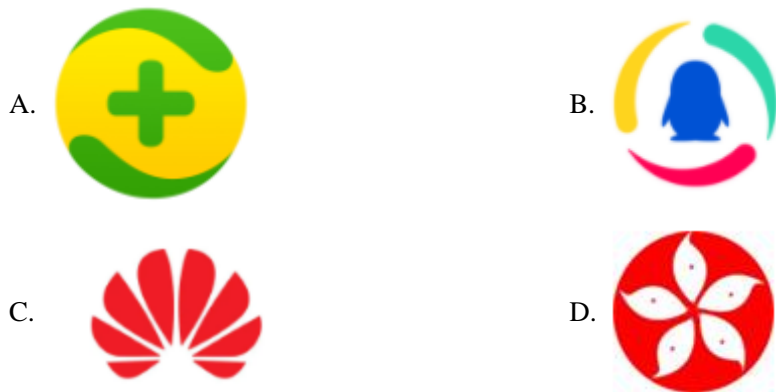


昆山市 2023-2024 学年第二学期八年级数学期中考试模拟试题

一、选择题（本大题共 10 小题，共 20.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

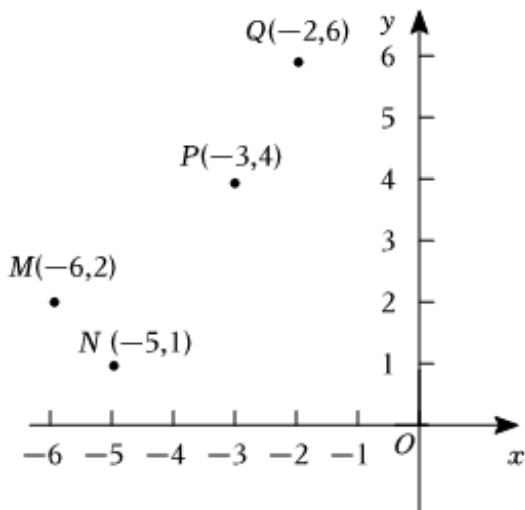
1. 下列图形中，是中心对称图形的是()



2. 下列各式中，无论 x 取何值，分式都有意义的是()

- A. $\frac{x+a}{|x|-2}$ B. $\frac{x}{2x+1}$ C. $\frac{3x+1}{x^2}$ D. $\frac{x^2}{2x^2+1}$

3. 如图，平面直角坐标系中有 M 、 N 、 P 、 Q 四个点，其中的三个点在同一反比例函数的图象上，则不在这个图象上的点是()



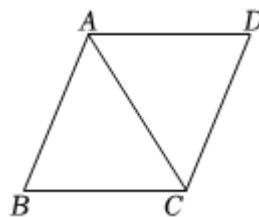
- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

4. 下列代数式变形正确的是()

- A. $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$ B. $\frac{a(c^2+1)}{b(c^2+1)} = \frac{a}{b}$
 C. $\frac{0.2x}{0.1x+2y} = \frac{2x}{x+2y}$ D. $-\frac{x+y}{-x-y} = \frac{x+y}{x-y}$

5. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中，若 $AB = 5$ ， $AC = 6$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积为()

- A. 20
- B. 24
- C. 26
- D. 32



6. 已知直线 $y_1 = -2x + 6$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{4}{x}$ 在同一坐标系的交点坐标是 $(1,4)$ 和 $(2,2)$ ，则当 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围是()

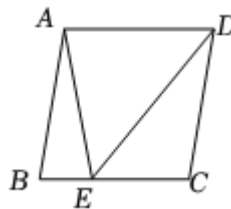
- A. $x < 0$ 或 $1 < x < 2$
- B. $x < 1$
- C. $0 < x < 1$ 或 $x < 0$
- D. $x > 2$

7. 以下命题中，真命题是()

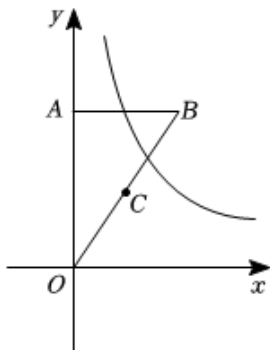
- A. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- B. 矩形和等边三角形都是中心对称图形
- C. 顺次连接梯形四边中点得到的四边形是平行四边形
- D. 一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形

8. 如图，已知 E 是菱形 $ABCD$ 的边 BC 上一点，且 $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ ，那么 $\angle CDE$ 的度数为()

- A. 35°
- B. 30°
- C. 25°
- D. 20°



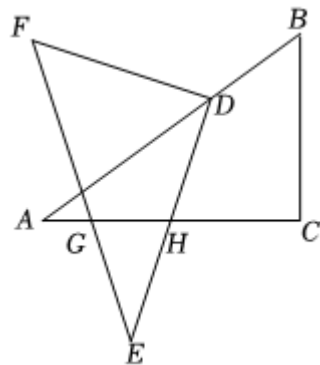
9. 如图，在平面直角坐标系中， $Rt \triangle OAB$ 的一条边 OA 在 y 轴上， $OA = 4$ ， $AB = 3$ ，将 $\triangle OAB$ 向右平移，某一时刻，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象恰好经过点 A 和 OB 的中点 C ，则 k 的值为()



- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

10. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，将 $Rt \triangle ABC$ 绕直角边 AC 的中点 H 旋转，得到 $\triangle EFD$ ，若 $\triangle EFD$ 的直角顶点 D 落在 $\triangle ABC$ 的斜边 AB 上， EF 与 AC 交于点 G ，则线段 AG 的长度约为()

- A. 0.5
- B. 0.6
- C. 0.7
- D. 0.8



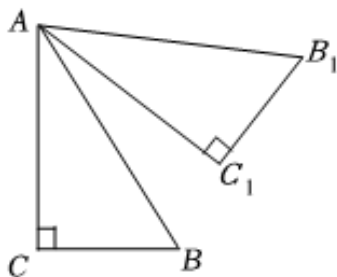
11. 若点 $A(a, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 图象上，则代数式 $ab =$ _____ .

12. 当 x _____ 时，分式 $\frac{x+3}{x-2}$ 有意义.

13. 某商场销售一批散装坚果，进价为30元每斤，在销售时售货员发现坚果的日销量和每斤的利润正好成反比例关系，且价格调整为每斤50元时，当日销量为80斤，那么每日该坚果的销量 y (单位：斤) 与每斤价格 x (单位：元) 之间的函数表达式为_____ .

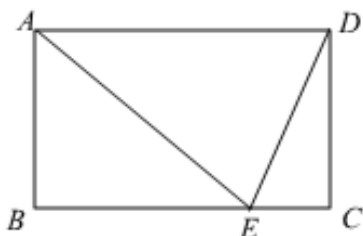
14. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m-3}{x+2} = 1$ 的解是负数，则 m 的取值范围是 _____ .

15. 如图，将 $Rt \triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 70° 得到 $Rt \triangle AB_1C_1$ ，若 $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\angle BAC_1 =$ _____ .

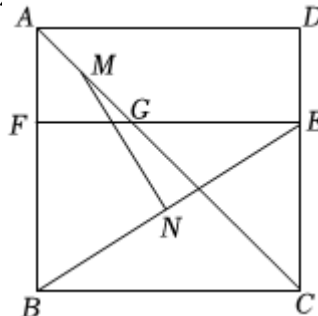


16. 已知点 $A(m, y_1)$ ， $B(m+1, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{n^2+1}{x}$ (n 是常数) 的图象上，且 $y_1 < y_2$ ，则 m 的取值范围是 _____ .

17. 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， E 为 BC 上一点， ED 平分 $\angle AEC$ ， $ED = \sqrt{10}$ ，则 AD 的长为_____ .



(第 17 题)



(第 18 题)

18. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为8的正方形，点 E 在边 CD 上， $DE = 2$ ；作 $EF \parallel BC$ 分别交 AC 、 AB 于点 G 、 F ， M 、 N 分别是 AG ， BE 的中点，则 MN 的长为_____ .

三、解答题（本大题共 9 小题，共 64.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (本小题8.0分)

解方程：

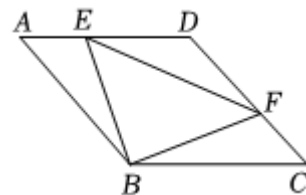
$$(1) 2 - \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-1};$$

$$(2) \frac{3}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-9} = 0.$$

20. (本小题5.0分)

如图，在菱形 $ABCD$ 中， E ， F 分别是 AD ， CD 边上的点，连接 BE ， BF ， EF ，且 $\angle ABE = \angle CBF$. 求证：

$\angle BEF = \angle BFE$.



21. (本小题6.0分)

先化简，再求值： $\frac{2}{x^2-2x} - \frac{x-6}{x^2-4x+4} \div \frac{x-6}{x-2}$ ，请从0，2，5，6这四个整数中选一个适当的数作为 x 的值代入求值.

22. (本小题6.0分)

阅读与理解

阅读下列材料，完成后面的任务.

在解决某些分式问题时，倒数法是常用的变形技巧之一，所谓倒数法，即把式子变成其倒数形式，从而运用约分化简，以达到计算目的.

例：若 $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}$ ，求代数式 $x + \frac{1}{x}$ 的值.

解：∵ $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{4}$ ，∴ $\frac{x^2+1}{x} = 4$ ，∴ $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 4$ ，∴ $x + \frac{1}{x} = 4$.

任务：已知 $\frac{x}{x^2-3x+1} = \frac{1}{2}$.

(1) 求 $x + \frac{1}{x}$ 的值.

(2) 求 $\frac{x^2}{x^4+2x^2+1}$ 的值.

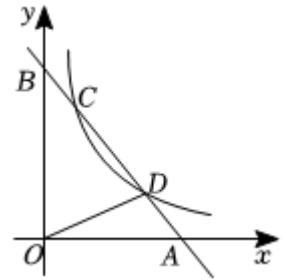
23. (本小题7.0分)

如图，一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $C(1,2)$ 、 $D(2,n)$.

(1)直接写出不等式 $kx + b < \frac{m}{x}$ 的解集.

(2)分别求出两个函数的解析式;

(3)连接 OD 、 OC ，求 $\triangle COD$ 的面积.



24. (本小题8.0分)

某汽车网站对两款价格相同，续航里程相同的汽车做了一次评测，一款为燃油车，另一款为纯电新能源车.得到相关数据如下：

燃油车	纯电新能源车
油箱容积：48升	电池容量：90千瓦时
油价：8元/升	电价：0.6元/千瓦时

(1)设两款车的续航里程均为 a 千米，请用含 a 的代数式表示燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用；

(2)若燃油车每千米行驶费用比纯电新能源车多0.55元.

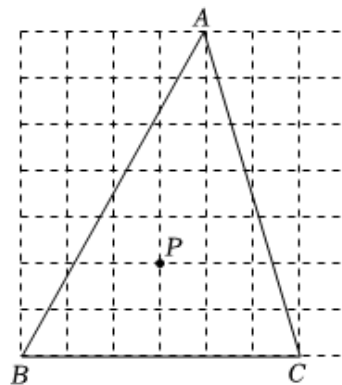
①请分别求出这两款车的每千米行驶费用；

②若燃油车和纯电新能源车每年的其它费用分别为4800元和8100元.问：每年行驶里程超过多少千米时，新能源车的年费用更低？(年费用=年行驶费用+年其它费用)

25. (本小题6.0分)

如图，在网格图中， $Rt \triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上，点 P 为三角形内一点，请只用无刻度直尺作图.

- (1)请画出 $\triangle ABC$ 中 AB 边对应的中位线 DE ;
- (2)请过点 P 作线段 MN ，与 AB 交于点 M ，与 BC 交于点 N ，且满足点 P 是 MN 的中点.



26. (本小题8.0分)

已知在平面直角坐标系中有矩形 $ABCD$ ，满足 $A(1,0)$ ， $B(2,0)$.

- (1)如图1，若反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象经过点 D ，且与 BC 交于点 E ，求点 E 的坐标;
- (2)如图2，将矩形沿线段 MN 翻折，使得点 C 与点 A 重合，此时点 M ， N 在同一个反比例函数的图象上，试求出此时矩形的边 AD 的长度和线段 MN 所在直线的解析式.

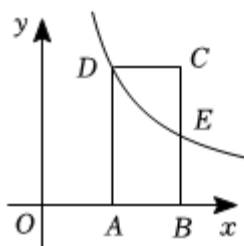


图1

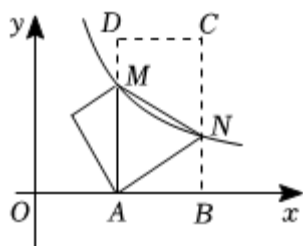


图2

27. (本小题10.0分)

【方法回顾】

如图1，过正方形 $ABCD$ 的顶点 A 作一条直线 l 交边 BC 于点 P ， $BE \perp AP$ 于点 E ， $DF \perp AP$ 于点 F ，若 $DF = 2.5$ ， $BE = 1$ ，则 $EF =$ _____.

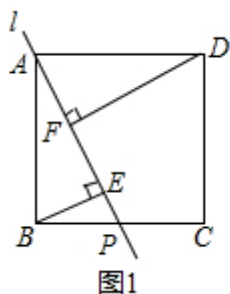


图1

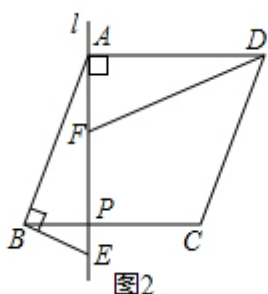


图2

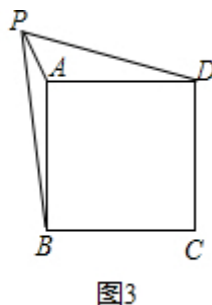


图3

【问题解决】

如图2，菱形 $ABCD$ 的边长为 $\frac{3}{2}$ ，过点 A 作一条直线 l 交边 BC 于点 P ，且 $\angle DAP = 90^\circ$ ，点 F 是 AP 上一点，且 $\angle BAD + \angle AFD = 180^\circ$ ，过点 B 作 $BE \perp AB$ ，与直线 l 交于点 E ，若 $EF = 1$ ，求 BE 的长.

【思维拓展】

如图3，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 在 AD 所在直线上的上方， $AP = 2$ ，连接 PB ， PD ，若 $\triangle PAD$ 的面积与 $\triangle PAB$ 的面积之差为 $m(m > 0)$ ，则 $PB^2 - PD^2$ 的值为_____.(用含 m 的式子表示)

昆山市 2023-2024 学年第二学期八年级数学期中考试模拟试题

1. 【答案】A

【解析】解：选项 B、C、D 的图形都不能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

选项 A 的图形能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形；

故选：A.

根据中心对称图形的概念判断. 把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

本题考查的是中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后与自身重合.

2. 【答案】D

【解析】解：A、 $x = \pm 2$ 时， $|x| - 2 = 0$ ，分式无意义，故本选项不符合题意；

B、 $x = -\frac{1}{2}$ 时， $2x + 1 = 0$ ，分式无意义，故本选项不符合题意；

C、 $x = 0$ 时， $x^2 = 0$ ，分式无意义，故本选项不符合题意；

D、无论 x 取何值， $2x^2 + 1 \geq 1$ ，分式都有意义，故本选项符合题意.

故选：D.

根据分式有意义，分母不等于 0 对各选项分析判断即可得解.

本题考查了分式有意义的条件，从以下三个方面透彻理解分式的概念：(1)分式无意义 \Leftrightarrow 分母为零；(2)分式有意义 \Leftrightarrow 分母不为零；(3)分式值为零 \Leftrightarrow 分子为零且分母不为零.

3. 【答案】A

【解析】解： $\because 2 \times (-6) = 12$ ； $-3 \times 4 = -12$ ； $-2 \times 6 = -12$ ； $-5 \times 1 = -5$ ；

从上面求值情况可明显看出：若其中有三个点在同一反比例函数图象上，则不在这个反比例函数的图象上的点是 $N(-5, 1)$.

故选：A.

此题可以先假设 M 、 N 、 P 、 Q 四点都位于反比例函数图象上，求出各点对应的 k 值，找出与其它三个不同的 k 值即可

本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数.

4. 【答案】B

【解析】解：A项计算法则没有，选项不合题意；

$$\frac{a(c^2+1)}{b(c^2+1)} = \frac{a}{b}, \text{ 成立, } B \text{ 选项符合题意;}$$

$$\frac{0.2x}{0.1x+2y} = \frac{2x}{x+20y}, \text{ } C \text{ 选项不符合题意;}$$

$$-\frac{x+y}{-x-y} = 1, \text{ } D \text{ 选项不合题意;}$$

故选：B.

利用分式的基本性质计算后判断正误.

本题考查了分式的基本性质，解题的关键是掌握分式的基本性质.

5. 【答案】B

【解析】解：连接BD交AC于点O，如图所示：

∵四边形ABCD是菱形，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC, \quad OB = \frac{1}{2}BD = 3, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore AC = 2OA = 8,$$

$$\therefore \text{菱形}ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

故选：B.

由菱形的性质得 $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ ， $OB = \frac{1}{2}BD = 3$ ， $AC \perp BD$ ，由勾股定理求出 $OA = 4$ ，则 $AC = 2OA = 8$ ，由菱形面积公式即可得出答案.

本题考查了菱形的性质、勾股定理以及菱形面积公式等知识；熟练掌握菱形的性质和勾股定理是解题的关键.

6. 【答案】A

【解析】解：根据题意，

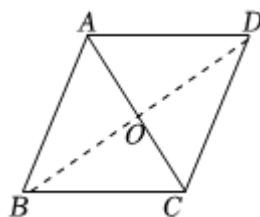
$$\text{当 } x < 0 \text{ 时, } y_1 = -2x + 6 > 0, \quad y_2 = \frac{4}{x} < 0,$$

$$\therefore y_1 > y_2;$$

当 $x > 0$ 时，∵直线 $y_1 = -2x + 6$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{4}{x}$ 在同一坐标系的交点坐标是(1,4)和(2,2)

要使 $y_1 > y_2$ ，则直线 $y_1 = -2x + 6$ 要在反比例函数 $y_2 = \frac{4}{x}$ 上面，

$$\therefore x \text{ 的取值范围是 } 1 < x < 2;$$



综上所述 x 的取值范围是 $x < 0$ 或 $1 < x < 2$.

故选：A.

根据直线 $y_1 = -2x + 6$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{4}{x}$ 在同一坐标系的交点坐标，即可得出结论.

本题考查了一次函数与反比例函数交点的问题，掌握一次函数与反比例函数图象相关知识是解题的关键.

7. 【答案】C

【解析】解：A、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故本选项说法是假命题，不符合题意；

B、矩形是中心对称图形，而等边三角形不是中心对称图形，故本选项说法是假命题，不符合题意；

C、顺次连接梯形四边中点得到的四边形是平行四边形，是真命题，符合题意；

D、一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形或梯形，故本选项说法是假命题，不符合题意；

故选：C.

根据菱形的判定、中心对称图形的概念、平行四边形的判定判断即可.

本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. 【答案】B

【解析】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AD \parallel BC, AB = AD, \angle ADC = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore AE = AB = AD,$$

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAE) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ,$$

故选：B.

由菱形的性质得出 $AD \parallel BC$ ， $AB = AD$ ， $\angle ADC = \angle B = 80^\circ$ ，则 $\angle AEB = \angle DAE = \angle B = 80^\circ$ ，得 $AE = AB = AD$ ，再由三角形内角和定理求出 $\angle ADE = 50^\circ$ ，即可得出答案.

本题考查了菱形的性质、平行线的性质、等腰三角形的判定与性质、三角形内角和定理等知识，熟练掌握菱形的性质和等腰三角形的判定与性质是解题的关键.

9. 【答案】C

【解析】解：∵ $Rt \triangle OAB$ 的一条边 OA 在 y 轴上， $OA = 4$ ， $AB = 3$ ，

$$\therefore A(0,4), B(3,4),$$

$\therefore OB$ 的中点 $C(\frac{3}{2}, 2)$,

设 $\triangle OAB$ 向右平移 a 个单位, 则平移后的点 $A(a, 4)$, $C(\frac{3}{2} + a, 2)$,

\therefore 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象恰好经过点 $A(a, 4)$, $C(\frac{3}{2} + a, 2)$,

$\therefore k = 4a = 2(\frac{3}{2} + a)$,

解得 $a = \frac{3}{2}$,

$\therefore k = 4a = 6$,

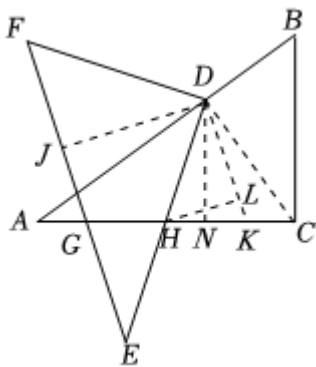
故选: C .

根据题意表示出平移后的点 $A(a, 4)$, $C(\frac{3}{2} + a, 2)$, 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 即可求得 k 的值.

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 坐标于图形的变化—平移, 正确表示出点的坐标是解题的关键.

10. 【答案】C

【解析】解: 如图, 连接 CD , 过点 D 作 $DN \perp AC$ 于 N , $DJ \perp EF$ 于 J , 过点 D 作 $DK // EF$ 交 AC 于 K , 过点 H 作 $HL \perp DK$ 于 L ,



$\therefore Rt \triangle ABC$ 绕直角边 AC 的中点 H 旋转, 得到 $\triangle EFD$,

$\therefore AH = EH = CH = DH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, $\angle A = \angle E$,

$\therefore \angle A = \angle ADH$, $\angle HCD = \angle HDC$,

$\therefore \angle GHE = \angle CHD = \angle A + \angle ADH = 2\angle A$,

$\therefore \angle CHD + \angle HCD + \angle HDC = 180^\circ$, 即 $2\angle A + 2\angle HCD = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle HCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

在 $Rt \triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$\therefore AB \cdot CD = AC \cdot BC$,

$$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} = DJ,$$

$$\text{在 Rt } \triangle ACD \text{ 中, } AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5},$$

$$\therefore AC \cdot DN = AD \cdot CD,$$

$$\therefore DN = \frac{AD \cdot CD}{AC} = \frac{\frac{16}{5} \times \frac{12}{5}}{4} = \frac{48}{25},$$

$$\therefore DK // EF,$$

$$\therefore \angle DKH = \angle EGH,$$

在 $\triangle DKH$ 和 $\triangle EGH$ 中,

$$\begin{cases} \angle DKH = \angle EGH \\ \angle DHK = \angle EHG, \\ DH = EH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DKH \cong \triangle EGH (\text{AAS}),$$

$$\therefore HK = HG,$$

$$\therefore HL = \frac{1}{2} DJ = \frac{6}{5},$$

设 $HK = x$,

$$\therefore HL \cdot DK = DN \cdot HK,$$

$$\therefore DK = \frac{DN \cdot HK}{HL} = \frac{\frac{48}{25}x}{\frac{6}{5}} = \frac{8}{5}x,$$

$$\therefore DN \perp AC,$$

$$\therefore \angle DNH = \angle DNK = 90^\circ,$$

$$\therefore HN = \sqrt{DH^2 - DN^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{48}{25}\right)^2} = \frac{14}{25},$$

$$\therefore NK = HK - HN = x - \frac{14}{25},$$

$$\text{在 Rt } \triangle DKN \text{ 中, } DN^2 + NK^2 = DK^2,$$

$$\text{即 } \left(\frac{48}{25}\right)^2 + \left(x - \frac{14}{25}\right)^2 = \left(\frac{8}{5}x\right)^2,$$

$$\text{解得: } x_1 = -2 (\text{舍去}), x_2 = \frac{50}{39},$$

$$\therefore HG = HK = \frac{50}{39},$$

$$\therefore AG = AH - HG = 2 - \frac{50}{39} = \frac{28}{39} \approx 0.7,$$

故选: C.

连接 CD , 过点 D 作 $DN \perp AC$ 于 N , $DJ \perp EF$ 于 J , 过点 D 作 $DK // EF$ 交 AC 于 K , 过点 H 作 $HL \perp DK$ 于 L , 利用

旋转性质得到： $AH = EH = CH = DH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ ， $\angle A = \angle E$ ，再利用等腰三角形的性质和三角形的外角性质得到 $\angle A + \angle HCD = 90^\circ$ ，进而可得 $\angle ADC = 90^\circ$ ，运用面积法可得 $CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} =$

DJ ， $DN = \frac{AD \cdot CD}{AC} = \frac{\frac{16}{5} \times \frac{12}{5}}{4} = \frac{48}{25}$ ，再证得 $\triangle DKH \cong \triangle EGH(AAS)$ ，得出 $HK = HG$ ，设 $HK = x$ ，利用面积法可得 $DK = \frac{DN \cdot HK}{HL} = \frac{\frac{48}{25}x}{\frac{6}{5}} = \frac{8}{5}x$ ，然后利用勾股定理求解即可。

本题考查了旋转的性质、等腰三角形的性质、直角三角形的性质，平行线的性质，全等三角形的判定和性质，三角形面积，三角形的内角和定理及外角性质，勾股定理等，熟练掌握旋转的性质和全等三角形的判定和性质是解答的关键。

11. 【答案】 -3

【解析】解： \because 点 $A(a, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上，

$$\therefore b = -\frac{3}{a},$$

$$\therefore ab = -3,$$

故答案为：-3.

根据点 $A(a, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上，可以求得 ab 的值，从而可以得到所求式子的值。

本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，明确题意，利用反比例函数的性质是解答本题的关键。

12. 【答案】 $\neq 2$

【解析】解： \because 分式 $\frac{x+3}{x-2}$ 有意义，

$$\therefore x - 2 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq 2.$$

故答案为： $\neq 2$.

根据分式有意义的条件解答即可。

本题考查的是分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解题的关键。

13. 【答案】 $y = \frac{1600}{x-30}$

【解析】解： \because 坚果的日销量和每斤的利润正好成反比例关系，

$\therefore y$ 与 $(x - 30)$ 成反比例关系，

$$\text{设 } y = \frac{k}{x-30} (k > 0),$$

$$\because x = 50 \text{ 时, } y = 80,$$

$$\therefore \frac{k}{50-30} = 80,$$

解得， $k = 1600$ ，

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式为： $y = \frac{1600}{x-30}$ ，

故答案为： $y = \frac{1600}{x-30}$ 。

由题意知：坚果的日销量和每斤的利润正好成反比例关系，可设 $y = \frac{k}{x-30}$ ，把 $x = 50$ ， $y = 80$ 代入求出 k 即可得到结果。

本题考查了反比例函数的实际应用，根据题意先构造函数模型，利用待定系数法求出函数解析式是常用方法。

14. 【答案】 $m < 5$ 且 $m \neq 3$

【解析】解： $\frac{m-3}{x+2} = 1$ ，

去分母得： $m - 3 = x + 2$ ，

解得： $x = m - 5$ ，

\therefore 分式方程的解是负数，

$\therefore x < 0$ 且 $x + 2 \neq 0$ ，

即 $m - 5 < 0$ 且 $m - 5 + 2 \neq 0$ ，

解得： $m < 5$ 且 $m \neq 3$ 。

故答案为： $m < 5$ 且 $m \neq 3$ 。

直接解分式方程，然后根据分式方程的解为负数，结合 $x + 2 \neq 0$ 求出答案。

本题考查了分式方程的解，正确解分式方程是解题的关键。

15. 【答案】 40°

【解析】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$ ，

\therefore 将 $Rt \triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 70° 得到 $Rt \triangle AB_1C_1$ ，

$\therefore \angle CAC_1 = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC_1 = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$ ，

故答案为： 40° 。

根据三角形内角和定理得 $\angle BAC = 30^\circ$ ，再根据旋转的性质得 $\angle CAC_1 = 70^\circ$ ，从而得出答案。

本题主要考查了旋转的性质，三角形内角和定理，熟练掌握旋转的性质是解题的关键。

16. 【答案】 $-1 < m < 0$

【解析】解：由反比例函数 $y = \frac{n^2+1}{x}$ (n 为常数)可知图象位于一、三象限， y 随 x 的增大而减小.

\because 点 $A(m, y_1)$, $B(m+1, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{n^2+1}{x}$ (n 常数)的图象上，且 $y_1 < y_2$,

\therefore 点 $A(m, y_1)$, $B(m+1, y_2)$ 不在同一象限，则点 $B(m+1, y_2)$ 在第一象限，点 $A(m, y_1)$ 在第三象限.

$$\therefore \begin{cases} m < 0 \\ m+1 > 0 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < m < 0.$$

故答案为： $-1 < m < 0$.

由于 $y = \frac{n^2+1}{x}$ 的图象在一、三象限，根据反比例函数的性质得出不等式组，解不等式组即可求解.

本题主要考查的是反比例函数的图象和性质，熟练掌握反比例函数的图象和性质是解题的关键.

17. 【答案】5

【解析】解： \because 矩形纸片 $ABCD$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, AB = CD = 3, AD \parallel CB,$$

$$\therefore ED = \sqrt{10},$$

$$\therefore EC = \sqrt{ED^2 - CD^2} = 1,$$

$$\therefore ED \text{ 平分 } \angle AEC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CED,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CED,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED,$$

$$\therefore AD = AE,$$

$$\therefore AD^2 = AB^2 + BE^2,$$

$$\therefore AD^2 = 3^2 + (AD - 1)^2,$$

$$\therefore AD = 5,$$

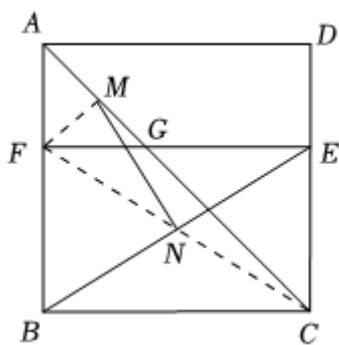
故答案为：5.

根据勾股定理求出 $EC = 1$ ，再证明 $AD = AE$ ，根据勾股定理列出方程求解即可.

本题考查了矩形的性质和勾股定理，根据题意得出 $AD = AE$ ，利用勾股定理列出方程是解题的关键.

18. 【答案】5

【解析】解：连接 FM ， FC ，



\because 四边形 $ABCD$ 是正方形， $EF \parallel BC$ ，

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$ ，四边形 $BCEF$ 为矩形，

$\therefore \triangle AFG$ 为等腰直角三角形， $BE = CF$ ，

$\because M$ 是 AG 的中点，

$\therefore AM = MG$ ，

则 $FM \perp AG$ ，

即 $\triangle FMC$ 是直角三角形，

$\because N$ 是 BE 的中点，四边形 $BCEF$ 是矩形，

\therefore 点 N 在 CF 上，且是 CF 的中点，

$\therefore MN = \frac{1}{2}FC$ ，

$\because DE = 2$ ， $BC = DC = 8$ ，

$\therefore CE = 6$ ，

$\therefore BE = FC = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ ，

$\therefore MN = \frac{1}{2}FC = 5$ 。

故答案为：5。

连接 FM ， FC ，易求 $\triangle AFG$ 为等腰直角三角形， $\triangle FMC$ 是直角三角形，即可得 $MN = \frac{1}{2}FC$ ，利用勾股定理求解 FC 的长即可求解。

本题主要考查正方形的性质，矩形的性质，勾股定理等腰直角三角形及直角三角形斜边上的中线的性质等知识的综合运用。熟练掌握这些性质是解题的关键。

19. 【答案】解：(1) $2 - \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ ，

$2(x-1) - (x+1) = 1$ ，

解得： $x = 4$ ，

检验：当 $x = 4$ 时， $x - 1 \neq 0$ ，

$\therefore x = 4$ 是原方程的根；

$$(2) \frac{3}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-9} = 0,$$

$$\frac{3}{x(x+3)} - \frac{1}{(x+3)(x-3)} = 0,$$

$$3(x-3) - x = 0,$$

解得： $x = 4.5$ ，

检验：当 $x = 4.5$ 时， $x(x+3)(x-3) \neq 0$ ，

$\therefore x = 4.5$ 是原方程的根.

【解析】(1)按照解分式方程的步骤，进行计算即可解答；

(2)按照解分式方程的步骤，进行计算即可解答.

本题考查了解分式方程，一定要注意解分式方程必须检验.

20. **【答案】**证明： \because 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = BC, \angle A = \angle C,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CBF$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ AB = BC \\ \angle ABE = \angle CBF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF (ASA),$$

$$\therefore BE = BF,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BFE.$$

【解析】根据菱形的性质和全等三角形的判定和性质定理即可得到结论.

本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握菱形的性质定理是解题的关键.

21. **【答案】**解：原式 $= \frac{2}{x(x-2)} - \frac{x-6}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x-6}$

$$= \frac{2}{x(x-2)} - \frac{1}{x-2}$$

$$= \frac{2}{x(x-2)} - \frac{x}{x(x-2)}$$

$$= \frac{2-x}{x(x-2)}$$

$$= -\frac{1}{x};$$

要使原代数式有意义，分母和除式里的除数都不为0， x 只能取5，

当 $x = 5$ 时，

$$\text{原式} = -\frac{1}{5}.$$

【解析】根据分式的混合运算法则把原式化简，根据分式有意义的条件确定 x ，代入计算即可.

本题考查的是分式的化简求值、分式有意义的条件，掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

22. **【答案】**解：(1) $\frac{x}{x^2-3x+1} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{x^2-3x+1}{x} = 2,$$

$$\therefore x - 3 + \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5;$$

(2) $\frac{x^4+2x^2+1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 = 25,$

$$\therefore \frac{x^2}{x^4+2x^2+1} = \frac{1}{25}.$$

【解析】(1)利用分式约分化简解题；

(2)先求出倒数的值，然后代入求值即可.

本题考查分式的有关运算，理解材料中的计算方法，掌握分式的运算法则是解题的关键.

23. **【答案】**解：(1)由图象可知，不等式 $kx + b < \frac{m}{x}$ 的解集为： $0 < x < 1, x > 2$ ；

(2)由 $y_2 = \frac{m}{x}$ 过点 $C(1,2)$ 和 $D(2,n)$ 可得：
$$\begin{cases} 2 = \frac{m}{1} \\ n = \frac{m}{2} \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

故 $y_2 = \frac{2}{x}$,

又由 $y_1 = kx + b$ 过点 $C(1,2)$ 和 $D(2,1)$ 可得：
$$\begin{cases} k + b = 2 \\ 2k + b = 1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

故 $y_1 = -x + 3$;

(3)由 $y_1 = -x + 3$ 过点 B ，可知 $B(0,3)$,

故： $OB = 3$,

\therefore 点 $C(1,2)$,

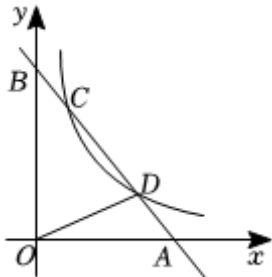
\therefore 点 C 到 y 轴的距离为1,

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2},$$

∵ 而点 D 到 y 轴的距离为 2,

$$\therefore S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle COD} = S_{\triangle BOD} - S_{\triangle BOC} = \frac{3}{2}.$$



【解析】(1) 观察图象, 根据图象可直接得出 x 的取值范围;

(2) 将 C 、 D 代入反比例函数中即可求出 m 、 n 的值, 代入一次函数中即可分别求出两个函数的解析式;

(3) 根据一次函数解析式求出点 B 坐标即可根据三角形面积计算公式求出 $S_{\triangle BOD}$.

本题考查反比例函数和一次函数的交点问题, 熟练掌握反比例函数和一次函数的基本特点以及能根据坐标系中点的位置, 将数形相结合进行简单计算是解题的关键.

24. **【答案】**解: (1) 燃油车每千米行驶费用为 $\frac{48 \times 8}{a} = \frac{384}{a}$ (元), 纯电新能源车每千米行驶费用为 $\frac{90 \times 0.6}{a} = \frac{54}{a}$ (元),

答: 燃油车每千米行驶费用为 $\frac{384}{a}$ 元, 纯电新能源车每千米行驶费用为 $\frac{54}{a}$ 元;

$$(2) \textcircled{1} \text{ 由题意得: } \frac{384}{a} - \frac{54}{a} = 0.55,$$

解得: $a = 600$,

经检验, $a = 600$ 是分式方程的解, 且符合题意,

$$\therefore \frac{384}{600} = 0.64 \text{ (元)}, \frac{54}{600} = 0.09 \text{ (元)},$$

答: 燃油车每千米行驶费用为 0.64 元, 纯电新能源车每千米行驶费用为 0.09 元;

$\textcircled{2}$ 设每年行驶里程为 x 千米时, 买新能源车的年费用更低,

$$\text{由题意得: } 0.64x + 4800 > 0.09x + 8100,$$

解得: $x > 6000$,

答: 当每年行驶里程大于 6000 千米时, 买新能源车的年费用更低.

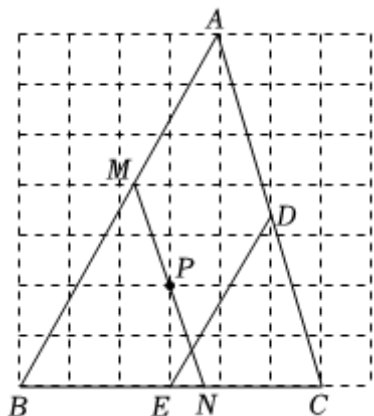
【解析】 本题考查分式方程的应用、列代数式以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是: (1) 正确列出代数式; (2) $\textcircled{1}$ 找准等量关系, 正确列出分式方程; $\textcircled{2}$ 找出数量关系, 正确列出一元一次不等式.

(1) 根据表中的信息, 可以表示出燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用;

(2)①根据燃油车的每千米行驶费用比新能源车多0.55元和表中的信息，列出分式方程，解方程，即可解决问题；

②设每年行驶里程为 x 千米时，由年费用=年行驶费用+年其它费用，列出一元一次不等式，解不等式即可.

25.【答案】解：(1)如图，线段 DE 即为所求；(2)如图，线段 MN 即为所求.



【解析】(1)根据中位线的定义，利用网格特征寻找 BC ， AC 的中点 E ， D 即可；(2)取线段 AB 与网格线的交点 M ，连接 MP ，延长 MP 交 BC 于点 N ，线段 MN 即为所求.

本题考查作图—应用与设计作图，三角形中位线定理等知识，解题的关键是掌握网格特征，灵活运用所学知识解决问题.

26.【答案】解：(1)矩形 $ABCD$ ， $A(1,0)$ ， $B(2,0)$ ，

$\therefore E$ 的横坐标为2，

把 $x=2$ 代入 $y=\frac{2}{x}$ 得， $y=1$ ，

\therefore 点 E 的坐标为 $(2,1)$ ；

(2)连接 CM ，

设反比例函数为 $y=\frac{k}{x}(k \neq 0)$ ，

$\because A(1,0)$ ， $B(2,0)$ ，

$\therefore M(1,k)$ ， $N(2,\frac{k}{2})$ ，

$\therefore AM=k$ ， $BN=\frac{k}{2}$ ，

由题意可知 $AM=CM=k$ ， $AN=CN$ ，

由勾股定理得 $DM=\sqrt{CM^2-CD^2}=\sqrt{k^2-1^2}=\sqrt{k^2-1}$ ， $AN=\sqrt{BN^2+AB^2}=\sqrt{(\frac{k}{2})^2+1^2}=\sqrt{\frac{k^2}{4}+1}$ ，

$\sqrt{\frac{k^2}{4}+1}$ ，

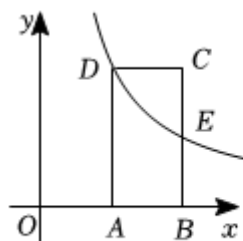


图1

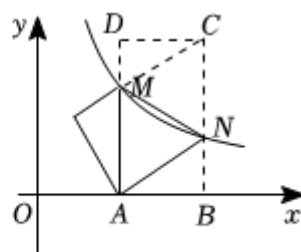


图2

$$\because AD = BD,$$

$$\therefore \sqrt{3}\sqrt{3}k + \sqrt{k^2 - 1} = \frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1},$$

$$\therefore \frac{k}{2} = \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1} - \sqrt{k^2 - 1},$$

$$\text{整理得} \frac{k^2}{4} = \frac{k^2}{4} + 1 + k^2 - 1 - 2\sqrt{\frac{k^2}{4} + 1} \cdot \sqrt{k^2 - 1},$$

$$\therefore 2\sqrt{\frac{k^2}{4} + 1} \cdot \sqrt{k^2 - 1} = k^2,$$

$$\therefore 4\left(\frac{k^2}{4} + 1\right)(k^2 - 1) = k^4,$$

$$\therefore 3k^2 = 4,$$

$$\therefore k = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (负数舍去),}$$

$$\therefore AD = k + \sqrt{k^2 - 1} = \sqrt{3}, \quad M\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right), \quad N\left(2, \frac{\sqrt{3}}{3}\right),$$

设直线MN的解析式为 $y = ax + b$,

$$\therefore \begin{cases} a + b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ 2a + b = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线MN的解析式为} y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}.$$

【解析】(1)由题意可知E的横坐标为2, 把 $x = 2$ 代入 $y = \frac{2}{x}$ 即可求得点E的坐标;

(2)由题意 $M(1, k)$, $N(2, \frac{k}{2})$, 根据翻折对称的性质得出 $AM = CM = k$, $AN = CN$, 利用勾股定理得出

$$DM = \sqrt{CM^2 - CD^2} = \sqrt{k^2 - 1^2} = \sqrt{k^2 - 1}, \quad AN = \sqrt{BN^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1},$$
 由矩形的性

质得出 $AD = BD$, 即可得到关于 k 的方程, 解方程求得 $k = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 即可求得AD的长度和M、N的坐标, 然

后利用待定系数法即可求得直线MN的解析式.

本题是反比例函数与一次函数的交点问题, 考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 矩形的性质, 勾股定理的应用, 根据题意得出关于 k 的方程是解题的关键.

27. **【答案】** 1.5 4m

【解析】解：【方法回顾】如图1中，

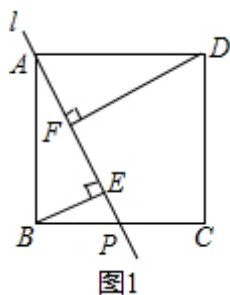


图1

∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴ $AB = AD$, $\angle BAD = 90^\circ$,

∵ $\angle BAE + \angle DAF = 90^\circ$, $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$,

∴ $\angle ABE = \angle DAF$,

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ADF(AAS)$,

∴ $BE = AF$, $AE = DF$,

∵ $EF = AE - AF$, $DF = 2.5$, $BE = 1$

∴ $EF = DF - BE = 2.5 - 1 = 1.5$.

故答案为1.5.

【问题解决】如图2中，

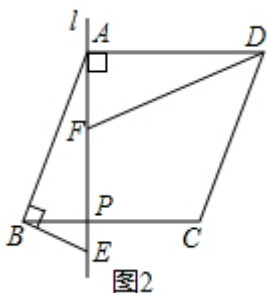


图2

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AB = AD$,

∵ $BE \perp AB$,

∴ $\angle ABE = \angle DAF = 90^\circ$,

∵ $\angle BAD + \angle AFD = 180^\circ$, 即 $\angle BAP + \angle FAD + \angle AFD = 180^\circ$,

∵ $\angle ADF + \angle FAD + \angle AFD = 180^\circ$,

∴ $\angle BAP = \angle ADF$,

∴ $\triangle DAF \cong \triangle ABE(ASA)$,

$$\therefore DF = AE = AF + EF = AF + 1, AF = BE,$$

$$\therefore \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF^2 + AD^2 = DF^2,$$

$$\therefore AF^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = (AF + 1)^2.$$

$$\therefore AF = \frac{5}{8},$$

$$\therefore BE = AF = \frac{5}{8}.$$

【思维拓展】如图3中，过点P作 $PN \perp BA$ 交BA的延长线于N， $PM \perp DA$ 交DA的延长线于M，设 $PN = x$ ， $PM = y$ 。

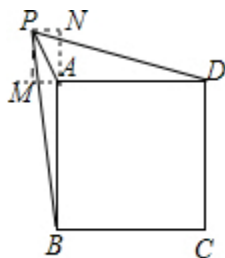


图3

$$\therefore \angle PMA = \angle MAN = \angle PNA = 90^\circ,$$

\therefore 四边形PMAN是矩形，

$$\therefore PN = AM = x, PM = AN = y,$$

\therefore 四边形ABCD是正方形，

$$\therefore AB = AD, \text{ 设 } AB = AD = a,$$

$$\therefore S_{\triangle PAD} - S_{\triangle PAB} = m,$$

$$\therefore \frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}ax = m,$$

$$\therefore ay - ax = 2m,$$

$$\therefore PB^2 - PD^2 = x^2 + (a + y)^2 - [y^2 + (a + x)^2] = 2ay - 2ax = 2(ay - ax) = 4m,$$

故答案为 $4m$ 。

【方法回顾】如图1，利用“AAS”证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ，则 $BE = AF$ ， $AE = DF$ ，然后利用 $EF = AE - AF$ 得到 $DF - BE = EF$ 。

【问题解决】证明 $\triangle DAF \cong \triangle ABE(ASA)$ ，推出 $DF = AE = AF + EF = AF + 1$ ， $AF = BE$ ，再利用勾股定理构建方程解决问题即可。

【思维拓展】如图3中，过点P作 $PN \perp BA$ 交BA的延长线于N， $PM \perp DA$ 交DA的延长线于M，设 $PN = x$ ，

$PM = y$. 设 $AB = AD = a$, 由 $S_{\triangle PAD} - S_{\triangle PAB} = m$, 推出 $\frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}ax = m$, 可得 $ay - ax = 2m$, 利用勾股定理即可解决问题.

本题属于四边形综合题, 考查了正方形的性质, 菱形的性质, 全等三角形的判定和性质, 勾股定理等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 属于中考常考题型.

