

直角三角形

阅读与思考

直角三角形是一类特殊三角形，有以下丰富的性质：

角的关系：两锐角互余；

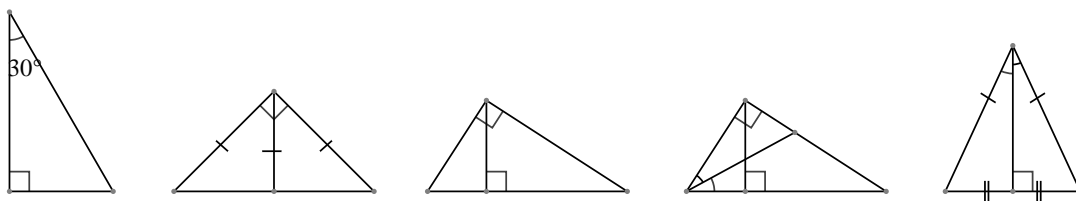
边的关系：斜边的平方等于两直角边的平方和；

边角关系： 30° 所对的直角边等于斜边的一半。

这些性质广泛应用于线段计算、证明线段倍分关系、证明线段平方关系等方面。

在现阶段，勾股定理是求线段的长度的主要方法，若图形缺少条件直角条件，则可通过作辅助垂线的方法，构造直角三角形为勾股定理的应用创造必要条件；运用勾股定理的逆定理，通过代数方法计算，也是证明两直线垂直的一种方法。

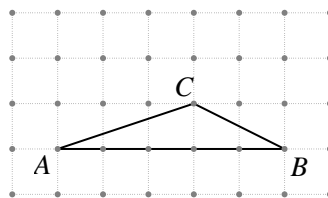
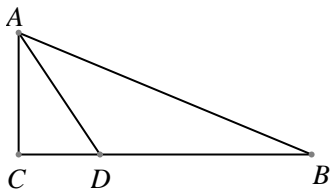
熟悉以下基本图形基本结论：



例题与求解

【例 1】(1) 直角 $\triangle ABC$ 三边的长分别是 x ， $x+1$ 和 5，则 $\triangle ABC$ 的周长=_____。 $\triangle ABC$ 的面积=_____。

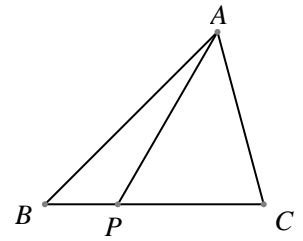
(2) 如图，已知 $Rt\triangle ABC$ 的两直角边 $AC=5$ ， $BC=12$ ， D 是 BC 上一点，当 AD 是 $\angle A$ 的平分线时，则 CD =_____。



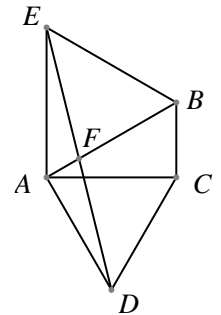
【例 2】如图所示的方格纸中，点 A ， B ， C ，都在方格线的交点，则 $\angle ACB = (\quad)$

- A. 120° B. 135° C. 150° D. 165°

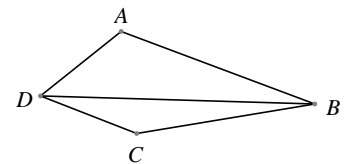
【例 3】 如图，P 为 $\triangle ABC$ 边 BC 上的一点，且 $PC=2PB$ ，已知 $\angle ABC=45^\circ$ ， $\angle APC=60^\circ$ ，求 $\angle ACB$ 的度数.



【例 4】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，分别以 AB，AC 为边在 $\triangle ABC$ 的外侧作等边 $\triangle ABE$ 和等边 $\triangle ACD$ ，DE 与 AB 交于 F，求证：EF=FD.



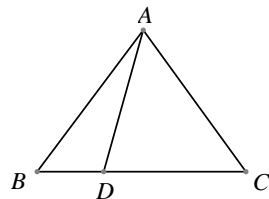
【例 5】 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle ABC=30^\circ$ ， $\angle ADC=60^\circ$ ， $AD=CD$ ，求证： $BD^2 + AB^2 = BC^2$



【例6】斯特瓦尔特定理：

如图，设D为 $\triangle ABC$ 的边BC上任意一点，a, b, c为 $\triangle ABC$ 三边长，则 $AD^2 = \frac{b^2 BD + c^2 DC}{a} - BD \cdot DC$.

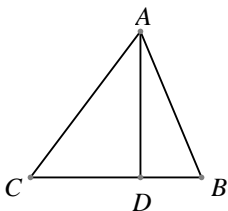
请证明结论成立.



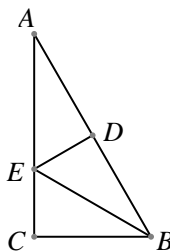
能力训练

A 级

1. 如图，D为 $\triangle ABC$ 的边BC上一点，已知 $AB=13$ ， $AD=12$ ， $AC=15$ ， $BD=5$ ，则 $BC=$ _____.



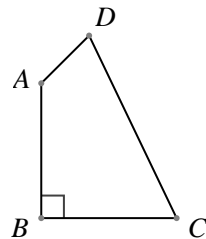
第1题



第2题

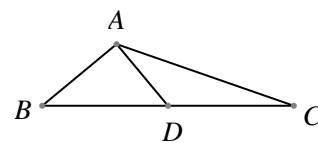
2. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中 $\angle C=90^\circ$ ，BE平分 $\angle ABC$ 交AC于E，DE是斜边AB的垂直平分线，且 $DE=1\text{cm}$ ，则 $AC=$ _____cm.

3. 如图，四边形ABCD中，已知 $AB:BC:CD:DA=2:2:3:1$ ，且 $\angle B=90^\circ$ ，则 $\angle DAB=$ _____.



第3题

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $AC=13$ ，边 BC 上的中线 $AD=6$ ，则 BC 的长为_____。



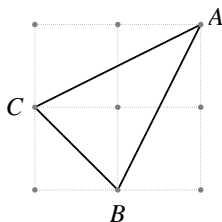
第4题

5. 如果一个三角形的一条边是另一条边的2倍，并且有一个角是 30° ，那么这个三角形的形状是()

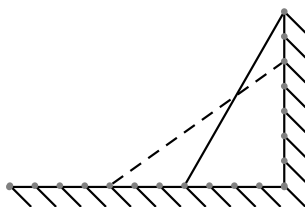
- A. 直角三角形 B. 钝角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

6. 如图，小正方形边长为1，连结小正方形的三个顶点可得 $\triangle ABC$ ，则 AC 边上的高为()

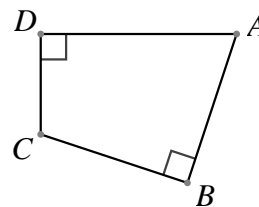
- A. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{10}\sqrt{5}$ C. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$



第6题



第7题



第8题

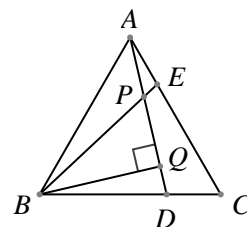
7. 如图，一个长为25分米的梯子，斜立在一竖直的墙上，这时梯足距墙底端7分米，如果梯子的顶端沿墙下滑4分米，那么梯足将滑()

- A. 15分米 B. 9分米 C. 8分米 D. 5分米

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $AB=4$ ， $AD=5$ ，那么 $\frac{BC}{CD}$ 等于()

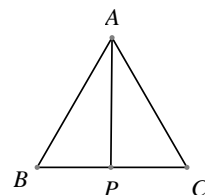
- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{5}{4}$

9. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=CA$ ， $AE=CD$ ， AD ， BE 相交于 P ， $BQ \perp AD$ 于 Q ，求证： $BP=2PQ$ 。

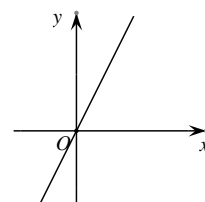


10. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$.

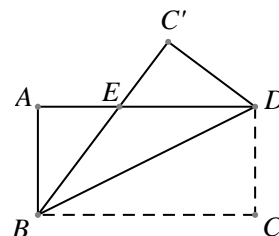
- (1) 若 P 是 BC 边上中点，连结 AP ，求证： $BP \cdot CP = AB^2 - AP^2$
- (2) P 是 BC 边上任意一点，上面的结论还成立吗？若成立，请证明；若不成立，请说明理由；
- (3) 若 P 是 BC 边延长线上一点，线段 AB ， AP ， BP ， CP 之间有什么样的关系？请证明你的结论.



11. 如图，直线 OB 是一次函数 $y=2x$ 图象，点 A 的坐标为 $(0, 2)$ ，在直线 OB 上找点 C ，使得 $\triangle ACO$ 为等腰三角形，求点 C 的坐标.



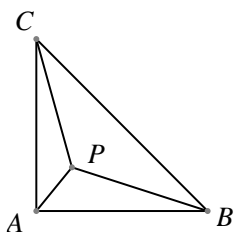
12. 已知：如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠，使点 C 落在 C' 处， BC' 交 AD 于 E ， $AD=8$ ， $AB=4$ ，求 $\triangle BED$ 的面积.



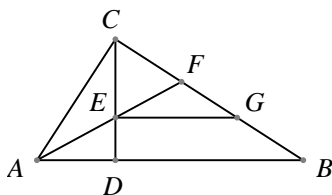
B 级

1. 若 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足条件: $a^2 + b^2 + c^2 + 338 = 10a + 24b + 26c$, 则这个三角形最长边上的高为_____.

2. 如图, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, P 是 $\triangle ABC$ 内的一点, $PA = 1, PB = 3, PC = \sqrt{7}$, 则 $\angle CPA =$ _____.



第2题



第4题

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 15, AC = 13$, 高 $AD = 12$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

4. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , AF 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于 E , 交 CB 于 F , 且 $EG \parallel AB$ 交 CB 于 G , 则 CF 与 GB 的大小关系是 ()

- A. $CF > GB$ B. $CF = GB$ C. $CF < GB$ D. 无法确定

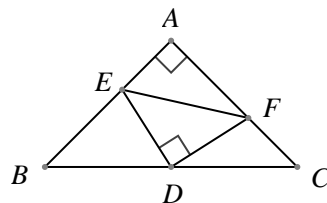
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 是钝角, $AB = 6, CB = 8$, 则 AC 的范围是 ()

- A. $8 < AC < 10$ B. $8 < AC < 14$ C. $2 < AC < 14$ D. $10 < AC < 14$

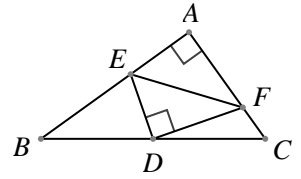
6. 满足两条直角边长均为整数, 且周长恰好等于面积的整数倍的直角三角形的个数有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

7. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AB = AC$, D 是斜边 BC 的中点, E, F 分别是 AB, AC 边上的点, 且 $DE \perp DF$, 若 $BE = 12, CF = 5$, 求 $\triangle DEF$ 的面积.



8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， D 为斜边 BC 中点， $DE\perp DF$ ，求证： $EF^2 = BE^2 + CF^2$



9. 周长为 6，面积为整数的直角三角形是否存在？若不存在，请给出证明；若存在，请证明有几个。