双曲线 答案

例 1 （1）连结 OB，则 $S_{\Delta AOF}=S_{\Delta BOF}=S_{\Delta COE}=S_{\Delta BOE}=\frac{k}{2}$. 所以 $k=2$

（2）作 $P_1C\perp OA$ 于 C，$P_2D\perp OA_2$ 于 D，$P_1C=OC$，$P_2D=A_1D=A_2D$，

设 $OA_1=a$，$A_1A_2=b$，所以 $\frac{a}{2}\bullet\frac{a}{2}=4$，所以 $a=4$.

又因为 $P_2D\cdot OD=4$，所以 $\left(a+\frac{b}{2}\right)\bullet\frac{b}{2}=4$.则 $b=4\sqrt{2}-4$，

所以 $OA_2=OA_1+A_1A_2=4+4\sqrt{2}-4=4\sqrt{2}$，则 A_2（$4\sqrt{2}$，0）.

例 2 1 提示：作 $FG\perp x$ 轴于 G，$EH\perp y$ 轴于 H，则 $AF=\sqrt{2}b$，$BE=\sqrt{2}a$，

$$AF\bullet BE=\sqrt{2}a\bullet\sqrt{2}b=2ab=2\times\frac{1}{2}=1$$

例 3 （1）$k=8$

（2）可试一试用图 2 解答：$C(1，8)$，

$S_{\Delta AOC}=S_{矩形CDFE}-S_{\Delta OCD}-S_{\Delta OAE}-S_{\Delta CFA}$==32-4-4-9=15.

（3）因为反比例函数图像是关于原点 O 的中心对称图形，

所以 $OP=OQ$，$OA=OB$.

所以四边形 $APBQ$ 是平行四边形，

$$S_{\Delta POA}=\frac{1}{4}S_{平行四边形}=\frac{1}{4}\times24=6.$$

设 P 点的坐标为（$m,\frac{8}{m}$）（$m>0$ 且 $m\neq4$），过点 P、A 分别作 x 轴的垂线，垂足为 E、F，

∵点 P、A 在双曲线上，∴ $S_{\Delta POE}=S_{\Delta AOF}=4$.

若 $0<m<4$（如图 a）

$\because S_{\Delta POE}+S_{梯形PEFA}=S_{\Delta POA}+S_{\Delta AOF}$

$\therefore S_{梯形PEFA}=S_{\Delta POA}=6$ 即 $\frac{1}{2}(2+\frac{8}{m})(4-m)=6$

解得：$m=2$，$m=-8$(舍去)

若 $m>4$（如图 b）

$\because S_{\Delta AOP}+S_{梯形PEFA}=S_{\Delta POA}+S_{\Delta POE}$

$\therefore S_{梯形PEFA}=S_{\Delta POA}=6$ 即 $\frac{1}{2}(2+\frac{8}{m})(m-4)=6$

解得：$m=8$，$m=-2$(舍去)

故点 P 的坐标是 P（2,4）或（8,1）

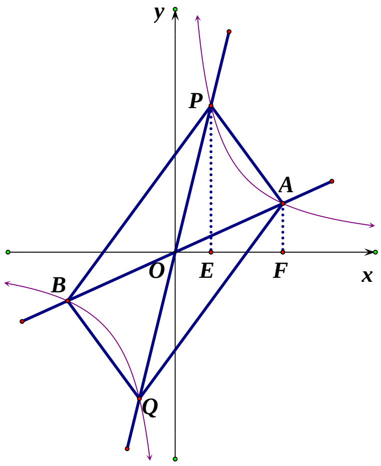


图 a

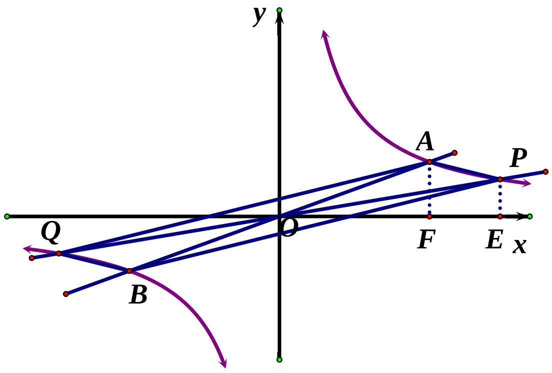


图 b

例 4　（1）$y=\dfrac{1}{x}$

（2）解方程组 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{x} \\ y=2x-1 \end{cases}$ 得　$x_1=1$，$x_2=-\dfrac{1}{2}$（舍去）

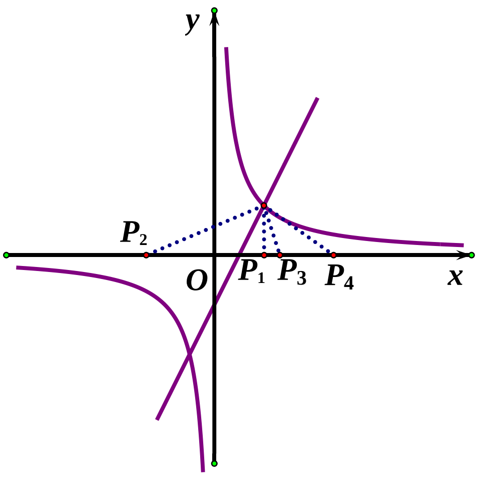
从而 y=1，∴A（1,1）

（3）符合条件的点 P 存在，有下列情况（如图）：

①若 OA 为底，则∠AOP_1=45°，$OA=\sqrt{2}$，由 $OP_1=P_1A$，得 $P_1(1，0)$；

②若 OA 为腰，AP 为底，则由 $OP=OA=\sqrt{2}$，得 $P_2(-\sqrt{2}，0)$，P_3（$\sqrt{2}$，0）；

③若 OA 为腰，OP 为底，则由 $AO=AP=\sqrt{2}$，得 $OP=2$，$P_4(2，0)$



例 5 （1）$\because S_{矩形AEOC}=S_{矩形BDOF}=k$

$\therefore S_{矩形AEOC}-S_{矩形DOCK}=S_{矩形BDOF}-S_{矩形DOCK}$

$\therefore S_{矩形AEDK}=S_{矩形CFBK}$

②连 AD、AO、BC、BO.

$\because S_{\Delta ADC}=S_{\Delta AOC}$，$S_{\Delta BCD}=S_{\Delta BOD}$

$\therefore S_{\Delta ADC}=S_{\Delta BCD}$

$\therefore CD\parallel MN$.

又$\because AC\parallel DN$，$BD\parallel CM$，

$\therefore$四边形 $ANDC$、$BDCM$ 为平行四边形，

$\therefore AN=DC=BM$

（2）AN 与 BM 仍然相等，证法同（1）.

例 6 点 A 与点 B 之间的距离是 5，则它们之间的连线是直角三角形的斜边.

设点 C（a，b），则

$$\begin{cases}(a-4)^2+b^2=9\\ a^2+(b-3)^2=16\end{cases} \quad ① \qquad \begin{cases}(a-4)^2+b^2=16\\ a^2+(b-3)^2=9\end{cases} \quad ②$$

解①得$\begin{cases}a=4\\ b=3\end{cases}$或$\begin{cases}a=\dfrac{28}{25}\\ b=\dfrac{21}{25}\end{cases}$

所以 C 的坐标是（4，3）或（$\dfrac{28}{25}$，$-\dfrac{21}{25}$）对应的 k 的值是 12 或$-\dfrac{588}{625}$.

解②得 $\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=\dfrac{72}{25}\\ b=\dfrac{96}{25}\end{cases}$

因为原点不可能在反比例函数图像上，

所以 C 的坐标是（$\dfrac{72}{25}$，$\dfrac{96}{25}$）对应的 k 的值是$\dfrac{6912}{625}$.

综上所述，k 的值是 12 或$-\dfrac{588}{625}$或$\dfrac{6912}{625}$.

A 级

1.-2　2.1、2　3.<　4.$y2>y1>y3$　5.$x<-1$ 或 $0<x<2$　6.2　7.*A*　8.*A*　9.*A*　10.(1)设 *A* 点坐标为（x，y），由 $S_{\triangle ABO}=\frac{3}{2}$，得 $\frac{1}{2}|xy|=\frac{3}{2}$，$|k|=3$，$k=\pm3$.

∵*A* 点在第四象限内，∴$k=-3$，两个函数的解析式分别为 $y=-\frac{3}{x},y=-x-2$.

（2）由 $\begin{cases}y=-\frac{3}{x}\\ y=-x-2\end{cases}$，得 $\begin{cases}x_1=-3\\ y_1=1\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\ y_2=-3\end{cases}$，∴*A*（1，-3），*C*（-3，1）.

设直线 *AC* 与 *y* 轴交于点 *D*，则 *D*（0，-2）.故 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle AOD}+S_{\triangle COD}=\frac{1}{2}\times2\times1+\frac{1}{2}\times2\times3=4$（平方单位）.

11.（1）$m=6,n=2$　(2)$y=-2x+8$　(3)$A(0,8)$，$B(4,0)$，$AE=DF=2,CE=BF=1$，又∠AEC=∠$DFB=90^0$，故 $\Delta AEC\cong\Delta DFB$.

12.(1)$\because S_1=2\times\frac{1}{2}x_1\cdot y_1=x_1y_1$，而点 *P*（$x_1$，$y_1$）在 $y=\frac{k}{x}$ 图象上，∴$x_1y_1=k$，即 $S_1=k$.同理$\because S_2=2\times\frac{1}{2}x_2\cdot y_2=k$，

∴$S_1=S_2$，又 $C_1=2(x_1+y_1)=2(x_1+\frac{k}{x_1}),C_2=2(x_2+\frac{k}{x_2})$

∴$C_2-C_1==2(\frac{x_2{}^2+k}{x_2}-\frac{x_1{}^2+k}{x_1})=2\times\frac{x_1x_2{}^2+kx_1-x_1{}^2x_2-kx_2}{x_1x_2}$

∵双曲线在第一象限，∴

$x_1>0$，$x_2>0$. ∴ $x_1x_2>0$. 又 $x_1x_2^2+kx_1-x_1^2x_2-kx_2=x_1x_2(x_2-x_1)-k(x_2-x_1)=(x_1x_2-k)(x_2-x_1)$，且 $x_2>x_1$，当

$x_1x_2=k$时，$C_1=C_2$；当$x_1x_2>k$时，$C_2>C_1$；当$x_1x_2<k$时，$C_2<C_1$.

（2）设四边形 *PMON* 的周长为 *C*，则 $C=2(x+y)$.∵$xy=k$，

∴ $C=2(x+\frac{k}{x})$，这里 x，k 均大于 0.

$\because(\sqrt{x}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{x}})^2\ge0,\therefore x+\frac{k}{x}\ge2\sqrt{k}$，当 $\sqrt{x}=\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{x}}$ 时，即 $x=\sqrt{k}$ 时，四边形 *PMON* 的周长 *C* 最小，最小值为 $2\sqrt{k}$，此时 *P*（$\sqrt{k},\sqrt{k}$）.

B 级

1. $-4\sqrt{2}$　　2.-3　　3.14　　4. $-\frac{3}{4}$　　ΔBOC 为等腰直角三角形，$OB=OC=1$，$BC=\sqrt{2}$，由对称性可知 $AB=CD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，作 AE 垂直 x 轴于 E，则 $AE\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot AC=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}$，$OE=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$.

5.①②④　　6.*A*　　7.*B*　　8.*C*　　9.(1)设 B 点（x_0，y_0），$S_{正方形OABC}=x_0y_0=9$，$x_0=y_0=3$，即 B（3，3），$k=x_0y_0=9$.

(2)①如图 *a*，P（m，n）在 $y=\frac{9}{x}$ 上，$S_{矩形OEP1F}=mn=9$，$S_{矩形OAGF}=3n$.,$S=9-3n=\frac{9}{2}$，$n=\frac{3}{2}$，$m=6$，

∴$P_1(6,\ \frac{3}{2})$.

②如图 *a*，同理可得 P_2（$\frac{3}{2}$，6）.

（3）①如图 *b*，当 $0<m<3$ 时，$S_{矩形OEGC}=3m$，$S=S_{矩形OEPF}-S_{矩形OEGC}=9-3m(0<m<3)$.

②如图 *c*，当 $m\geq3$ 时，S 矩形 $OAGF=3n$，$S=9-3n=9-\frac{27}{m}(m\geq3)$.

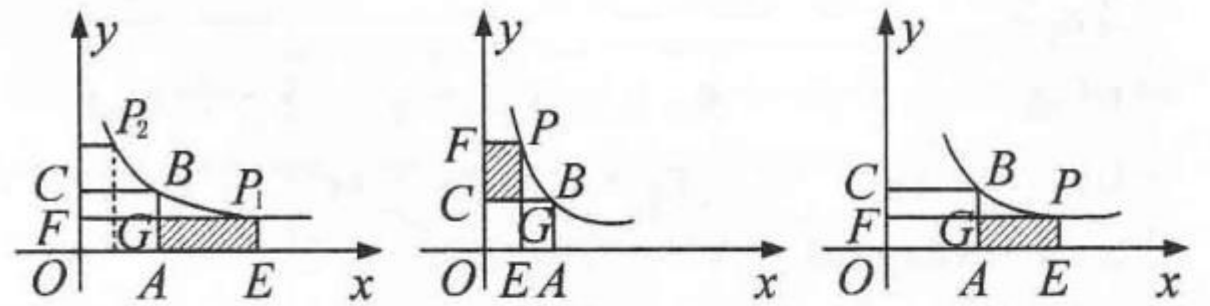


图 a　　图 b　　图 c

10.设 P（a，b），过 E 作 $ES\perp x$ 轴于 S，过 F 作 $FT\perp y$ 轴于 T，∴$AE=\frac{ES}{\sqrt{3}}\cdot 2=\frac{2}{\sqrt{3}}b$，$BF=2FT=2a$.

∴$AE\cdot BF=\frac{2}{\sqrt{3}}b\cdot 2a=\frac{4}{\sqrt{3}}ab=4\sqrt{3}$.

11.（1）$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2},y=\frac{6}{x}$　　（2）$S_{\triangle MON}=\frac{9}{2}$

12.（1）E（1，$1-a$），F（$1-b$，b）　　（2）$S_{\triangle OEF}=\frac{a+b-1}{2}$

（3）$\triangle AOF\backsim\triangle BOE$　　（4）$\angle EOF=45^0$