE$绕正方形 ABCD 的顶点 A 顺时针旋转$90°$，得$\triangle ABF$，连接 EF 交 AB 于 H，则下列结论错误的是(　)



A. EF：$AF=\sqrt{2}$：1

B. $AE \perp AF$

C. FB：$FC=HB$：EC

D. $AF^2=FH \cdot FE$

【答案】D

【解析】解：由题意知，$\triangle AFB \cong \triangle AED$

$\therefore AF=AE$，$\angle FAB=\angle EAD$，$\angle FAB+\angle BAE=\angle EAD+\angle BAE=\angle BAD=90°$．

$\therefore AE \perp AF$，所以 B 正确；

$\therefore \triangle AEF$是等腰直角三角形，有 EF：$AF=\sqrt{2}$：1，所以 A 正确；

$\because HB//EC$，

$\therefore \triangle FBH \backsim \triangle FCE$，

$\therefore FB$：$FC = HB$：EC，所以 C 正确．

$\because \triangle AEF$与$\triangle AHF$不相似，

$\therefore AF^2 = FH \cdot FE$不正确．

故选：D．

由旋转得到$\triangle AFB \cong \triangle AED$，根据相似三角对应边的比等于相似比，即可求得．

此题主要考查了正方形的性质、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，熟练地应用旋转的性质以及相似三角形的性质是解决问题的关键．

4. 在平面直角坐标系中，点$A(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$B(-3\sqrt{2},-3\sqrt{2})$，动点 C 在坐标轴上，若以 A、B、C 三点为顶点的三角形是等腰三角形，则点 C 的个数为(　)

A. 4　　　　B. 5　　　　C. 6　　　　D. 7

【答案】C

【解析】解：$\because AB$所在的直线是$y = x$，

$\therefore$设 AB 的中垂线所在的直线是$y = -x + b$，

$\because$点$A(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$B(-3\sqrt{2},-3\sqrt{2})$，

$\therefore AB$的中点坐标是$(-2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$，

把$x = -2\sqrt{2}$，$y = -2\sqrt{2}$代入$y = -x + b$，

解得$b = -4\sqrt{2}$，

$\therefore AB$的中垂线所在的直线是$y = -x - 4\sqrt{2}$，

$\therefore C_1(-4\sqrt{2},0)$，$C_4(0,-4\sqrt{2})$，

以点 A 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，与 x 轴的交点为点C_2、C_3，C_5，C_6

$\because AB = 4$，

$\because 3\sqrt{2} > 4$，

$\therefore$以点 B 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，与 x 轴没有交点．

综上，可得

若以 A、B、C 三点为顶点的三角形是等腰三角形，则点 C 的个数为 6．

故选：C．

根据已知条件得到 AB 所在的直线是$y = x$，设 AB 的中垂线所在的直线是$y = -x + b$，得到 AB 的中点坐

标是$(-2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$，求得 AB 的中垂线所在的直线是$y=-x-4\sqrt{2}$，得到$C_1(-4\sqrt{2},0)$，$C_4(0,-4\sqrt{2})$，以点 A 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，与 x 轴的交点为点C_2、C_3，C_5，C_6根据$AB=4$，$3\sqrt{2}>4$，得到以点 B 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，与 x 轴没有交点．于是得到结论．

本题考查了等腰三角形的判定，坐标与图形性质，分类讨论是解题的关键．

5. 如图，三个区域 A、B、C 栽种观赏植物，要求同一个区域中种同一种植物，相邻的两个区域种不同的植物，现有 3 种不同的植物可供选择，那么栽种方案有(　)

A	B	C

A. 27 种　　B. 18 种　　C. 12 种　　D. 6 种

【答案】C

【解析】解：当 A，C 区域种同种植物时，有 3 种种法，而 B 区域有 2 种种法，即$3\times 2=6$种，

当 A，C 区域种不同种植物时，A 区域有三种种法，B 区域有 2 中种法，C 区域有一种种法，即$3\times 2\times 1=6$种，

即栽种方案有$6+6=12$种，

故选：C．

分区域 A，C 种同种植物和不同种植物两种情况，分别计算即可得出结论．

本题考查了排列与组合，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键．

二、填空题

6. 若$m^2=n+2$，$n^2=m+2(m\neq n)$，则$m^3-2mn+n^3$的值为______．

【答案】-2

【解析】解：$\because m^2=n+2$，$n^2=m+2(m\neq n)$，

$\therefore m^2-n^2=n-m$，

$\because m\neq n$，

$\therefore m+n=-1$，

$\therefore$原式$=m(n+2)-2mn+n(m+2)$

$$=mn+2m-2mn+mn+2n$$

$$=2(m+n)$$

$=-2$．

故答案为-2．

由已知条件得到$m^2-n^2=n-m$，则$m+n=-1$，然后利用$m^2=n+2$，$n^2=m+2$把$m^3-2mn+n^3$进

行降次得到$m(n+2)-2mn+n(m+2)$，再去括号合并得到$2(m+n)$，最后把$m+n=-1$代入即可.

本题考查了代数式求值，整体代入法，属于中档题.

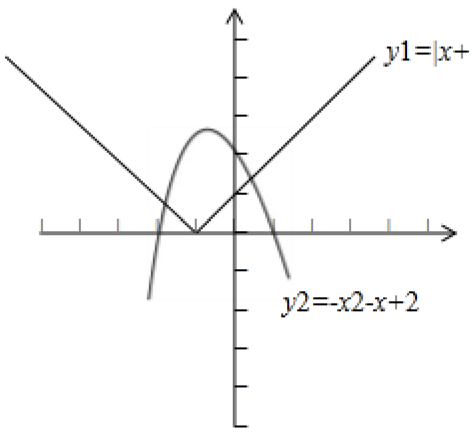
7. 对于任意的实数 m、n 定义符号 max 的含义为$max(m,n)=\begin{cases}m(m\geq n)\\n(m<n)\end{cases}$，如$max(3,2)=3$，$max(1,2)=2$，则$max(-x^2-x+2,|x+1|)$的最小值为______ .

【答案】$\sqrt{3}-1$

【解析】解：令$y_1=|x+1|$，$y_2=-x^2-x+2$

如图所示，则 max 的值为函数较小的值，∴比较两个函数的交点，较小的 y 值即为最小值.

联立方程$\begin{cases}y_1=|x+1|\\y_2=-x^2-x+2\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\sqrt{2}-1\\y=\sqrt{2}\end{cases}$，$\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}-1\end{cases}$，$\therefore max(-x^2-x+2,|x+1|)$的最小值为$\sqrt{3}-1$

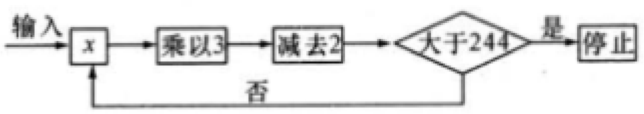


故答案为$\sqrt{3}-1$

符号 max 的含义是取较小的值．则本题实为函数比较大小的问题.

本题主要考查函数比较大小的问题，正确画出函数图象是解答本题的关键.

8. 按下列程序进行运算



规定：程序运行到“判断结果是否大于 244”为一次运算，若$x=5$，则运算进行________次才停止；若运算进行了 5 次才停止，则 x 的取值范围是____________

【答案】4；$2<x\leq4$

【解析】

【分析】

本题考查不等式组的应用，有理数的混合运算．先根据$x=5$，代入计算，当出值大于244时，即可得出答案；根据运算顺序得到第4次的运算结果和第5次的运算结果，让第4次的运算结果小于等于244，第5次的运算结果大于244列出不等式求解即可；本题考查一元一次不等式组的应用；根据第4次和第5次的运算结果得到关系式是解决本题的关键．

【解答】

解：(1)$x=5$，

第一次：$5\times3-2=13$，

第二次：$13\times3-2=37$，

第三次：$37\times3-2=109$，

第四次：$109\times3-2=325>244$，停止；

(2)第1次，结果是$3x-2$；

第2次，结果是$3\times(3x-2)-2=9x-8$；

第3次，结果是$3\times(9x-8)-2=27x-26$；

第4次，结果是$3\times(27x-26)-2=81x-80$；

第5次，结果是$3\times(81x-80)-2=243x-242$；

$\therefore\begin{cases}243x-242>244①\\81x-80\leq244②\end{cases}$

由①式子得：$243x>242+244$即$243x>486$

$\therefore x>2$，

由②式子得：$81x\leq80+244$即$81x\leq324$

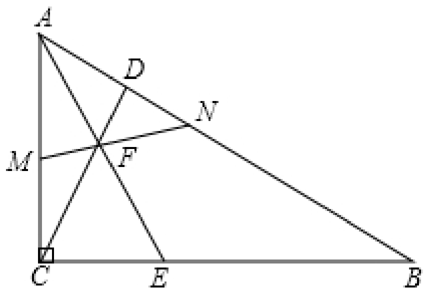
$\therefore x\leq4$

$\therefore 2<x\leq4$．

即：5次停止的取值范围是：$2<x\leq4$．

故答案为：4；$2<x\leq4$．

9. 如图，直角$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$sinB=\frac{1}{2}$，CD 为斜边上的高，AE 为$\angle CAB$的平分线，且 CD、AE 交于点 F，点 M 为 AC 上一点，联结 MF 并延长，交边 AB 于点 N，已知$AC=2\sqrt{3}$，$AM=2$，那么$\frac{1}{AM}+\frac{1}{AN}$的值为______.



【答案】$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】解：$\because sinB=\frac{1}{2}$，

$\therefore \angle B=30°$，$\angle CAB=60°$.

$\because AE$为$\angle CAB$的平分线，

$\therefore \angle CAF=30°$.

$\because CD\perp AB$，

$\therefore \angle ACD=30°$.

$\therefore \angle CAF=\angle FCA=30°$，$\angle AFC=120°$.

$\therefore\triangle AFC$是等腰三角形，根据$AC=2\sqrt{3}$，求得$AF=2$.

$\therefore AM=AF$，

$\therefore \angle AFM=75°$.

则$\angle NFC=120°-75°=45°$，

$\therefore \angle DFN=\angle NFC=45°$.

$\therefore DF=DN$.

在$Rt\triangle AFD$中，$AF=2$，$\angle DAF=30°$，

$\therefore DF=1$，$AD=\sqrt{3}$.

$\therefore AN=AD+DN=\sqrt{3}+1$.

则$\frac{1}{AM}+\frac{1}{AN}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

根据已知得到$\angle B=30°$，$\angle ACD=30°$，证明$\triangle AFC$是等腰三角形，求出$AF=AM=2$，可得$\angle AFM=75°$，

利用角的和差及对顶角相等得到$\angle DFN=45°$，从而$DN=DF$，在$Rt\triangle ADF$中可求 DF、AD，则$AN=AD+DN$.最后计算所求式子即可.

本题主要考查了直角三角形的性质、等腰三角形的判定和性质以及勾股定理，解题的关键是通过推理计算出特殊角度数，再转化为求线段的长度.

三、解答题

10. 已知 m，n 是方程$x^2+3x+1=0$的两根

(1)求$(m+5-\frac{16}{5-m})\cdot\frac{2m-10}{3-m}-\frac{2}{m}$的值

(2)求$\sqrt{\frac{m^3}{n}}+\sqrt{\frac{n^3}{m}}$的值.

【答案】解：(1) $\because m$，n 是方程$x^2+3x+1=0$的两根，

$\therefore m=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$，$n=\frac{\sqrt{5}-3}{2}$，

$\therefore m<n<0$，

原式$=\frac{25-m^2-16}{5-m}\cdot\frac{2(m-5)}{3-m}-\frac{2}{m}$

$$=\frac{2(m^2-9)}{3-m}-\frac{2}{m}$$

$$=-6-2m-\frac{2}{m}$$

$$=\frac{-2(m^2+3m+1)}{m}$$

$\because m$，n 是方程$x^2+3x+1=0$的两根，

$\therefore m^2+3m+1=0$，

$\therefore$原式$=0$；

(2) $\because m<0$，$n<0$，

$\therefore\sqrt{\frac{m^3}{n}}+\sqrt{\frac{n^3}{m}}=-m\sqrt{\frac{m}{n}}-n\sqrt{\frac{n}{m}}=\frac{m}{n}\sqrt{mn}+\frac{n}{m}\sqrt{mn}=\sqrt{mn}(\frac{(m+n)^2-2mn}{mn})$，

$\because m+n=-3$，$mn=1$，

$\therefore$原式$=9-2=7$.

【解析】(1)首先求出 m 和 n 的值，进而判断出 m 和 n 均小于 0，然后进行分式的化简，最后整体代入求值；

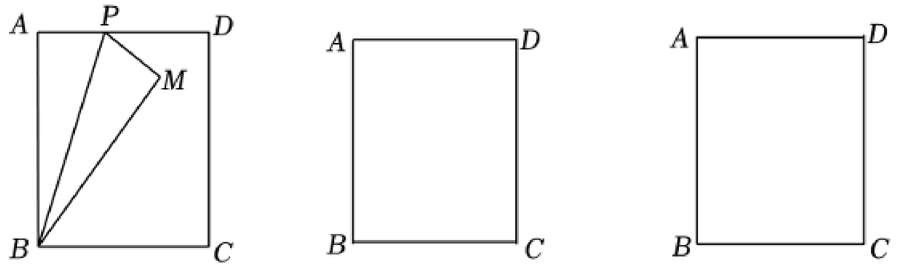
(2)根据 m 和 n 小于 0 化简$\sqrt{\frac{m^3}{n}}+\sqrt{\frac{n^3}{m}}$为$\sqrt{mn}(\frac{(m+n)^2-2mn}{mn})$，然后根据$m+n=-3$，$mn=1$整体代值计算.

本题主要考查了根与系数的关系、分式的化简求值以及代数求值等知识，解答本题的关键是能求出 m 和 n 的判断出 m 和 n 均小于 0，此题难度一般.

11. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$BC=4$,点 P 在 AD 上运动（点 P 不与点 A、D 重合）将△ ABP沿直线翻折，使得点 A 落在矩形内的点 M 处（包括矩形边界）.

（1） 求 AP 的取值范围;

（2） 连接 DM 并延长交矩形 $ABCD$ 的 AB 边于点 G，当∠ABM=2∠ADG 时，求 AP 的长



试题解析

(1) 求 AP 的取值范围;

【分析】(1) 根据矩形的性质得到 $AB=CD=5$, $BC=AD=4$, $\angle A=\angle C=\angle D=90°$,根据折叠的性质得到 $\angle PMB=\angle A=90°$, $BM=AB=5$,根据勾股定理得到 $CM=\sqrt{BM^2-BC^2}=3$,$DM==2$,根据相似三角形的判定和性质定理即可得到结论;

解: (1) 当 M 落在 CD 上时, AP 的长度达到最大,

∵四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $AB=CD=5$, $BC=AD=4$, $\angle A=\angle C=\angle D=90°$,

∵△ABP 沿直线翻折, ∴ $\angle PMB=\angle A=90°$, $BM=AB=5$,

∴ $CM=\sqrt{BM^2-BC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $DM=5-3=2$,

∴ $\angle PMD+\angle BMC=90°$, $\angle PMD+\angle MPD=90°$,

∴ $\angle BMC=\angle MPD$, ∴△PDM∽△MCB, ∴ $\frac{PD}{CM}=\frac{DM}{BC}$, $\frac{PD}{3}=\frac{2}{4}$

∴ $PD=\frac{3}{2}$, $AP=\frac{5}{2}$ ∴ AP 的取值范围是 $0<AP\leqslant\frac{5}{2}$;

(2) 连接 DM 并延长交矩形 $ABCD$ 的 AB 边于点 G,当 $\angle ABM=2\angle ADG$ 时,求 AP 的长.

(2) 根据折叠的性质得到 $\angle ABP=\angle MBP$, 求得 $\angle ABM=2\angle ABP$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AP}{AG}=\frac{AB}{AD}=\frac{5}{4}$, 设 $AP=5x$, $AG=4x$, 过 M 作 $MH\perp AD$ 于 H, 根据折叠的性质得到 $AP=MP=5x$, $AM\perp BP$, 根据三角形中位线定理得到 $MN=\frac{1}{2}AG=2x$, 根据勾股定理即可得到结论.

(2) 如图, ∵将△ABP 沿直线翻折, 使得点 A 落在矩形内的点 M 处,

∴ $\angle ABP=\angle MBP$, ∴ $\angle ABM=2\angle ABP$,

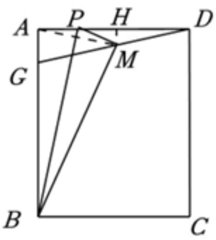
∵ $\angle ABM=2\angle ADG$, ∴ $\angle ABP=\angle ADG$,

∵ $\angle A=\angle A$, ∴△ADG∽△ABP, ∴ $\frac{AP}{AG}=\frac{AB}{AD}=\frac{5}{4}$,

设 $AP=5x$, $AG=4x$, 过 M 作 $MH\perp AD$ 于 H,

∵将△ABP 沿直线翻折, 使得点 A 落在矩形内的点 M 处,

∴ $AP=MP=5x$, $AM\perp BP$, ∴ $\angle DAM=90°-\angle BAM=\angle ABP=\angle ADG$,



$\therefore AM=DM$，$\therefore DH=AH=2$，$HP=2-5x$，

$\because \angle BAD=\angle MHA=90^\circ$，$\therefore MH // AG$，

$\therefore MH$ 为 $\triangle ADG$ 的中位线，$\therefore MH=\frac{1}{2}AG=2x$，

在 $Rt\triangle PHM$ 中，$PM^2=PH^2+HM^2$，$\therefore (5x)^2=(2x)^2+(2-5x)^2$，

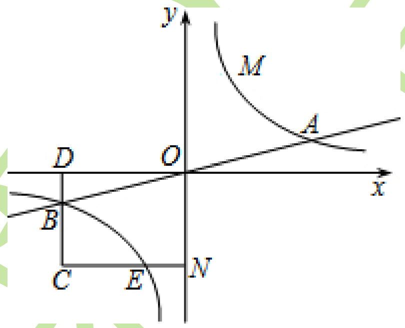
解得 $x_1=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$，$x_2=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$(不合题意舍去)，$\therefore AP=\frac{25-5\sqrt{21}}{2}$.

【点评】本题是相似形的综合题，考查了矩形的性质，折叠的性质，勾股定理，相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质定理是解题的关键.

12. 已知双曲线$y=\frac{k}{x}$与直线$y=\frac{1}{4}x$相交于 A、B 两点．第一象限上的点$M(m,n)$(在 A 点左侧)是双曲线$y=\frac{k}{x}$上的动点．过点 B 作$BD//y$轴交 x 轴于点D.过$N(0,-n)$作$NC//x$轴交双曲线$y=\frac{k}{x}$于点 E，交 BD 于点 C.

(1)若点 D 坐标是(−8,0)，求 A、B 两点坐标及 k 的值.

(2)若 B 是 CD 的中点，四边形 OBCE 的面积为 4，求直线 CM 的解析式.



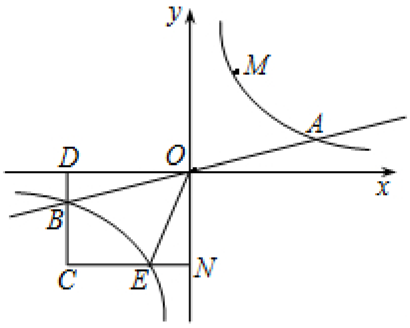
【答案】解：(1) $\because D(-8,0)$，

$\therefore B$点的横坐标为-8，代入$y=\frac{1}{4}x$中，得$y=-2$.

$\therefore B$点坐标为$(-8,-2)$.

$\because$ A、B 两点关于原点对称，$\therefore A(8,2)$.

$\therefore k=xy=8\times 2=16$；



(2) $\because N(0,-n)$，B 是 CD 的中点，A、B、M、E 四点均在双曲线上，

$\therefore mn=k$，$B(-2m,-\frac{n}{2})$，$C(-2m,-n)$，$E(-m,-n)$.

$S_{矩形DCNO}=2mn=2k$，$S_{\triangle DBO}=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}k$，$S_{\triangle OEN}=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}k$，

$\therefore S_{四边形OBCE}=S_{矩形DCNO}-S_{\triangle DBO}-S_{\triangle OEN}=k=4$.

$\therefore k=4$.

$\because B(-2m,-\frac{n}{2})$在双曲线$y=\frac{4}{x}$与直线$y=\frac{1}{4}x$上

$\therefore \begin{cases}\frac{1}{4}\times(-2m)=-\frac{n}{2}\\(-2m)(-\frac{n}{2})=4\end{cases}$得$\begin{cases}m_1=2\\n_1=2\end{cases}\begin{cases}m_2=-2\\n_2=-2\end{cases}$(舍去)

$\therefore C(-4,-2)$，$M(2,2)$.

设直线 CM 的解析式是$y=ax+b$，把$C(-4,-2)$和$M(2,2)$代入得：

$$\begin{cases}-4a+b=-2\\2a+b=2.\end{cases}$$

解得$a=b=\frac{2}{3}$.

$\therefore$直线 CM 的解析式是$y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$.

【解析】(1)根据 B 点的横坐标为-8，代入$y=\frac{1}{4}x$中，得$y=-2$，得出 B 点的坐标，即可得出 A 点的坐标，再根据$k=xy$求出即可；

(2)根据$S_{矩形DCNO}=2mn=2k$，$S_{\triangle DBO}=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}k$，$S_{\triangle OEN}=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}k$，即可得出 k 的值，进而得出 B，C 点的坐标，再求出解析式即可.

此题主要考查了待定系数法函数解析式以及一次函数与反比例函数交点的性质，根据四边形 OBCE 的面积为 4 得出 k 的值是解决问题的关键.