

高二 10 月月考数学试卷 1

姓名: _____ 得分: _____

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.

1. 不等式 $x^2 > x$ 的解集是()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 4, a_8 = \frac{1}{2}$, 则公比 $q =$ ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 + a_5 = 9$, $a_4 + a_5 + a_6 = 21$, 则 a_7 的值是()

- A. 9 B. 11 C. 13 D. 15

4. 设一元二次不等式 $ax^2 + bx + 1 > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < \frac{1}{3}\}$, 则 ab 的值是()

- A. -6 B. -5 C. 6 D. 5

5. 函数 $y = 2 - 3x - \frac{4}{x} (x < 0)$ 的最值情况是()

- A. 有最小值 $2 - 4\sqrt{3}$ B. 有最大值 $2 - 4\sqrt{3}$ C. 有最小值 $2 + 4\sqrt{3}$ D. 有最大值 $2 + 4\sqrt{3}$

6. 设 $a > 0, b > 0$, 若 $\sqrt{3}$ 是 3^a 与 3^b 的等比中项, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 得最小值为()

- A. $4\sqrt{2}$ B. 4 C. $3 + 2\sqrt{2}$ D. $3 - 2\sqrt{2}$

7. 若 $a = (x+2)(x+3), b = (x+1)(x+4)$, 则下列结论正确的是()

- A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a \geq b$ D. a, b 大小不确定

8. 一家商店使用一架两臂不等长的天平秤黄金, 一位顾客到店里购买 10g 黄金, 售货员先将 5g 的砝码放在天平的左盘中, 取出一些黄金放在天平右盘中使天平平衡; 再将 5g 的砝码放在天平右盘中, 再取出一些黄金放在天平左盘中使天平平衡; 最后将两次秤得的黄金交给顾客, 你认为顾客购得的黄金是()

- A. 大于 10g B. 大于等于 10g C. 小于 10g D. 小于等于 10g

二、多项选择题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n} (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_1 = 2$, 则()

- A. $a_3 = -1$ B. $a_{2025} = \frac{1}{2}$ C. $S_3 = \frac{3}{2}$ D. $S_{2025} = \frac{2025}{2}$

10. 下列命题错误的是 ()

A. 若 $a > b > 0$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a > b > 0$, 则 $a^2 > b^2$

C. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 < ab < b^2$ D. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

11. 一元二次不等式 $x^2 + ax + a - 1 \leq 0$ 的解集可能是 ()

A. $[-1, 1-a]$ B. $\{-1\}$ C. $[1-a, -1]$ D. 空集

12. 已知无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_6 < S_7$, 且 $S_7 > S_8$, 则 ()

A. 在数列 $\{a_n\}$ 中, a_1 最大 B. 在数列 $\{a_n\}$ 中, a_3 或 a_4 最大

C. $S_3 = S_{10}$ D. 当 $n \geq 8$ 时, $a_n < 0$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是它的前 n 项和, $a_2 + a_3 = 10$, $S_6 = 54$, 则该数列的公差 d 为_____.

14. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 3b + 6 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为_____.

15. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$ 成等差数列, 则 $\frac{a_8 + a_9}{a_6 + a_7} =$ _____.

16. 若正数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 ab 的最小值为_____, $\frac{1}{a-1} + \frac{9}{b-1}$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分.

17. (本题 10 分) 若不等式 $(ax-1)(x+b) > 0$ 的解集是 $(-1, 3)$

(1) 求实数 a, b 的值;

(2) 解不等式 $4ax^2 - 4x - b < 0$.

18.(本题 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, 且 $na_{n+1}-(n+1)a_n=2n^2+2n, n \in \mathbb{N}^*$

(1)求 a_2, a_3 的值;

(2)证明数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是等差数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19.(本题 12 分)已知 $x>0, y>0$, 且 $2x+8y-xy=0$,

(1) 求 xy 的最小值;

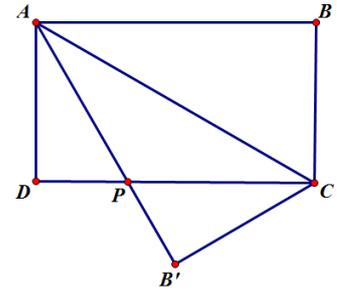
(2) 若 $x+y \geq a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20.(本题 12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和 $S_n = \frac{1}{2}(a_n - 1)(a_n + 2)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = (-1)^n a_n a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项的和 T_{2n} .

21. (本题 12 分) 如图, 设矩形 $ABCD$ ($AB > AD$) 的周长为 24 cm , 把 $\triangle ABC$ 沿 AC 向 $\triangle ADC$ 折叠, AB 折过去后交 CD 于点 P , 设 $AB = x\text{ cm}$, $\triangle ADP$ 的面积为 $f(x)$



- (1) 求 $f(x)$ 的解析式和定义域;
- (2) 求 $f(x)$ 的最大值。

22.(本题 12 分)已知函数 $f(x) = x^2 - (m+1)x + m + 1$

- (1)若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 有两个不相等的实根, 求实数 m 的取值范围;
- (2)解关于 x 的一元二次不等式 $f(x) < 1$;
- (3)若对于 $x \in (1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

2020-2021 学年第一学期汾湖高级中学 10 月月考

高二数学试卷(答案)

试卷分值: 150 分 考试用时: 120 分钟

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 请把答案直接填涂在答题卡相应位置上.

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	C	C	C	A	A

四、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对得 5 分, 部分选对得 3 分, 有选错的得 0 分)

9	10	11	12
ACD	ACD	ABC	AD

五、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

13. 4

14. $\frac{1}{4}$

14. $3 + 2\sqrt{2}$

16. (1) 4 (2) 6

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.解:

(1)由题意得 $a < 0$, 且对应方程 $(ax-1)(x+b) = 0$ 的解为 -1 和 3,所以 $\frac{1}{a} = -1, -b = 3$ 所以 $a = -1, b = -3$5 分(2)不等式 $4ax^2 - 4x - b < 0$ 即 $-4x^2 - 4x + 3 < 0$, 得 $4x^2 + 4x - 3 > 0$, 解得 $x > \frac{1}{2}$ 或 $x < -\frac{3}{2}$10 分

18.解:

(1)由已知, 得 $a_2 - 2a_1 = 4$, 则 $a_2 = 2a_1 + 4$, 又 $a_1 = 1$, 所以 $a_2 = 6$2 分由 $2a_3 - 3a_2 = 12$, 得 $2a_3 = 12 + 3a_2$, 所以 $a_3 = 15$4 分(2)由已知 $na_{n+1} - (n+1)a_n = 2n(n+1)$,得 $\frac{na_{n+1} - (n+1)a_n}{n(n+1)} = 2$, 即 $\frac{a_{n+1}}{n+1} - \frac{a_n}{n} = 2$,所以数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是首项 $\frac{a_1}{1} = 1$, 公差 $d = 2$ 的等差数列.8 分则 $\frac{a_n}{n} = 1 + 2(n-1) = 2n-1$,10 分

所以 $a_n = 2n^2 - n$ 12分

19、解：(1)由 $2x + 8y - xy = 0$ ，得 $\frac{8}{x} + \frac{2}{y} = 1$ ，又 $x > 0, y > 0$ ，

则 $1 = \frac{8}{x} + \frac{2}{y} \geq 2\sqrt{\frac{8 \cdot 2}{xy}} = \frac{8}{\sqrt{xy}}$ ，得 $xy \geq 64$ ，当且仅当 $x = 16, y = 4$ 时，等号成立。

所以 xy 的最小值为 64.....5分

(2)由 $2x + 8y - xy = 0$ ，得 $\frac{8}{x} + \frac{2}{y} = 1$ ，则 $x + y = (\frac{8}{x} + \frac{2}{y}) \cdot (x + y) = 10 + \frac{2x}{y} + \frac{8y}{x} \geq 10 + 2\sqrt{\frac{2x}{y} \cdot \frac{8y}{x}} = 18$ 。

当且仅当 $x = 12, y = 6$ 时等号成立，即 $x + y$ 的最小值为 18.所以 $a \leq 18$ 12分

20. 解：(1)当 $n = 1$ 时， $S_1 = \frac{1}{2}(a_1 - 1)(a_2 + 2)$ ，即 $a_1 = -1$ 或 $a_1 = 2$ ，

因为 $a_1 > 0$ ，所以 $a_1 = 2$ 2分

当 $n \geq 2$ 时， $S_n = \frac{1}{2}(a_n - 1)(a_n + 2)$ ， $S_{n-1} = \frac{1}{2}(a_{n-1} - 1)(a_{n-1} + 2)$ ，

两式相减得： $(a_n + a_{n-1})(a_n - a_{n-1} - 1) = 0$ ，5分

又因为 $a_n > 0$ ，所以 $a_n + a_{n-1} > 0$ ，所以 $a_n - a_{n-1} = 1$ ，所以 $a_n = n + 1$ ；8分

(2) $T_{2n} = -a_1a_2 + a_2a_3 - a_3a_4 + a_4a_5 - a_5a_6 + \dots + a_{2n-3}a_{2n-1} - a_{2n-1}a_{2n} + a_{2n}a_{2n+1}$

$= 2(a_2 + a_4 + \dots + a_{2n})$ ，10分

又 a_2, a_4, \dots, a_{2n} 是首项为 3，公差为 2 的等差数列，

所以 $a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = \frac{n(3 + 2n + 1)}{2} = n^2 + 2n$ ，故 $T_{2n} = 2n^2 + 4n$ 。12分

21.解析：(1)设 $AB = xcm$ ，则 $AD = (12 - x)cm$

由题意可知 $\triangle ADP$ 与 $\triangle CB'P$ 全等，所以 $DP = PB'$ ，所以 $(12 - x)^2 + PD^2 = (x - PD)^2$

解得 $PD = 12 - \frac{72}{x}$ 4分

因为 $AB > AD$ ，所以 $6 < x < 12$ ，所以 $\triangle ADP$ 的面积为 $f(x) = \frac{1}{2}(12 - x)(12 - \frac{72}{x})$...5分

定义域为 $(6, 12)$6分

(2)由(1)知 $f(x) = \frac{1}{2}(12 - x)(12 - \frac{72}{x}) = 108 - 6(x + \frac{72}{x}) \leq 108 - 6 \times 2\sqrt{72} = 108 - 72\sqrt{2}$

当且仅当 $x = \frac{72}{x}$ ，即 $x = 6\sqrt{2}$ 时取等号，11分

所以 $f(x)$ 的最大值为 $108 - 72\sqrt{2}$ ，此时 $x = 6\sqrt{2}$ 。.....12分

22. 解析：(1)若关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 有两个不相等的实根，则 $\Delta = (m+1)^2 - 4(m+1) > 0$ ，

解得 $m < -1$, 或 $m > 3$

所以，实数 m 的取值范围是 $m < -1$, 或 $m > 3$ ；.....2分

(2)关于 x 的一元二次不等式 $f(x) < 1$ ，即 $x^2 - (m+1)x + m < 0$ ，即 $(x-1)(x-m) < 0$ 3分

当 $m > 1$ 时，不等式的解集为 $(1, m)$ ；.....4分

当 $m = 1$ 时，不等式的解集为 ϕ ；.....5分

当 $m < 1$ 时，不等式的解集为 $(m, 1)$ ；.....6分

(3) 当 $x > 1$ 时， $f(x) = x^2 - (m+1)x + m + 1 > 0$ 恒成立，

即 $x^2 - x + 1 > m(x-1)$ 恒成立，即 $\frac{x^2 - x + 1}{x-1} > m$ 恒成立，.....8分

令 $t = x - 1 > 0$ ，则 $\frac{t^2 + t + 1}{t} > m$ 恒成立，即 $(\frac{t^2 + t + 1}{t})_{\min} > m$ 10分

因为 $t > 0$ ，所以 $\frac{t^2 + t + 1}{t} = t + \frac{1}{t} + 1 \geq 2 + 1 = 3$ ，当且仅当 $t = 1$ 时取到等号，

所以实数 m 的取值范围是 $m < 3$ 。.....12分