平行四边形、矩形、菱形　解析

例 1　75°　　　　例 2　A　只有命题③正确.

例 3 （1）△*BEF* 为正三角形　提示：由△*ABD* 和△*BCD* 为正三角形，可证明△*BDE*≌△*BCF*，

得：*BE*=*BF*，∠*DBE*=∠*CBF*.

∵∠*DBC*=∠*CBF*+∠*DBF*=∠*DBE*+∠*DBF*=60°，即∠*EBF*=60°，故△*BEF* 为等边三角形.

(2) 设 $BE=BF=EF=x$，则可得：$S=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$，

当 *BE*⊥*AD* 时，x 有最小值为 $\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\min}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{3}{4}\sqrt{3}$.

当 *BE* 与 *AB* 重合时，x 有最大值为 2，

$\therefore S_{\max}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2)^2=\sqrt{3}$.　$\therefore \frac{3}{4}\sqrt{3}\le S\le\sqrt{3}$.

例 4　提示：*PC*=*EF*=*PD*，$\angle CPB=45^{\circ}+\angle PFC=45^{\circ}+\angle EPG=\angle GPA=\angle BPD$，可证明

△*CPB*≌△*DPB*.

例 5 （1）略　　（2）45°　　（3）60°　如图，延长 *AB* 至 *H*，使 *AH*=*AD*，连 *DH*，则

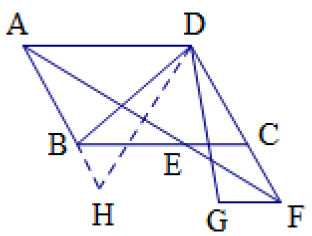
△*AHD* 是等边三角形.

∵*AH*=*AD*=*DF*，∴*BH*=*GF*，

又∠*BHD*=∠*GFD*=60°，*DH*=*DF*，

∴△*DBH*≌△*DGF*，∠*BDH*=∠*GDF*，

$\therefore \angle BDG=\angle ADC-\angle ADB-\angle GDF=\angle ADC-\left(\angle ADB+\angle BDH\right)=120^{\circ}-60^{\circ}=60^{\circ}$



例 6　如图过 *M* 作 $ME\underset{=}{\parallel}AN$，连 *NE*，*BE*，则四边形 *AMEN* 为平行四边形，得 *NE*=*AM*，*ME*⊥*BC*.

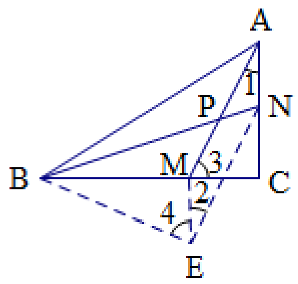
∵*ME*=*CM*，∠*EMB*=∠*MCA*=90°，*BM*=*AC*.

∴△*BEM*≌△*AMC*，得 *BE*=*AM*=*NE*，∠1=∠2，∠3=∠4.

∵∠1+∠3=90°，∴∠2+∠4=90°且 *BE=NE*.

∴△*BEN* 为等腰直角三角形，∠*BNE*=45°.

∵*AM*// *NE*，∴∠*BPM*=∠*BNE*=45°.



A 级

1. $12\sqrt{3}$　　　2. 2α

3. 26°　提示：作 *FG* 边上中线，连接 *EC*，则 *EF=EC=AC*.

4. 20°　提示：连接 *AC*，则△*AFC*≌△*AEB*，△*AEF* 为等边三角形. 5. C　6. B　7. D

8. A　　提示：*E*、*F* 分别为 *AB*、*BC* 中点.

9. 从 6 个条件中任取 2 个，只有 15 种组合，其中能推出四边形 *ABCD* 是平行四边形的有以下 9 种情形：①与③；②与④；⑤与⑥；①与②；③与④；①与⑤；①与⑥；③与⑤；③与⑥.

10.　提示：（2）当 *D* 为 *BC* 中点时，满足题意.

11.　提示：连 *AM*，证明△*AMF*≌△*BME*，可证△*MEF* 为等腰直角三角形.

12. 6　提示：由△*ABC*≌△*DBF*，△*ABC*≌△*EFC* 得：*AC=DF=AE*，*AB=EF=AD*. 故四边形 *AEFD* 为平行四边形.

又∠*BAC*=90°，则∠*DAE*=360°－90°－60°－60°=150°，则∠*ADF*=∠*AEF*=30°，则 *F* 到 *AD* 的距离为 2，故 $S_{\square AEFD}=3\times 2=6$.

B 级

1. 9cm^2　　2. $3\sqrt{2}$　　提示：可以证明 $PA^2+PC^2=PB^2+PD^2$.　　3. $\frac{15}{2}cm$

4. 10　提示：可先证：*AF=CF*. 设 $AF=CF=x$，则 $BF=8-x$，

$\therefore x^2=(8-x)^2+4^2$. $\therefore x=5$. $\therefore S_{\Delta AFC}=\frac{1}{2}AF\cdot BC=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$.

5. $\frac{60}{13}$　提示：过 *A* 作 *AG*⊥*BD* 于 *G* 可证 *PE+PF=AG*，

由 $AG\cdot BD=AB\cdot AD$ 可得：$AG=\frac{5\times 12}{13}=\frac{60}{13}$.

6. $2\sqrt{3}$ cm　提示：*A*，*C* 关于 *BD* 对称，连 *AE* 交 *BD* 于 *P*.

∴$PE+PC=AE$.

又∵$AE⊥BC$且$∠BAE=30°$，∴$AE=2\sqrt{3}$为最小.

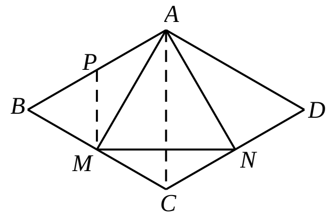
7. B

8. B　提示：取 DE 中点为 G，连结 AG，则 $AG=DG=EG$.

9. C

10.(1)=；图略　　（2）1；图略　　（3）3；图略　　（4）以 AB 为边的矩形周长最小，用面积法证明.

11．证明：连 AC，如图，则易证△ABC 与△ADC 都为等边三角形.



(1)若∠MAN＝60°，则△ABM≌△ACN.

∵AM＝AN，∠MAN＝60°，

∴△AMN 为等边三角形.

(2)∠AMN＝60°，过 M 作 CA 的平行线交 AB 于 P.

∵∠BPM＝∠BAC＝60°，∠B＝60°，

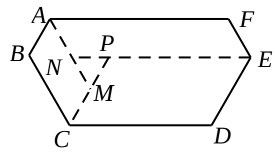
∴△BPM 为等边三角形，BP＝BM，BA＝BC．∴AP＝MC.

又∠APM＝120°＝∠MCN.

∠PAM＝∠AMC－∠B＝∠AMC－60°＝∠AMC－∠AMN＝∠CMN，

∴△PAM≌△CMN．∴AM＝MN，又∠AMN＝60°．

故△AMN 为等边三角形.



12．提示：如图，分别过点 A 作 AM∥EF，过点 C 作 CP∥AB，过点 E 作 EN∥AF，它们分别交于 N，M，P 点，得▱ABCM、▱CDEP、▱EFAN，则 EF＝AN，AB＝CM，CD＝PE，BC＝AM，CP＝DE，AF＝NE，由条件得△NMP 为等边三角形，可推得六边形的每个内角均为 120°．