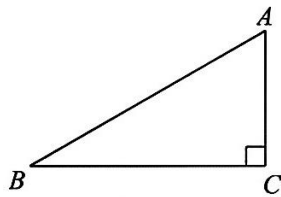


二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分。）

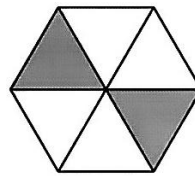
9.某体育用品专卖店在一段时间内销售了20双男生运动鞋，各种尺码运动鞋的销售量如下表.则由这20双运动鞋尺码组成的数据的众数是_____cm.

尺码/cm	24	24.5	25	25.5	26
销售量/双	1	3	10	4	2

10.如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，AB=2，BC=√3，则sinB的值为_____.



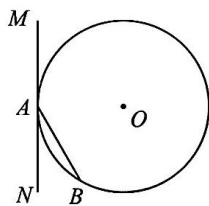
(第10题)



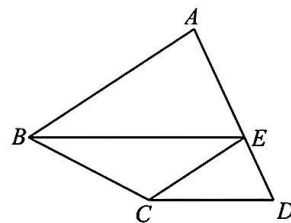
(第11题)

12.已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2+5x-6=0$ 的两个根，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为_____.

13.如图，MN与⊙O相切于点A，AB是⊙O的弦，且AB=1，∠BAN=30°，则⊙O的半径长为_____.



(第13题)



(第14题)

15.在△ABC中，AB=2，BC=√2，则∠A度数的最大值为_____°.

16.已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过A(-1, 0)，B(m, 0)两点.若 $2 < m < 3$ ，则下列四个结论中正确的是_____。（请将所有正确结论的序号都填写到横线上）：

- ① $b > 0$;
- ② $c < 0$;
- ③ 点M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)在抛物线上，若 $x_1 < x_2$, $x_1+x_2=1$ ，则 $y_1 > y_2$;
- ④ 关于x的一元二次方程 $x^2+bx+c+2=0$ 必有两个不相等的实数根.

三、解答题（本大题共11小题，共82分。）

17.（本题满分5分）

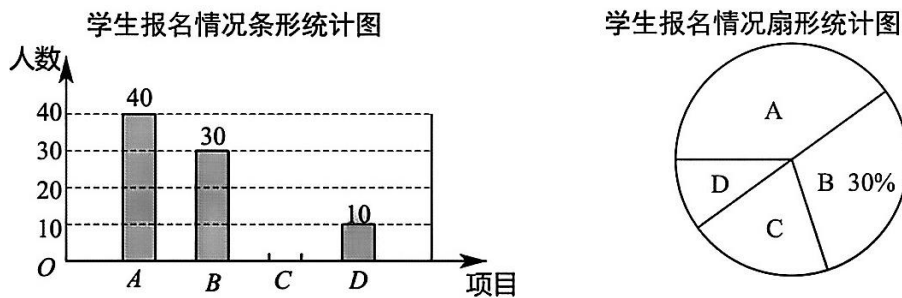
计算： $2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ + \sin 45^\circ$.

18.（本题满分5分）

解方程： $x^2 - 4x - 5 = 0$.

19.（本题满分6分）

为落实“双减”政策，某中学在课后服务时间开设了四个兴趣小组，分别为A:机器人，B:交响乐，C:油画，D:古典舞.为了解学生的报名情况（每名同学只报一个兴趣小组），现随机抽取部分学生进行调查，并根据调查结果绘制了如下两幅不完整的统计图.



请根据以上图文信息回答下列问题：

- 此次调查共抽取_____名学生；
- 请将条形统计图补充完整；
- 扇形统计图中，项目A所对应的扇形圆心角的度数为_____° .

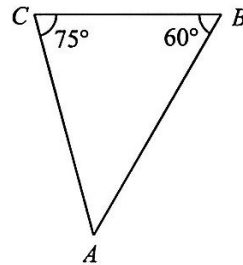
20.（本题满分6分）

为深入学习贯彻党的二十大精神，我市某中学决定举办“青春心向党，奋进新征程”主题演讲比赛.该校九年级有二男二女共4名学生报名参加演讲比赛.

- 若从报名的4名学生中随机选1名，则所选的这名学生是女生的概率是_____；
- 若从报名的4名学生中随机选2名，用树状图或表格列出所有可能的情况，并求出这2名学生都是男生的概率.

21. (本题满分6分)

如图, 测绘飞机在同一高度沿直线BC由B向C飞行, 且飞行路线经过观测目标A的正上方. 在第一观测点B处测得目标A的俯角为 60° , 航行1000米后在第二观测点C处测得目标A的俯角为 75° . 求第二观测点C与目标A之间的距离.



(第21题)

22. (本题满分8分)

把一根长8米的绳子剪成两段, 并把每一段绳子围成一个正方形.

(1) 要使这两个正方形面积的和等于2平方米, 应该怎么剪?

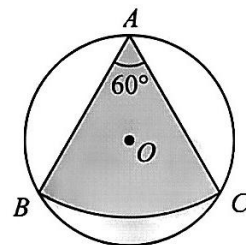
(2) 这两个正方形面积的和可能等于 $\frac{41}{8}$ 平方米吗? 请说明理由.

23. (本题满分8分)

在半径为 $\sqrt{3}$ 的圆形纸片中, 剪出一个圆心角为 60° 的扇形(图中的阴影部分).

(1) 求这个扇形的半径:

(2) 若用剪得的扇形纸片围成一个圆锥的侧面, 求所围成圆锥的底面圆半径.



(第23题)

24. (本题满分8分)

已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 的图像与x轴有唯一公共点.

(1) 求a的值;

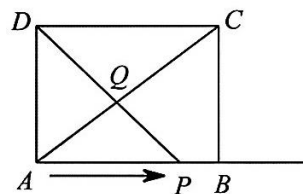
(2) 当 $0 \leq x \leq m$ 时 ($m > 0$), 函数的最大值为4, 且最小值为0, 则实数m的取值范围是.

25. (本题满分10分)

如图, 矩形ABCD中, $AD = 3$, $CD = 4$, 点P从点A出发, 以每秒1个单位长度的速度在射线AB上向右运动, 运动时间为t秒, 连接DP交AC于点Q.

(1) 求证: $\triangle DCQ \sim \triangle PAQ$;

(2) 若 $\triangle ADQ$ 是以AD为腰的等腰三角形, 求运动时间t的值.



(第25题)

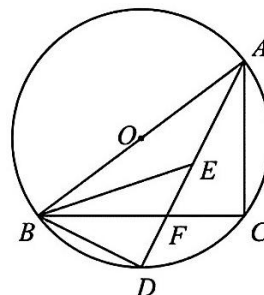
26. (本题满分10分)

如图, 以AB为直径的 $\odot O$ 经过 $\triangle ABC$ 的顶点C, AE, BE分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$, AE的延长线交BC于点F, 交 $\odot O$ 于点D, 连接BD.

(1) 求证: $\angle CBD = \angle BAD$;

(2) 求证: $BD = DE$;

(3) 若 $AB = 2\sqrt{3}$, $BE = 2\sqrt{2}$, 求BC的长.



(第26题)

27. (本题满分10分)

在平面直角坐标系中, O为坐标原点, 直线 $y = -x + 3$ 与x轴交于点B, 与y轴交于点C.

二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图像过B, C两点, 且与x轴交于另一点A, 点M为线段OB上的一个动点 (不与端点O, B重合).

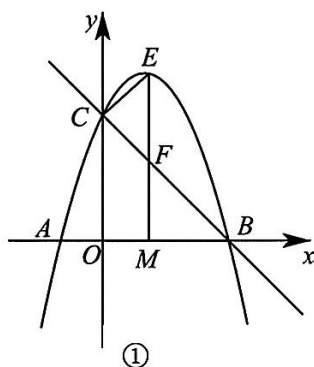
(1) 求二次函数的表达式;

(2) 如图①, 过点M作y轴的平行线l交BC于点F, 交二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图像于

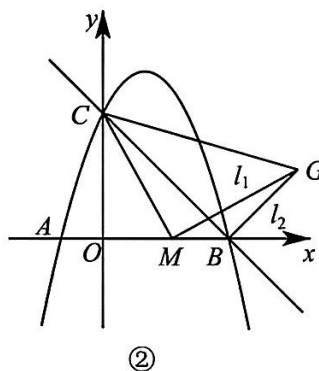
点E. 记 $\triangle CEF$ 的面积为 S_1 , $\triangle BMF$ 的面积为 S_2 , 当 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$ 时, 求点E的坐标;

(3) 如图②, 连接CM, 过点M作CM的垂线 l_1 , 过点B作BC的垂线 l_2 , l_1 与 l_2 交

于点G. 试探究 $\frac{CG}{CM}$ 的值是否为定值? 若是, 请求出 $\frac{CG}{CM}$ 的值; 若不是, 请说明理由.



①



②

(第27题)

苏州市阳光指标学业水平调研测试
初三数学参考答案及评分标准

2023.01

一、选择题（每小题3分，共24分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	C	B	B	C	D

二、填空题（每小题3分，共24分）

9. 25 10. $\frac{1}{2}$ 11. $\frac{1}{3}$ 12. $\frac{5}{6}$
 13. 1 14. $\sqrt{3}$ 15. 45° 16. ②③④

三、解答题（共11小题，共82分）

17. (本题满分5分)

解：原式 = $\sqrt{3} - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3分
 $= \frac{\sqrt{2}}{2}$ 5分

18. (本题满分5分)

解：原方程可化为： $(x-5)(x+1)=0$ 3分
 \therefore 原方程的解为： $x_1=5, x_2=-1$ 5分

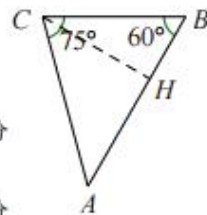
19. (本题满分6分)

解：(1) 100； 2分
 (2) 图（略）； 4分
 (3) 144. 6分

20. (本题满分6分)

解：(1) $\frac{1}{2}$ ； 2分
 (2) 树状图或表格（略）； 4分
 2名学生都是男生的概率为 $\frac{1}{6}$ 6分

答：这两名学生都是男生的概率为 $\frac{1}{6}$.



21. (本题满分6分)

解：如图，过点C作 $CH \perp AB$ ，垂足为H. 1分
 $\because CH \perp AB \therefore \angle CHB = \angle CHA = 90^\circ$.
 在 $Rt\triangle CHB$ 中， $\because \angle B = 60^\circ, BC = 1000 \therefore CH = 500\sqrt{3}$ 3分
 在 $Rt\triangle CHA$ 中， $\because \angle A = 45^\circ, CH = 500\sqrt{3}, \therefore AC = 500\sqrt{6}$ 5分
 答：第二观测点C与目标A之间的距离为 $500\sqrt{6}$ 米. 6分

22. (本题满分8分)

解：设剪成的两段绳子长分别为x米，(8-x)米.

(1) 由题意可得: $(\frac{x}{4})^2 + (\frac{8-x}{4})^2 = 2$ 2分

解得: $x_1 = x_2 = 4$ 4分

∴应该剪成两段长度均为4米的绳子, 可使得两个正方形的面积和为2平方米.

(2) 由题意可得: $(\frac{x}{4})^2 + (\frac{8-x}{4})^2 = \frac{41}{8}$ 5分

解得: $x_1 = -1, x_2 = 9$ 7分

经检验, $x_1 = -1, x_2 = 9$ 均不符合题意.

∴两个正方形的面积和不可能为 $\frac{41}{8}$ 平方米. 8分

23. (本题满分8分)

解: (1) 连接 OA, OB , 过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为 H .

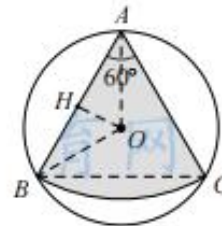
由图形的轴对称性可得: $\angle OAB = 30^\circ$ 1分

∵圆形纸片的半径为 $\sqrt{3}$, ∴ $OA = OB = \sqrt{3}$.

在等腰三角形 OAB 中, $OA = OB = \sqrt{3}$, $\angle OAB = 30^\circ$, $OH \perp AB$.

∴ $AH = \frac{3}{2}$ 且 H 为 AB 中点. 3分

∴ $AB = 2AH = 3$, 即扇形 ABC 的半径为3. 4分



(2) 设圆锥的底面圆半径为 r .

∴ $l_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R}{180} = \frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$ 6分

又∵ $2\pi r = \pi$, ∴ $r = \frac{1}{2}$ 8分

∴圆锥底面圆的半径为 $\frac{1}{2}$.

24. (本题满分8分)

解: (1) 由题意得: $\Delta = 16a^2 - 16a = 0$ 2分

解得: $a_1 = 0, a_2 = 1$ 4分

∵ $a \neq 0$, ∴ $a = 1$ 5分

(2) $2 \leq m \leq 4$ 8分

25. (本题满分10分)

解: (1) ∵矩形 $ABCD$, ∴ $DC \parallel AP$ 1分

∴ $\angle CDQ = \angle APQ, \angle DCQ = \angle PAQ$ 2分

∴ $\triangle DCQ \sim \triangle PAQ$ 3分

(2) 设点 P 运动的时间为 t 秒.

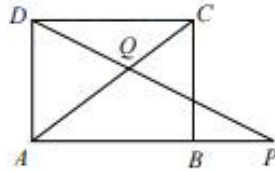
①如图1, 若 $AQ = AD$.

∵矩形 $ABCD$, $AD = 3, DC = 4, \angle ADC = 90^\circ$, ∴ $AC = 5$.

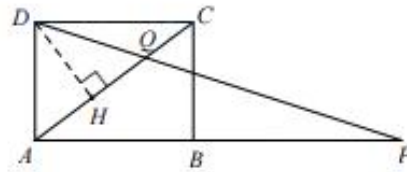
∵ $AQ = AD, AD = 3$, ∴ $AQ = 3, CQ = 2$ 4分

$\because \triangle DCQ \sim \triangle PAQ, \therefore \frac{DC}{PA} = \frac{CQ}{AQ}$, 即: $\frac{4}{t} = \frac{2}{3}$ 5分

解得: $t = 6$ 6分



(图1)



(图2)

②如图2, 若 $AD = DQ$, 过点D作 $DH \perp AC$, 垂足为H.

$\because DH \perp AC, \therefore \angle AHD = 90^\circ$, 又 \because 矩形ABCD, $\therefore \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle AHD = \angle ADC$.

又 $\because \angle DAH = \angle CAD, \therefore \triangle ADH \sim \triangle ACD$.

$$\therefore \frac{AH}{AD} = \frac{AD}{AC}, \therefore \frac{AH}{3} = \frac{3}{5}, \therefore AH = \frac{9}{5}.$$

$$\because DA = DQ, DH \perp AC, \therefore AQ = 2AH = \frac{18}{5}, \therefore CQ = \frac{7}{5}. \dots\dots\dots 8分$$

$$\text{又} \because \triangle DCQ \sim \triangle PAQ, \therefore \frac{DC}{PA} = \frac{QC}{QA}, \therefore \frac{4}{t} = \frac{7/5}{18/5}. \dots\dots\dots 9分$$

$$\text{解得: } t = \frac{72}{7}. \dots\dots\dots 10分$$

综上所述: $t = 6$ 或 $\frac{72}{7}$.

26. (本题满分10分)

解: (1) $\because AE$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD$ 1分

$\because \angle DBC = \angle DAC$ 2分

$\therefore \angle CBD = \angle BAD$ 3分

(2) $\because BE$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABE = \angle CBE$ 4分

$\because \angle DBE = \angle DBC + \angle EBC, \angle DEB = \angle BAE + \angle EBA, \therefore \angle DBE = \angle DEB$ 5分

$\therefore BD = DE$ 6分

(3) 解法一: 如图①, 延长 BD , 交 AC 的延长线于点 G .

$\because AB$ 是直径, $\therefore \angle BDA = 90^\circ, \angle GDA = 90^\circ$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AGD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BDA = \angle GDA \\ AD = AD \\ \angle BAD = \angle GAD \end{cases}, \therefore \triangle ABD \cong \triangle AGD. \therefore BD = DG, AB = AG. \dots\dots\dots 7分$$

在 $\triangle BDE$ 中, $\because BE = 2\sqrt{2}, \angle BDA = 90^\circ, BD = DE, \therefore BD = 2$ 8分

在 $\triangle ABD$ 中, $\angle BDA = 90^\circ, AB = 2\sqrt{5}, BD = 2$, 由勾股定理可得: $AD = 4$.

在 $\triangle ABG$ 中, $AB = AG = 2\sqrt{5}, BD = DG = 2, AD = 4, \angle BDA = \angle BCA = 90^\circ$.

由等面积法可得: $BG \cdot AD = AG \cdot BC$, 即 $4 \times 4 = 2\sqrt{5} \times BC$ 9分

$$\text{解得: } BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}. \dots\dots\dots 10分$$

解法二：如图②，连接 CD ，过 D 作 $DH \perp BC$ 于 H 。
 $\because \angle BAD = \angle CAD, \therefore BD = CD$ ，即 $\triangle BDC$ 为等腰三角形。
7分

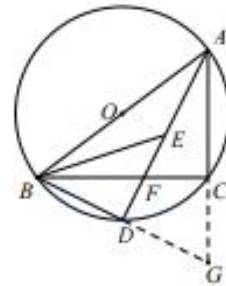
又 $\because DH \perp BC, \therefore H$ 为 BC 中点。
 在 $\triangle BHD$ 和 $\triangle ADB$ 中：
 $\angle BAD = \angle BCD = \angle DBH; \angle BDA = \angle DHB = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BDH, \therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BD}{BH}$ 。8分

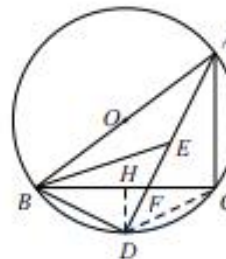
同解法一可得： $BD = 2, AD = 4$ 。9分

即 $\frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{2}{BH}$ ，解得： $BH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 。

$\therefore BC = 2BH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ 。10分



图①



图②

27. (本题满分 10 分)

解：(1) \because 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 $C, \therefore B(3,0), C(0,3)$ 。1分

将 B, C 两点的坐标代入 $y = ax^2 + 2x + c$ 可得： $\begin{cases} 9a + c + 6 = 0 \\ c = 3 \end{cases}$ 。2分

解得： $a = -1, c = 3$ 。 \therefore 二次函数的解析式为： $y = -x^2 + 2x + 3$ 。3分

(2) $\because EM \parallel y$ 轴， $\therefore EM \perp x$ 轴。

设 $M(t,0) (0 < t < 3)$ ，则 $F(t, 3-t), E(t, -t^2 + 2t + 3), \therefore EF = -t^2 + 3t, FM = -t + 3$ 。

$\therefore S_1 = \frac{1}{2}t^2(3-t), S_2 = \frac{1}{2}(3-t)^2, \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{t^2(3-t)}{(3-t)^2} = \frac{1}{2}$ 。5分

$\therefore 2t^2 + t - 3 = 0, \therefore t = 1$ 或 $t = -\frac{3}{2}$ (舍去)。6分

$\therefore E(1,4)$ 。7分

(3) 如图，在线段 OC 上取点 N ，使得 $ON = OM$

$\because OB = OC = 3, ON = OM, \therefore CN = BM$ 。

$\because CM \perp MG, \therefore \angle OMC + \angle GMB = 90^\circ$ 。

$\because \angle BOC = 90^\circ, \therefore \angle OMC + \angle NCM = 90^\circ$ 。

$\because \angle OMC + \angle GMB = 90^\circ, \angle OMC + \angle NCM = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle NCM = \angle BMG$ 。

$\because \angle MBG = \angle CBG + \angle CBO = 135^\circ$ ，

$\angle CNM = 180^\circ - \angle MNO = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle CNM = \angle MBG$ 。8分

在 $\triangle CNM$ 和 $\triangle MBG$ 中

$\begin{cases} \angle CNM = \angle MBG \\ CN = BM \\ \angle NCM = \angle BMG \end{cases}, \therefore \triangle CNM \cong \triangle MBG$ 。9分

$\therefore CM = MG, \because \angle CMG = 90^\circ, \therefore CG = \sqrt{2}BC, \therefore \frac{CG}{CM} = \sqrt{2}$ 。10分

(不同解法请相应给分)

