昆山市 2023—2024 学年第一学期九年级数学第一次月考模拟卷

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．（3 分）下列方程中，关于 x 的一元二次方程是（　　）

A．$x+2=3$　　B．$x+y=1$　　C．$x^2-2x-3=0$　　D．$x^2+\frac{1}{x}=1$

2．（3 分）若 $y=(m-1)x^{m^2+m}$是关于 x 的二次函数，则 m 的值为（　　）

A．-2　　B．1　　C．-2 或 1　　D．2 或 1

3．（3 分）关于抛物线 $y=x^2-2x+1$，下列说法错误的是（　　）

A．开口向上

B．与 x 轴有两个重合的交点

C．对称轴是直线 $x=1$

D．当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小

4．（3 分）抛物线 $y=(x+2)^2-3$ 可以由抛物线 $y=x^2$ 平移得到，则下列平移过程正确的是（　　）

A．先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

B．先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位

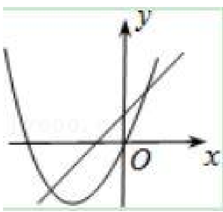
C．先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位

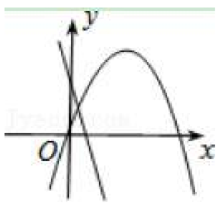
D．先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

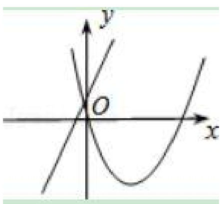
5．（3 分）若一个三角形两边的长分别是 3 和 7，且第三边的长恰好是方程 $x^2-8x+12=0$ 的一个实根，则这个三角形的周长为（　　）

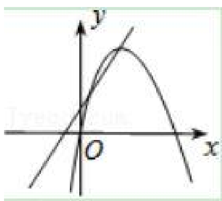
A．12　　B．15　　C．16　　D．12 或 15

6．（3 分）在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax+b$ 与 $y=ax^2-bx$ 的图象可能是（　　）

A．

B．

C．

D．

7．（3 分）若点 M（﹣2，y_1），N（﹣1，y_2），P（8，y_3）在抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ 上，则下列结论正确的是（　　）

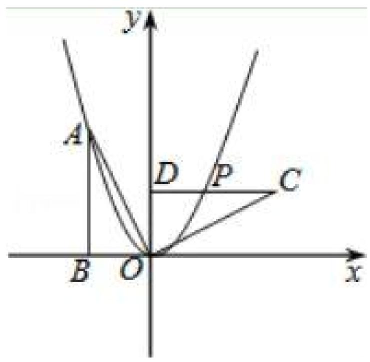
A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_1<y_3$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_1<y_3<y_2$

8．（3 分）某商品进货价为每件 50 元，售价每件 90 元时平均每天可售出 20 件，经调查发现，如果每件降价 2 元，那么平均每天可以多出售 4 件，若每天想盈利 1000 元，设每件降价 x 元，可列出方程为（　　）

A．（40﹣x）（20+x）＝1000　　B．（40﹣x）（20+2x）＝1000

C．（40﹣x）（20﹣x）＝1000　　D．（40﹣x）（20+4x）＝1000

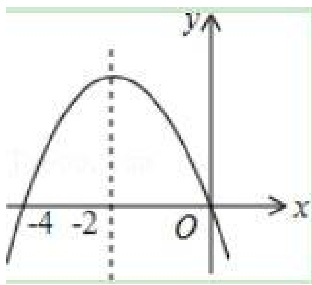
9．（3 分）如图，Rt△OAB 的顶点 A（﹣2，4）在抛物线 $y=ax^2$ 上，将 Rt△OAB 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到△OCD，边 CD 与该抛物线交于点 P，则点 P 的坐标为（　　）



（$\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$）　　B．（2，2）

C．（$\sqrt{2}$，2）　　D．（2，$\sqrt{2}$）

10．（3 分）如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的一部分，对称轴是直线 $x=-2$．关于下列结论：①$ab<0$；②$b^2-4ac>0$；③$9a-3b+c<0$；④$b-4a=0$；⑤方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根为 $x_1=0$，$x_2=-4$，其中正确的结论有（　　）



①③④　　B．②④⑤

C．①②⑤　　D．②③⑤

二．填空题（8 小题,每题 3 分共 24 分）

11．抛物线 $y=3(x-5)^2+2$ 的顶点坐标是 ______．

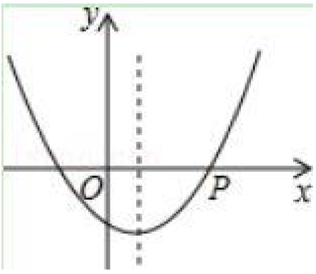
12．一种药品经过两次降价，药价从原来每盒 60 元降至现在的 48.6 元，则平均每次降价的百分率是 ______%．

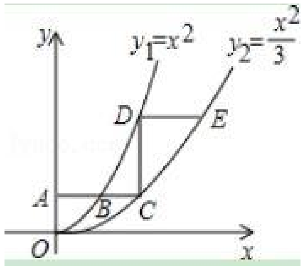
13．若函数 $y=(a-1)x^2-4x+2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为 ______．

14．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表，则当 $y<5$ 时，x 的取值范围是_______.

x	…	－1	0	1	2	3	…
y	…	10	5	2	1	2	…

15．如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）的对称轴是过点（1，0）且平行于 y 轴的直线，若点 P（4，0）在该抛物线上，则 $4a-2b+c$ 的值为_______.





第 15 题图　　第 18 题图

16．已知 m，n 是方程 $x^2-2x-2021=0$ 的两个根，那么 $m^2+mn+2n=$_______.

17．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a<0$）的对称轴为 $x=-1$，与 x 轴的一个交点为（2，0），若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=p$（$p>0$）有整数根，则 p 的值有_______个.

18．如图，平行于 x 轴的直线 AC 分别交函数 $y_1=x^2$（$x\geqslant0$）与 $y_2=\frac{x^2}{3}$（$x\geqslant0$）的图象于 B、C 两点，过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 的图象于点 D，直线 $DE\parallel AC$，交 y_2 的图象于点 E，则 $\frac{DE}{AB}=$_______.

三．解答题（共 10 小题，满分 76 分）

19．（12 分）解方程

（1）$x^2-5x-6=0$　　（2）$3x^2-4x-1=0$；

（3）$x(x-1)=3-3x$；　　（4）$x^2-2\sqrt{2}x+1=0$.

20．（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m-2)x+(m^2-2m)=0$．

（1）求证：方程有两个不相等的实数根．

（2）如果方程的两实数根为 x_1，x_2，且 $x_1^2+x_2^2=10$，求 m 的值．

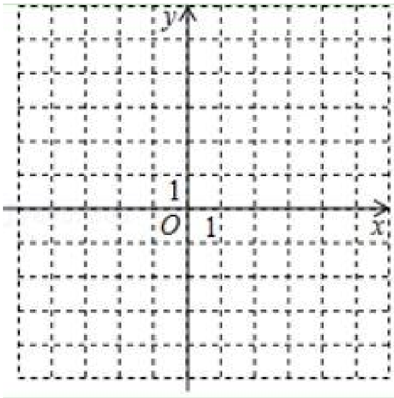
21．（6 分）已知一个二次函数图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示：

x	…	-3	-2	-1	0	1	…
y	…	0	-3	-4	-3	0	…

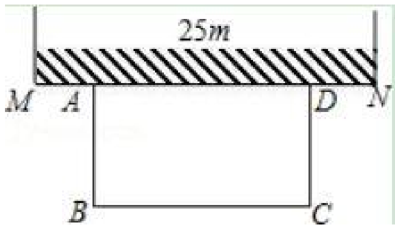
（1）求这个二次函数的表达式；

（2）在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象；

（3）当 $-4<x<1$ 时，直接写出 y 的取值范围．



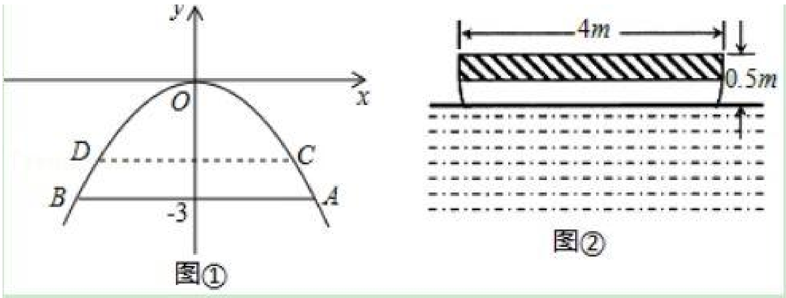
22．（5 分）如图，某农场老板准备建造一个矩形羊圈 $ABCD$，他打算让矩形羊圈的一面完全靠着墙 MN，墙 MN 可利用的长度为 $25m$，另外三面用长度为 $50m$ 的篱笆围成（篱笆正好要全部用完，且不考虑接头的部分），问：若要使矩形羊圈的面积为 $300m^2$，则垂直于墙的一边长 AB 为多少米？



23．（5 分）河上有一座桥孔为抛物线形的拱桥，水面宽 6m 时，水面离桥孔顶部 3m．因降暴雨水位上升 1m．

（1）如图①，若以桥孔的最高点为原点，建立平面直角坐标系，求抛物线的解析式；

（2）一艘装满物资的小船，露出水面的高为 0.5m、宽为 4m（横断面如图②）．暴雨后这艘船能从这座拱桥下通过吗？请说明理由．

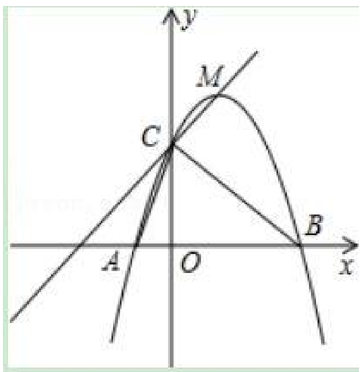


24．（8 分）如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A，B 两点，其中点 A（﹣1，0），点 C（0，5），点 D（1，8）都在抛物线上，M 为抛物线的顶点．

（1）求抛物线的函数解析式；

（2）求△MCB 的面积；

（3）根据图形直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围．



25.（6 分）已知二次函数 $y_1=x^2+bx-3$ 的图象与直线 $y_2=x+1$ 交于点 $A(-1,0)$、点 $C(4,m)$.

（1）求 y_1 的表达式和 m 的值；

（2）当 $y_1>y_2$ 时，求自变量 x 的取值范围；

（3）将直线 AC 沿 y 轴上下平移，当平移后的直线与抛物线只有一个公共点时，求平移后的直线表达式.

26.（8 分）某经销商销售一种成本价为 10 元/kg 的商品，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不得高于 18 元/kg．在销售过程中发现销量 y（kg）与售价 x（元/kg）之间满足一次函数关系，对应关系如表所示：

x	12	14	15	17
y	36	32	30	26

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

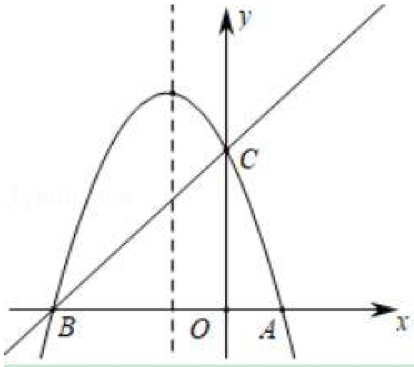
（2）设销售这种商品每天所获得的利润为 W 元，求 W 与 x 之间的函数关系式；并求出该商品销售单价定为多少元时，才能使经销商所获利润最大？最大利润是多少？

27．（10 分）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的对称轴为直线 $x=-1$，且抛物线经过 A（1，0），C（0，3）两点，与 x 轴交于点 B．

（1）若直线 $y=mx+n$ 经过 B，C 两点，求直线 BC 和抛物线的解析式；

（2）在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M，使 $MA+MC$ 的值最小，求点 M 的坐标；

（3）设 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点，求使△BPC 为直角三角形的点 P 的坐标．

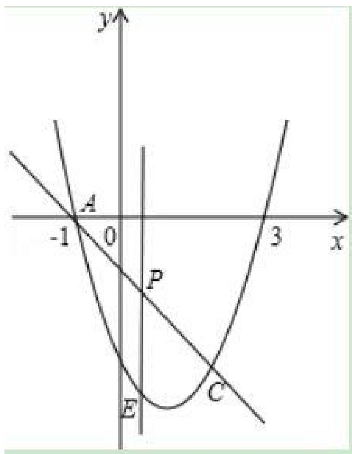


28．（10 分）如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A（-1，0）、B（3，0）两点，直线 l 与抛物线交于 A、C 两点，其中 C 点的横坐标为 2．

（1）求抛物线的解析式及直线 AC 的解析式；

（2）P 是线段 AC 上的一个动点，过 P 点作 x 轴的垂线交抛物线于 E 点，求线段 PE 长度的最大值；

（3）点 G 是抛物线上的动点，在 x 轴上是否存在点 F，使 A、C、F、G 这样的四个点为顶点的四边形是平行四边形？如果存在，求出所有满足条件的 F 点坐标；如果不存在，请说明理由．



昆山市 2023—2024 学年第一学期九年级数学第一次月考模拟卷

参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．（3 分）下列方程中，关于 x 的一元二次方程是（　　）

A．$x+2=3$　　B．$x+y=1$　　C．$x^2-2x-3=0$　　D．$x^2+\frac{1}{x}=1$

【解答】解：A、原方程为一元一次方程，不符合题意；

B、原方程为二元一次方程，不符合题意；

C、原方程为一元二次方程，符合题意；

D、原方程为分式方程，不符合题意，

故选：C．

2．（3 分）若 $y=(m-1)x^{m^2+m}$是关于 x 的二次函数，则 m 的值为（　　）

A．-2　　B．1　　C．-2 或 1　　D．2 或 1

【解答】解：∵$y=(m-1)x^{m^2+m}$是关于 x 的二次函数，

∴$m^2+m=2$，且 $m-1\neq0$，

解得：$m=-2$．

故选：A．

3．（3 分）关于抛物线 $y=x^2-2x+1$，下列说法错误的是（　　）

A．开口向上

B．与 x 轴有两个重合的交点

C．对称轴是直线 $x=1$

D．当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小

【解答】解：∵$y=x^2-2x+1=(x-1)^2$，

∴顶点坐标（1，0），对称轴 $x=1$，

∵$a=1>0$，

∴开口向上，抛物线的顶点在 x 轴上，

∴A、B、C 正确，

故选：D．

4．（3 分）抛物线 $y=(x+2)^2-3$ 可以由抛物线 $y=x^2$ 平移得到，则下列平移过程正确的是（　　）

A．先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

B．先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位

C．先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位

D．先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

【解答】解：抛物线 $y=x^2$ 向左平移 2 个单位可得到抛物线 $y=(x+2)^2$，

抛物线 $y=(x+2)^2$，再向下平移 3 个单位即可得到抛物线 $y=(x+2)^2-3$．

故平移过程为：先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位．

故选：B．

5．（3 分）若一个三角形两边的长分别是 3 和 7，且第三边的长恰好是方程 $x^2-8x+12=0$ 的一个实根，则这个三角形的周长为（　　）

A．12　　B．15　　C．16　　D．12 或 15

【解答】解：解方程 $x^2-8x+12=0$，

得 $x_1=2$，$x_2=6$，

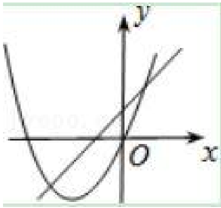
2+3＜7，故 2 不是三角形的第三边，

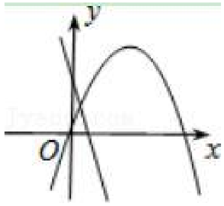
3+6＞7，故 6 是三角形的第三边．

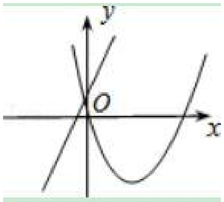
所以三角形的周长为 3+7+6＝16．

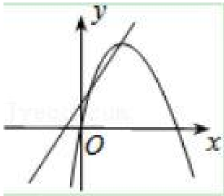
故选：C．

6．（3 分）在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax+b$ 与 $y=ax^2-bx$ 的图象可能是（　　）

A．

B．

C．

D．

【解答】解：A、对于直线 $y=ax+b$ 来说，由图象可以判断，$a>0$，$b>0$；而对于抛物线 $y=ax^2-bx$ 来说，对称轴 $x=\frac{b}{2a}>0$，应在 y 轴的右侧，故不合题意，图形错误；

B、对于直线 $y=ax+b$ 来说，由图象可以判断，$a<0$，$b>0$；而对于抛物线 $y=ax^2-bx$ 来说，对称轴 $x=\frac{b}{2a}<0$，应在 y 轴的左侧，故不合题意，图形错误；

C、对于直线 $y=ax+b$ 来说，由图象可以判断，$a>0$，$b>0$；而对于抛物线 $y=ax^2-bx$ 来说，图象开口向上，对称轴 $x=\frac{b}{2a}>0$，应在 y 轴的右侧，故符合题意；

D、对于直线 $y=ax+b$ 来说，由图象可以判断，$a>0$，$b>0$；而对于抛物线 $y=ax^2-bx$ 来说，图象开口向下，$a<0$，故不合题意，图形错误；

故选：C．

7．（3 分）若点 M（－2，y_1），N（－1，y_2），P（8，y_3）在抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ 上，则下列结论正确的是（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_1<y_3$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_1<y_3<y_2$

【解答】解：$x=-2$ 时，$y=-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+2\times(-2)=-2-4=-6$，

$x=-1$ 时，$y=-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{1}{2}\times(-1)^2+2\times(-1)=-\frac{1}{2}-2=-2\frac{1}{2}$，

$x=8$ 时，$y=-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{1}{2}\times 8^2+2\times 8=-32+16=-16$，

$\because -16<-6<-2\frac{1}{2}$，

$\therefore y_3<y_1<y_2$．

故选：C．

8．（3 分）某商品进货价为每件 50 元，售价每件 90 元时平均每天可售出 20 件，经调查发现，如果每件降价 2 元，那么平均每天可以多出售 4 件，若每天想盈利 1000 元，设每件降价 x 元，可列出方程为（　　）

A．$(40-x)(20+x)=1000$　　B．$(40-x)(20+2x)=1000$

C．$(40-x)(20-x)=1000$　　D．$(40-x)(20+4x)=1000$

【解答】解：设每件应降价 x 元，

由题意，得 $(90-50-x)(20+2x)=1000$，

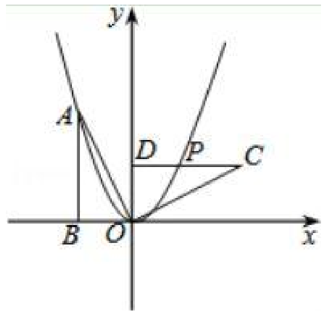
即：$(40-x)(20+2x)=1000$，

故选：B．

9．（3 分）如图，Rt△OAB 的顶点 $A(-2，4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，将 Rt△OAB 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到△OCD，边 CD 与该抛物线交于点 P，则点 P 的坐标为（　　）

A．$(\sqrt{2}，\sqrt{2})$　　B．$(2，2)$　　C．$(\sqrt{2}，2)$　　D．$(2，\sqrt{2})$

【解答】解：∵Rt△OAB 的顶点 $A(-2，4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，



∴$4=a\times(-2)^2$，

解得：$a=1$

∴解析式为 $y=x^2$，

∵Rt△OAB 的顶点 $A(-2，4)$，

∴$OB=OD=2$，

∵Rt△OAB 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到△OCD，

∴CD∥x 轴，

∴点 D 和点 P 的纵坐标均为 2，

∴令 $y=2$，得 $2=x^2$，

解得：$x=\pm\sqrt{2}$，

∵点 P 在第一象限，

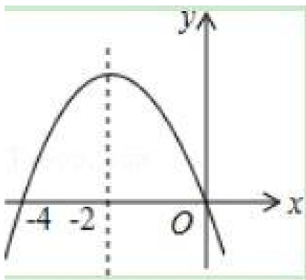
∴点 P 的坐标为：$(\sqrt{2}，2)$

故选：C．

10．（3 分）如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的一部分，对称轴是直线 $x=-2$．关于下列结论：①$ab<0$；②$b^2-4ac>0$；③$9a-3b+c<0$；④$b-4a=0$；⑤方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根为 $x_1=0$，$x_2=-4$，其中正确的结论有（　　）

A．①③④　　B．②④⑤　　C．①②⑤　　D．②③⑤

【解答】解：∵抛物线开口向下，



∴$a<0$，∵$-\dfrac{b}{2a}=-2$，∴$b=4a$，$ab>0$，

∴①错误，④正确，

∵抛物线与 x 轴交于 -4，0 处两点，

∴$b^2-4ac>0$，方程 $ax^2+bx=0$ 的两个根为 $x_1=0$，$x_2=-4$，

∴②⑤正确∵当 $x=-3$ 时 $y>0$，即 $9a-3b+c>0$，

∴③错误，

故正确的有②④⑤．故选：B．

二．填空题（共 8 小题）

11．抛物线 $y=3(x-5)^2+2$ 的顶点坐标是 <u>（5，2）</u>．

【解答】解：抛物线 $y=3(x-5)^2+2$ 的顶点坐标是：$(5，2)$．

故答案为：$(5，2)$．

12．一种药品经过两次降价，药价从原来每盒 60 元降至现在的 48.6 元，则平均每次降价的百分率是 <u>10</u>%．

【解答】解：设平均每次降价的百分率是 x，则第二次降价后的价格为 $60(1-x)^2$ 元，

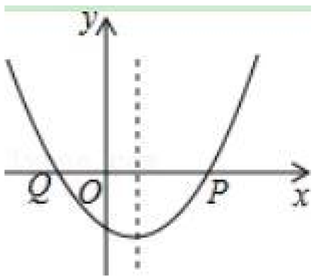
根据题意得：$60(1-x)^2=48.6$，

即（1﹣x）^{2}＝0.81，
解得，x_1＝1.9（舍去），x_2＝0.1．
所以平均每次降价的百分率是 0.1，即 10%．
故答案为：10
13．若函数 y＝（a﹣1）x^2﹣4x+2a 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为 ＿﹣1 或 2 或 1＿．
【解答】解：∵函数 y＝（a﹣1）x^2﹣4x+2a 的图象与 x 轴有且只有一个交点，
当函数为二次函数时，b^2﹣4ac＝16﹣4（a﹣1）×2a＝0，
解得：a_1＝﹣1，a_2＝2，
当函数为一次函数时，a﹣1＝0，解得：a＝1．
故答案为：﹣1 或 2 或 1．
14．已知二次函数 y＝ax^2+bx+c 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表，则当 y＜5 时，x 的取值范围是 ＿0＜x＜4＿．

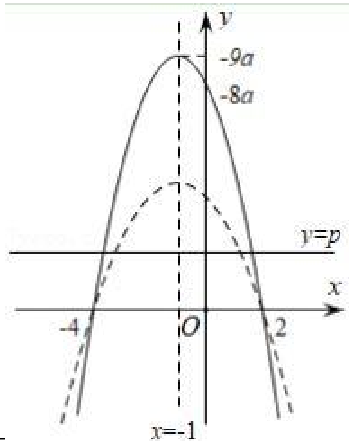
x	…	﹣1	0	1	2	3	…
y	…	10	5	2	1	2	…

【解答】解：由表可知，二次函数的对称轴为直线 x＝2，
所以，x＝4 时，y＝5，
所以，y＜5 时，x 的取值范围为 0＜x＜4．
故答案为：0＜x＜4．

15．如图，抛物线 y＝ax^2+bx+c（a＞0）的对称轴是过点（1，0）且平行于 y 轴的直线，若点 P（4，0）在该抛物线上，则 4a﹣2b+c 的值为＿0＿．
【解答】解：设抛物线与 x 轴的另一个交点是 Q，
∵抛物线的对称轴过点（1，0），与 x 轴的一个交点是 P（4，0），
∴与 x 轴的另一个交点 Q（﹣2，0），
把（﹣2，0）代入解析式得：0＝4a﹣2b+c，
∴4a﹣2b+c＝0，故答案为：0．



16．已知 m，n 是方程 x^2﹣2x﹣2021＝0 的两个根，那么 m^2+mn+2n＝＿4＿．
【解答】解：∵m、n 是方程 x^2﹣2x﹣2021＝0 的两个根，
∴m+n＝2，mn＝﹣2021，m^2﹣2m﹣2021＝0，
∴m^2＝2m+2021，∴m^2+mn+2n
＝2m+2021+mn+2n＝﹣2021+2×2+2021＝4．故答案为：4．
17．已知抛物线 y＝ax^2+bx+c（a＜0）的对称轴为 x＝﹣1，与 x 轴的一个交点为（2，0），若关于 x 的一元二次方程 ax^2+bx+c＝p（p＞0）有整数根，则 p 的值有＿3＿个．
【解答】解：∵抛物线 y＝ax^2+bx+c（a＜0）的对称轴为 x＝﹣1
∴ $-\dfrac{b}{2a}$＝﹣1，解得 b＝2a．
又∵抛物线 y＝ax^2+bx+c（a＜0）与 x 轴的一个交点为（2，0）．
把（2，0）代入 y＝ax^2+bx+c 得，0＝4a+4a+c
解得，c＝﹣8a．∴y＝ax^2+2ax﹣8a（a＜0）
对称轴 h＝﹣1，最大值 k＝$\dfrac{4a\cdot(-8a)-4a^2}{4a}$＝﹣9$a$
如图所示，顶点坐标为（﹣1，﹣9a）
令 ax^2+2ax﹣8a＝0 即 x^2+2x﹣8＝0



解得 $x=-4$ 或 $x=2$∴当 $a<0$ 时，抛物线始终与 x 轴交于（-4，0）与（2，0）

∴$ax^2+bx+c=p$ 即常函数直线 $y=p$，由 $p>0$∴$0<y\leqslant-9a$

由图象得当 $0<y\leqslant-9a$ 时，$-4<x<2$，其中 x 为整数时，$x=-3$，-2，-1，0，1

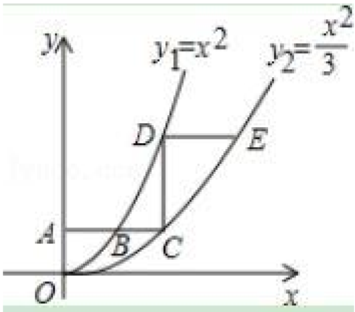
∴一元二次方程 $ax^2+bx+c=p$（$p>0$）的整数解有 5 个．

又∵$x=-3$ 与 $x=1$，$x=-2$ 与 $x=0$ 关于直线 $x=-1$ 轴对称

当 $x=-1$ 时，直线 $y=p$ 恰好过抛物线顶点．

所以 p 值可以有 3 个．故答案为 3．

18．如图，平行于 x 轴的直线 AC 分别交函数 $y_1=x^2$（$x\geqslant0$）与 $y_2=\frac{x^2}{3}$（$x\geqslant0$）的图象于 B、C 两点，过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 的图象于点 D，直线 $DE\parallel AC$，交 y_2 的图象于点 E，则 $\frac{DE}{AB}=$ __$3-\sqrt{3}$__．



【解答】解：设 A 点坐标为（0，a），（$a>0$），

则 $x^2=a$，解得 $x=\sqrt{a}$，

∴点 B（$\sqrt{a}$，a），

$\frac{x^2}{3}=a$，

则 $x=\sqrt{3a}$，

∴点 C（$\sqrt{3a}$，a），

∵$CD\parallel y$ 轴，

∴点 D 的横坐标与点 C 的横坐标相同，为$\sqrt{3a}$，

∴$y_1=(\sqrt{3a})^2=3a$，

∴点 D 的坐标为（$\sqrt{3a}$，$3a$），

∵$DE\parallel AC$，

∴点 E 的纵坐标为 $3a$，

∴$\frac{x^2}{3}=3a$，

∴$x=3\sqrt{a}$，

∴点 E 的坐标为（$3\sqrt{a}$，$3a$），

∴$DE=3\sqrt{a}-\sqrt{3a}$，

$\frac{DE}{AB}=\frac{3\sqrt{a}-\sqrt{3a}}{\sqrt{a}}=3-\sqrt{3}$．

故答案为：$3-\sqrt{3}$．

三．解答题（共 10 小题）

19．解方程

（1）$x^2-5x-6=0$

（2）$3x^2-4x-1=0$；

（3）$x(x-1)=3-3x$；

（4）$x^2-2\sqrt{2}x+1=0$．

【解答】解：（1）因式分解，得

$(x-1)(x-6)=0$，解得 $x_1=6$，$x_2=-1$；

（2）$a=3$，$b=-4$，$c=-1$，$x_1=\frac{2+\sqrt{7}}{3}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{7}}{3}$；

（3）方程化简得 $x^2+2x-3=0$，
因式分解，得 $(x+3)(x-1)=0$，
解得 $x_1=1$，$x_2=-3$；
（4）$a=1$，$b=-2\sqrt{2}$，$c=1$，$x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=-1+\sqrt{2}$.

20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m-2)x+(m^2-2m)=0$.
（1）求证：方程有两个不相等的实数根.
（2）如果方程的两实数根为 x_1，x_2，且 $x_1^2+x_2^2=10$，求 m 的值.

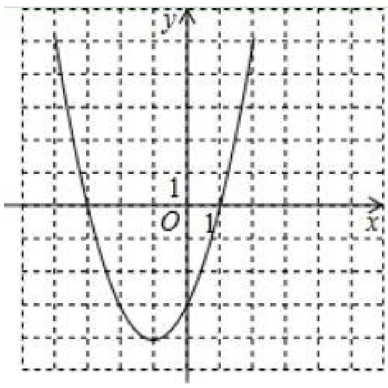
【解答】解：（1）由题意可知：$\Delta=(2m-2)^2-4(m^2-2m)$
$=4>0$，
∴方程有两个不相等的实数根.
（2）∵$x_1+x_2=2m-2$，$x_1x_2=m^2-2m$，
∴ $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10$，
∴ $(2m-2)^2-2(m^2-2m)=10$，
∴$m^2-2m-3=0$，
∴$m=-1$ 或 $m=3$

21．已知一个二次函数图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示：

x	…	-3	-2	-1	0	1	…
y	…	0	-3	-4	-3	0	…

（1）求这个二次函数的表达式；
（2）在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象；
（3）当$-4<x<1$ 时，直接写出 y 的取值范围.

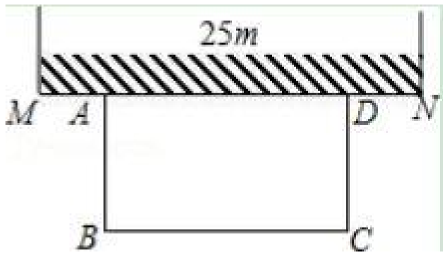
【解答】解：（1）由题意可得二次函数的顶点坐标为（-1，-4），
设二次函数的解析式为：$y=a(x+1)^2-4$，
把点（0，-3）代入 $y=a(x+1)^2-4$，得 $a=1$，
故抛物线解析式为 $y=(x+1)^2-4$，即 $y=x^2+2x-3$；
（2）如图所示：



（3）∵$y=(x+1)^2-4$，
∴当 $x=-4$ 时，$y=(-4+1)^2-4=5$，
当 $x=-1$ 时，$y=-4$，
又对称轴为 $x=-1$，
∴当 $-4<x<1$ 时，y 的取值范围是 $-4\leqslant y<5$.

22．如图，某农场老板准备建造一个矩形羊圈 $ABCD$，他打算让矩形羊圈的一面完全靠着墙 MN，墙 MN 可利用的长度为 $25m$，另外三面用长度为 $50m$ 的篱笆围成（篱笆正好要全部用完，且不考虑接头的部分），问：若要使矩形羊圈的面积为 $300m^2$，则垂直于墙的一边长 AB 为多少米？

【解答】解：设所围矩形 $ABCD$ 的宽 AB 为 x 米，则宽 AD 为（$50-2x$）米.
依题意，得 $x\cdot(50-2x)=300$，
即，$x^2-25x+150=0$，
解此方程，得 $x_1=15$，$x_2=10$.
∵墙的长度不超过 $25m$，
∴$x_2=10$ 不合题意，应舍去.
∴垂直于墙的一边长 AB 为 15 米.



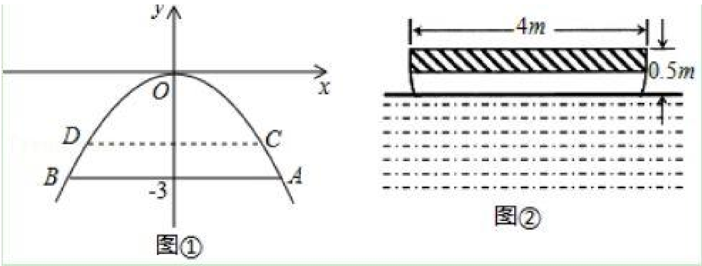
23．河上有一座桥孔为抛物线形的拱桥，水面宽 6m 时，水面离桥孔顶部 3m．因降暴雨水位上升 1m．

（1）如图①，若以桥孔的最高点为原点，建立平面直角坐标系，求抛物线的解析式；

（2）一艘装满物资的小船，露出水面的高为 0.5m、宽为 4m（横断面如图②）．暴雨后这艘船能从这座拱桥下通过吗？请说明理由．

【解答】解：（1）设抛物线的解析式为 $y=ax^2$（$a\neq0$），

将 A（3，﹣3）代入 $y=ax^2$，



﹣3＝9a，解得：$a=-\dfrac{1}{3}$，

∴抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$．

（2）当 $x=2$ 时，$y=-\dfrac{1}{3}\times2^2=-\dfrac{4}{3}$．

∵ $-\dfrac{4}{3}-(-2)=\dfrac{2}{3}>0.5$，

∴暴雨后这艘船能从这座拱桥下通过．

24．如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A，B 两点，其中点 A（﹣1，0），点 C（0，5），点 D（1，8）都在抛物线上，M 为抛物线的顶点．

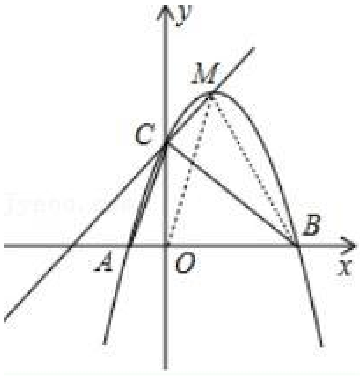
（1）求抛物线的函数解析式；

（2）求△MCB 的面积；

（3）根据图形直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围．

【解答】解：（1）∵A（﹣1，0），C（0，5），D（1，8）三点在抛物线 $y=ax2+bx+c$ 上，

∴$\begin{cases}a-b+c=0\\c=5\\a+b+c=8\end{cases}$ 解方程组得$\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=5\end{cases}$，



∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+4x+5$；

（2）连接 OM，如图，

∵$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$，

∴M（2，9），∵抛物线的对称轴为直线 $x=2$，

∴B（5，0），

∴$S_{\triangle BCM}=S_{\triangle OCM}+S_{\triangle BOM}-S_{\triangle OBC}$

$=\dfrac{1}{2}\times5\times2+\dfrac{1}{2}\times5\times9-\dfrac{1}{2}\times5\times5=15$；

（3）$x<0$ 或 $x>2$．

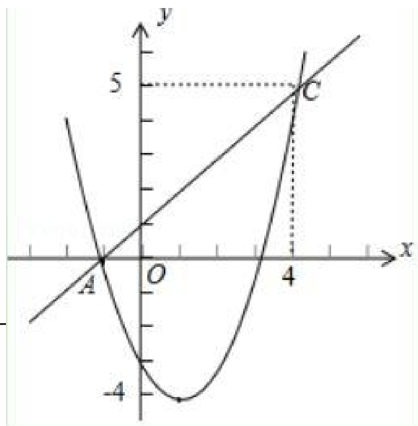
25．已知二次函数 $y_1=x^2+bx-3$ 的图象与直线 $y_2=x+1$ 交于点 A（﹣1，0）、点 C（4，m）．

（1）求 y_1 的表达式和 m 的值；

（2）当 $y_1>y_2$ 时，求自变量 x 的取值范围；

（3）将直线 AC 沿 y 轴上下平移，当平移后的直线与抛物线只有一个公共点时，求平移后的直线表达式．

【解答】解：（1）把 A（﹣1，0）代入 y_1 得 $b=-2$，



把 C（4，m）代入 y_2 得，$m=5$．

所以 $y_1=x^2-2x-3$．

答：y_1 的表达式为 $y_1=x^2-2x-3$ 和 m 的值为 5．

（2）如图：

根据图象可知：当 $y_1>y_2$ 时，自变量 x 的取值范围是 $x<-1$ 或 $x>4$．

答：自变量 x 的取值范围是 $x<-1$ 或 $x>4$．

（3）设直线 AC 平移后的表达式为 $y=x+k$，

得：$x^2-2x-3=x+k$，

令△＝0，解得 $k=-\dfrac{21}{4}$.

答：平移后的直线表达式为 $y=x-\dfrac{21}{4}$.

26．某经销商销售一种成本价为 10 元/kg 的商品，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不得高于 18 元/kg．在销售过程中发现销量 y（kg）与售价 x（元/kg）之间满足一次函数关系，对应关系如表所示：

x	12	14	15	17
y	36	32	30	26

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

（2）设销售这种商品每天所获得的利润为 W 元，求 W 与 x 之间的函数关系式；并求出该商品销售单价定为多少元时，才能使经销商所获利润最大？最大利润是多少？

【解答】解：（1）设关系式为 $y=kx+b$，把（12，36）（14，32）代入得：

$\begin{cases}12k+b=36\\14k+b=32\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-2\\b=60\end{cases}$.

故 y 与 x 的之间的函数关系式为 $y=-2x+60$，

通过验证（15，30）（17，26）满足上述关系式，

因此 y 与 x 的之间的函数关系式就是 $y=-2x+60$.

x 的取值范围为：$10\leqslant x\leqslant 18$；

（2）$W=(x-10)(-2x+60)=-2x^2+80x-600=-2(x-20)^2+200$，

∵$a=-2<0$，抛物线开口向下，对称轴为 $x=20$，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而增大，

∵$10\leqslant x\leqslant 18$，

∴当 $x=18$ 时，$W_{最大}=-2(18-20)^2+200=192$（元），

答：W 与 x 之间的函数关系式为 $W=-2(x-20)^2+200$，当该商品销售单价定为 18 元时，才能使经销商所获利润最大，最大利润是 192 元.

27．如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的对称轴为直线 $x=-1$，且抛物线经过 A（1，0），C（0，3）两点，与 x 轴交于点 B.

（1）若直线 $y=mx+n$ 经过 B，C 两点，求直线 BC 和抛物线的解析式；

（2）在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M，使 $MA+MC$ 的值最小，求点 M 的坐标；

（3）设 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点，求使△BPC 为直角三角形的点 P 的坐标.

【解答】解：（1）抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，且抛物线经过 A（1，0），

故点 B 的坐标为（－3，0），

设抛物线的表达式为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)=a(x-1)(x+3)=a(x^2+2x-3)$，

将点 C 坐标代入上式得：$3=a(-3)$，解得 $a=-1$，

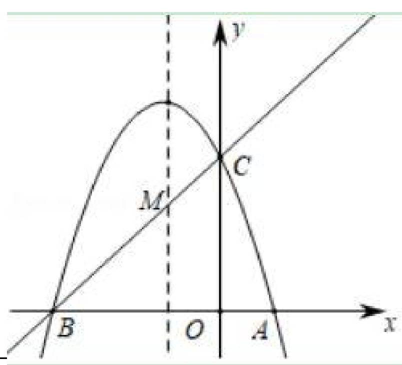
∴抛物线的解析式为：$y=-x^2-2x+3$；

由题意得 B（－3，0），

把 B（－3，0），C（0，3）代入 $y=mx+n$ 得：$\begin{cases}n=3\\0=-3m+n\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m=1\\n=3\end{cases}$，

∴直线的解析式为 $y=x+3$；



（2）设直线 BC 与对称轴 $x=-1$ 的交点为 M，则此时 $MA+MC$ 的

值最小．

把 $x=-1$ 代入直线 $y=x+3$ 得 $y=2$，故 $M(-1，2)$，

即当点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小时 M 的坐标为（－1，2）

（3）设 $P(-1，t)$，$B(-3，0)$，$C(0，3)$，

则 $BC^2=18$，$PB^2=(-1+3)^2+t^2=4+t^2$，$PC^2=(t-3)^2+1$，

若点 B 为直角顶点时，则 $BC^2+PB^2=PC^2$，

即 $18+4+t^2=(t-3)^2+1$，

解得 $t=-2$；

若点 C 为直角顶点时，则 $BC^2+PC^2=PB^2$，

即 $4+t^2=18+(t-3)^2+1$，

解得 $t=4$，

若 P 为直角顶点时，则 $PB^2+PC^2=BC^2$，则 $4+t^2+(t-3)^2+1=18$，

解得 $t=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$，

综上，点 P 的坐标为（－1，－2）或（－1，4）或 $\left(-1，\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$ 或 $\left(-1，\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$．

28．如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-1，0)$、$B(3，0)$ 两点，直线 l 与抛物线交于 A、C 两点，其中 C 点的横坐标为 2．

（1）求抛物线的解析式及直线 AC 的解析式；

（2）P 是线段 AC 上的一个动点，过 P 点作 x 轴的垂线交抛物线于 E 点，求线段 PE 长度的最大值；

（3）点 G 是抛物线上的动点，在 x 轴上是否存在点 F，使 A、C、F、G 这样的四个点为顶点的四边形是平行四边形？如果存在，求出所有满足条件的 F 点坐标；如果不存在，请说明理由．

【解答】解：（1）将 $A(-1，0)$，$B(3，0)$ 代入 $y=x^2+bx+c$，

得 $b=-2$，$c=-3$；∴$y=x^2-2x-3$．

将 C 点的横坐标 $x=2$ 代入 $y=x^2-2x-3$，

得 $y=-3$，∴$C(2，-3)$；

∴直线 AC 的函数解析式是 $y=-x-1$．

（2）设 P 点的横坐标为 x（$-1\leqslant x\leqslant 2$），

则 P、E 的坐标分别为：$P(x，-x-1)$，$E(x，x^2-2x-3)$；

∵P 点在 E 点的上方，$PE=(-x-1)-(x^2-2x-3)=-x^2+x+2$，

∴当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，PE 的最大值 $=\dfrac{9}{4}$．

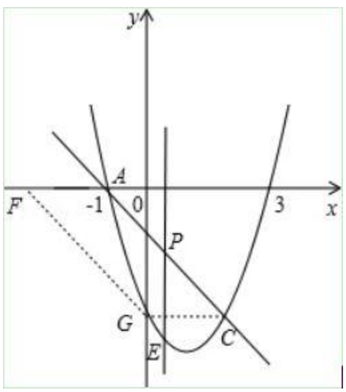
（3）存在 4 个这样的点 F，分别是 $F_1(1，0)$，$F_2(-3，0)$，$F_3(4+\sqrt{7}，0)$，$F_4(4-\sqrt{7}，0)$．

①如图，连接 C 与抛物线和 y 轴的交点，

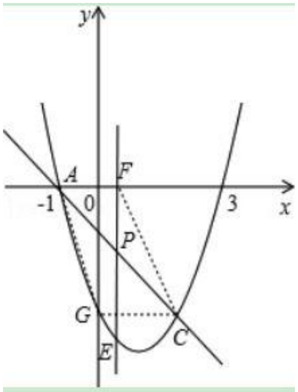
∵$C(2，-3)$，$G(0，-3)$

∴CG∥X 轴，此时 $AF=CG=2$，

∴F 点的坐标是（－3，0）；



②如图，$AF=CG=2$，A 点的坐标为（－1，0），因此 F 点的坐标为（1，0）；



③如图，此时 C，G 两点的纵坐标互为相反数，因此 G 点的纵坐标为 3，代入抛物线中即可得出 G 点的坐标为（$1\pm\sqrt{7}$，3），由于直线 GF 的斜率与直线 AC 的相同，因此可设直线 GF 的解析式为 $y=-x+h$，将 G 点代入后可得出直线的解析式为 $y=-x+4+\sqrt{7}$．因此直线 GF 与 x 轴的交点 F 的坐标为（$4+\sqrt{7}$，0）；

④如图，同③可求出 F 的坐标为（$4-\sqrt{7}$，0）；

综合四种情况可得出，存在 4 个符合条件的 F 点．