# 等腰三角形的判定-答案与解析

例 1 延长 $MF$，$BA$ 交于 $E$，延长 $FM$ 至点 $P$，使 $MP=MF$，连 $BP$，则△$BMP$≌△$CMF$，∴$BP=CF$.

∵$AD$ 平分∠$BAC$，$AD$∥$FM$，∠$BAD$=∠$DAC$=∠$MFC$=∠$AFE$=∠$E$=∠$P$，

∴$AE=AF$，$BE=BP$，即 $AB+AE=AB+AF=AB+AC-CF=CF$，

∴$CF=\frac{1}{2}(AB+AC)=\frac{1}{2}(7+11)=9$.

例 2 D

例 3 提示：△$EMC$ 为等腰直角三角形，连 $AM$，易证：△$ADE$≌△$BAC$.∴$AD=AB$，

又∠$DAB$=90°.又∵$M$ 为 $BD$ 中点，∴$AM$⊥$DB$ 且 $DM=BM=AM$.

又∵∠$MDE$=∠$MAC$=105°，

∴△$EDM$≌△$CAM$. ∴$EM=MC$，∠$DME$=∠$AMC$ ，

∴∠$DME$+∠$EMA$=∠$AMC$+∠$EMA$=90°.

∴△$EMC$ 为等腰直角三角形.

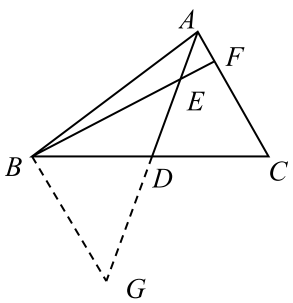
例 4 延长 $AD$ 至 $G$，使 $DG=AD$，连接 $BG$.

由△$ADC$≌△$GDB$，得 $AC=BG$，$AC$∥$BG$.

∵$BE=AC$，∴$BE=BG$，得∠$BED$=∠$BGD$，

∴∠$FAE$=∠$BGD$=∠$BED$=∠$AEF$，

故 $AF=EF$.




例 5 提示：结合图 1，给出解答过程.

由图形的轴对称性知：△$ABO$≌△$ACO$，

∴∠$BAO$=∠$CAO$=10°，∴∠$ABO$=∠$ACO$=20°，∴∠$AOB$=∠$AOC$=150°.

又∵$BO=BC=CO=AD$，∴△$ACD$≌△$CAO$，

∴∠$AOC$=∠$CDA$=150°，故∠$BDC$=30°.

A 级

1.90°或 75°或 15°

2.72°

3.2

4.37

5.D

6.D　提示：将三式相加

7.D

8.C

9.⑴先证△$ACD$≌△$CBF$，

∴∠$CAD$=∠$BCF$.

又∵∠$CAD$+∠$CDG$=∠$BCF$+∠$CDG$=90°，

∴∠$CGD$=90°，∴$AD$⊥$CF$.

⑵△$ACF$ 为等腰三角形.

10.提示：延长 $DB$ 至 $E$，使 $BE$=$AB$，连结 $AE$，证明∠$E$=∠$C$，$AC$=$AE$.

11. 提示：证明△$DCA$≌△$ECB$、△$DCM$≌△$ECN$，∠$NCM$=60°.

12. ⑴提示：先证明∠$CEF$=∠$CFE$.

⑵作 $EG$⊥$AC$ 于 $G$，证明△$CEG$≌△$BE'D'$，可得 $CE$= $BE'$，又 $CF$=$CE$，$BE'$=$CF$.

B 级

1.2:1　　2.110°　　3.10　　4.D

5.C　提示：在五边形内作等边三角形 $ABF$，则 $E$、$F$、$C$ 在一条直线上.

6.B

7.　提示：⑴ $2\sqrt{3}$

⑵ 在 $BB'$上取点 $P$，使∠$BPC$=120°，再在 $PB'$上取点 $E$ 使 $PE$=$PC$，连结 $CE$. 则由△$PCE$ 为等边三角形，可得：$PC$=$CE$，∠$PCE$=60°，∠$CEB'$=120°

∵△$ACB'$为正三角形，

∴可证：△$ACP$≌△$B'CE$.

∴∠$APC$=∠$B'EC$=120°，$PA$=$EB'$.

∴∠$APC$=∠$BPC$=∠$CPA$=120°，∴$P$ 为△$ABC$ 的费马点.

∴$BB'$过△$ABC$ 的 $P$，且 $BB'$=$EB'$+$PB$+$PE$=$PA$+$PB$+$PC$.

8．提示：延长 $AB$ 至 $M$，使 $BM=BP$，连结 $PM$，则 $AB+BP=AM$，可证明 $BQ=QC$.

∴$AQ+QB=AQ+QC=AC$，又由△$AMP$≌△$ACP$ 得 $AM=AC$，故 $AB+BP=AQ+BQ$.

9．提示：延长 $FM$ 至 $P$，使 $PM=FM$，连结 $BP$，则△$BMP$≌△$CMF$，$AE=AF$，$BE=BP$.

10．提示：当 $D$ 为 $BC$ 的端点，显见△$AED$ 是等边三角形；当 $D$ 为 $BC$ 边的中点，取 $AC$ 的中点 $F$，连接 $DF$，易证△$CDF$ 为等边三角形，又△$ADF$≌△$EDC$，故△$ADE$ 为等边三角形．猜测：当 $D$ 为 $BC$ 上任意点时，△$ADE$ 也为等边三角形.

11．（1）$y=-\frac{1}{2}x+4$；

（2）过点 $C$ 作 $CH\perp y$ 轴于 $H$，证明△$AOB$≌△$BHC$ 即可；

（3）符合条件的 $P$ 点共有 5 个，分别为 $(-4,-12),\left(-4,-\frac{8}{3}\right),(-4,8),(-4,-4),(-4,4)$.

12．提示：（1）$B(8，0)$;

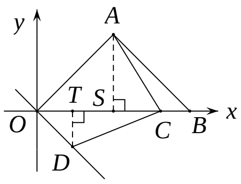


图 a

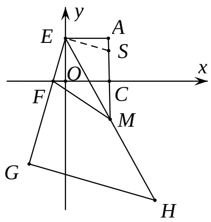


图 b

（2）如图 a，过 $A$ 作 $AS\perp OB$ 于 $S$，过 $D$ 作 $DT\perp x$ 轴于 $T$.

∵△$OAB$ 为等腰直角三角形，

∴$OS=AS=BS$，再由△$ASC$≌△$CTD$，可得：$AS=CT$，$SC=TD$.

∴$CT=AS=OS$，∴$OT=CS=TD$.

∴∠$TOD$=45°，则∠$AOD$=90°；

（3）等式成立，理由如下：如图 b，

在 $AM$ 上截取 $AS=OF$，连 $ES$，可证△$EAS$≌△$EOF$，可得：$ES=EF$，∠$AES$=∠$OEF$

∴∠$SEF$=∠$AEO$=90°，∴∠$FEM$=∠$SEM$=45°.

又∵$EM=EM$，∴△$EFM$≌△$ESM$，∴$FM=SM$，

∴$AM=AS+SM=OF+FM$，∴ $\frac{AM-FM}{OF}=1$.