直角三角形

例 1 （1）12 或 30；6 或 30； 提示：$x^2+(x+1)^2=25$，得 $x=3$；由 $x^2+5^2=(x+1)^2$，得 $x=12$，

（2）$\frac{10}{3}$ 提示：作 $DE\perp AB$ 于 E，设 $CD=x$，则 $BE=13-5=8$，$DE=x$，$BD=12-x$，由 $x^2+8^2=(12-x)^2$，

得 $x=\frac{10}{3}$.

例 2 B 提示：过 B 作 $BD\perp AC$ 延长线于 D 点，设 $CD=x$，$BD=y$，可求得：$x=y$，则 $\angle BCD=45°$，故 $\angle BCA=135°$.

例 3 $\angle ACB=75°$ 提示：过 C 作 $CQ\perp AP$ 于 Q，连接 BQ，则 $AQ=BQ=CQ$.

例 4 提示：过 E 作 $EG\perp AB$ 于 G，先证明 Rt$\triangle EAG\cong$Rt$\triangle ABC$，再证明$\triangle EFG\cong\triangle DFA$.

例 5 连接 AC

∵$AD=DC$，$\angle ADC=60°$，

∴$\triangle ADC$ 是等边三角形，$DC=CA=AD$，

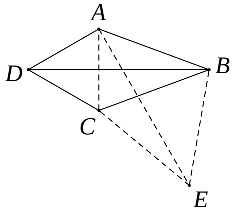
以 BC 为边向四边形外作等边三角形 BCE，即 $BC=BE=CE$，

则$\angle BCE=\angle EBC=\angle CEB=60°$，

∴$\angle ABE=\angle ABC+\angle EBC=90°$，

连接 AE，则 $AE^2=AB^2+BE^2=AB^2+BC^2$，

易证$\triangle BDC\cong\triangle EAC$，得 $BD=AE$，故 $BD^2=AB^2+BC^2$.



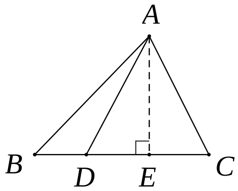
例 6 过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，

设 $DE=x$，$BD=u$，$DC=v$，$AD=t$，则

$AE^2=b^2-(v-x)^2=c^2-(u+x)^2=t^2-x^2$，

故 $t^2=b^2-v^2+2ux$，$t^2=c^2-u^2-2ux$，

消去 x 得 $t^2=\frac{b^2u+c^2v}{u+v}-uv$，即 $AD^2=\frac{b^2BD+c^2CD}{a}-BD\cdot DC$.



A 级

1．14 2．3 3．135°

4．$2\sqrt{61}$ 提示：延长 AD 至 E，使 $DE=AD$，连接 BE，则$\triangle ACD\cong\triangle EBD$，∴$BE=AC=13$，$AE=12$，又 $AB=5$，则$\angle BAD=90°$，

5．D 6．C 7．C 8．B

9．提示：$\triangle ADC\cong\triangle BEA$，$\angle BPQ=60°$.

10．（1）（2）略 （3）提示：AB，AP，BP，CP，之间的关系是 $AP^2-AB^2=BP\cdot CP$

11．提示：满足提议的点有 4 个，作别分别为：$\left(\frac{8}{5},\frac{16}{5}\right),\left(\frac{2\sqrt5}{5},\frac{4\sqrt5}{5}\right),\left(-\frac{2\sqrt5}{5},-\frac{4\sqrt5}{5}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$；

12．10.

B 级

1．$\frac{60}{13}$ 2．135° 提示：将$\triangle PAC$ 绕 A 点顺时针旋转 90°，

3．32 或 42 提示：分类讨论。

4．B 5．D

6．C　提示：设直角三角形两直角边长为 a，b（$a\le b$），则 $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=k\cdot\frac{1}{2}ab$（$a$，$b$，$k$ 均为正整数），

化简得：$(ka-4)(ka-b)=8$，∴ $\begin{cases}ka-4=1\\kb-4=8\end{cases}$ 或 $\begin{cases}ka-4=2\\kb-4=4\end{cases}$，解得（$k$，$a$，$b$）=（1，5，12）或（2，3，4）或（1，6，8）．

7．$\frac{169}{4}$　提示：连接 AD，由△ADE≌△CDF，得 $ED=DF$，$AE=CF=5$，$AF=BE=12$，$EF=\sqrt{AE^2+AF^2}=13$．

8．提示：延长 ED 至 G，使 $DG=ED$，连接 CG，FG，则 $BE=CG$，$EF=FG$．

9．解：设此直角三角形的斜边为 c，两直角边分别为 a，b，面积为 S，则：

$$\begin{cases}a\le b<c<a+b & ①\\a+b+c=6 & ②\\a^2+b^2=c^2 & ③\\S=\frac{1}{2}ab\text{为整数} & ④\end{cases}$$

由①②得：$2<c<3$　⑤

由②得：$a^2+b^2=(6-c)^2$，把③④代入上式得：$3c=9-S$，

即 $6<3c<9$，而 S 为整数，从而 $3c=7$ 或 8，