# 初中数学提前招生模拟试卷十七

## 一．选择题

1．已知三角形的三边长分别为 a、b、c，求其面积问题，中外数学家曾经进行过深入研究，古希腊的几何学家海伦（Heron，约公元 50 年）给出求其面积的海伦公式 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$，其中 $p=\frac{a+b+c}{2}$；我国南宋时期数学家秦九韶（约 1202﹣1261）曾提出利用三角形的三边求其面积的秦九韶公式 $S=\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2-(\frac{a^2+b^2-c^2}{2})^2}$，若一个三角形的三边长分别为 2，3，4，则其面积是（　　）

A．$\frac{3\sqrt{15}}{8}$　　B．$\frac{3\sqrt{15}}{4}$　C．$\frac{3\sqrt{15}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{2}$

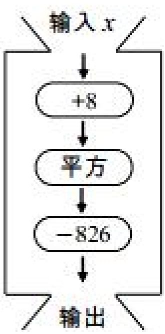
2．小明在解关于 x、y 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+ⓧy=3\\3x-ⓧy=1\end{cases}$ 时得到了正确结果 $\begin{cases}x=\oplus\\y=1\end{cases}$ 后来发现“ⓧ”、“⊕”处被墨水污损了，请你帮他找出“ⓧ”、“⊕”处的值分别是（　　）

A．ⓧ=1，⊕=1　　B．ⓧ=2，⊕=1　C．ⓧ=1，⊕=2　　D．ⓧ=2，⊕=2

3．输入一组数据，按下列程序进行计算，输出结果如表：

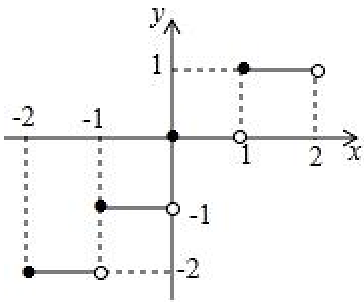
| x | 20.5 | 20.6 | 20.7 | 20.8 | 20.9 |
|---|---|---|---|---|---|
| 输出 | ﹣13.75 | ﹣8.04 | ﹣2.31 | 3.44 | 9.21 |

分析表格中的数据，估计方程（x+8）$^2$﹣826=0 的一个正数解 x 的大致范围为（　　）




A．20.5＜x＜20.6　B．20.6＜x＜20.7　C．20.7＜x＜20.8　D．20.8＜x＜20.9

4．定义[x]表示不超过实数 x 的最大整数，如[1.8]=1，[－1.4]=－2，[－3]=－3．函数 y=[x]的图象如图所示，则方程$[x]=\frac{1}{2}x^2$的解为（　　）

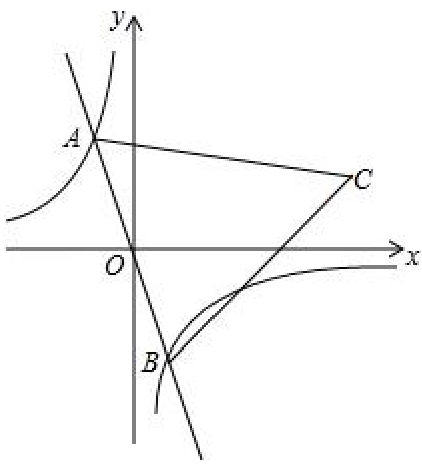



A．0 或$\sqrt{2}$　　B．0 或 2　　C．1 或$-\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}$或－$\sqrt{2}$

5．关于 x 的方程$\frac{3x-2}{x+1}=2+\frac{m}{x+1}$无解，则 m 的值为（　　）

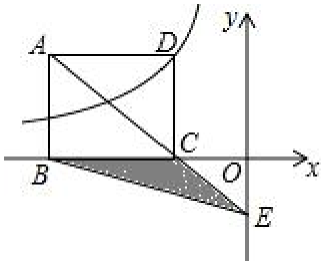
A．－5　　B．－8　　C．－2　　D．5

6．如图，在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$的图象上有一动点 A，连接 AO 并延长交图象的另一支于点 B，在第一象限内有一点 C，满足 AC=BC，当点 A 运动时，点 C 始终在函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上运动．若 tan∠CAB=2，则 k 的值为（　　）



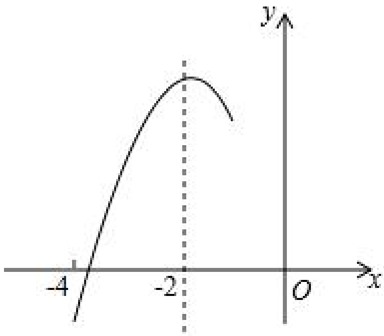

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

7．如图，矩形ABCD的顶点D在反比例函数$y=\frac{k}{x}$（x＜0）的图象上，顶点B，C在x轴上，对角线AC的延长线交y轴于点E，连接BE，若△BCE的面积是6，则k的值为（　　）



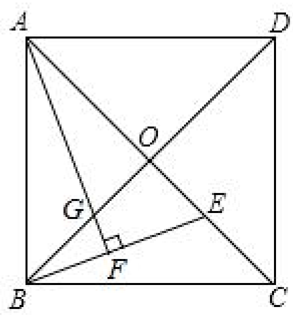

A．﹣6　　B．﹣8　　C．﹣9　　D．﹣12

8．如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$（a≠0）的对称轴为直线x=﹣2，与x轴的一个交点在（﹣3，0）和（﹣4，0）之间，其部分图象如图所示．则下列结论：①4a﹣b=0；②c＜0；③﹣3a+c＞0；④$4a-2b>at^2+bt$（t为实数）；⑤点（$-\frac{9}{2}$，$y_1$），（$-\frac{5}{2}$，$y_2$），（$-\frac{1}{2}$，$y_3$）是该抛物线上的点，则$y_1<y_2<y_3$，正确的个数有（　　）



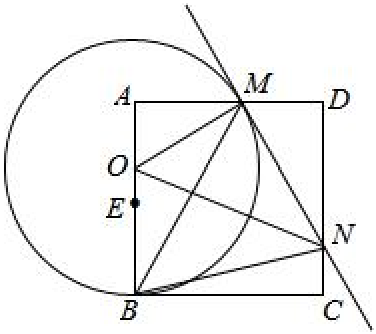

A．4个　　B．3个　　C．2个　　D．1个

9．如图，正方形ABCD的对角线AC，BD相交于点O，AB=$3\sqrt{2}$，E为OC上一点，OE=1，连接BE，过点A作AF⊥BE于点F，与BD交于点G，则BF的长是（　　）



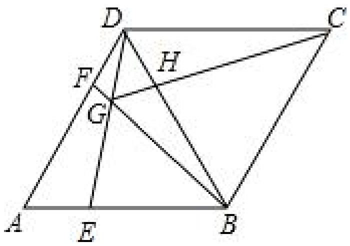

A．$\frac{3\sqrt{10}}{5}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\frac{3\sqrt{5}}{4}$　　D．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

10．如图，已知正方形 ABCD，点 E 是边 AB 的中点，点 O 是线段 AE 上的一个动点（不与 A、E 重合），以 O 为圆心，OB 为半径的圆与边 AD 相交于点 M，过点 M 作⊙O 的切线交 DC 于点 N，连接 OM、ON、BM、BN．记△MNO、△AOM、△DMN 的面积分别为 $S_1$、$S_2$、$S_3$，则下列结论不一定成立的是（　　）




A．$S_1 > S_2+S_3$　B．△AOM∽△DMN　C．∠MBN=45°　D．MN=AM+CN

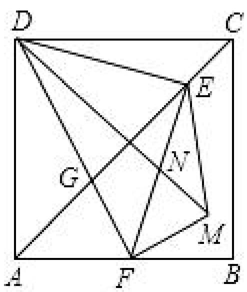
11．如图，四边形 ABCD 为菱形，AB=BD，点 B、C、D、G 四个点在同一个圆⊙O 上，连接 BG 并延长交 AD 于点 F，连接 DG 并延长交 AB 于点 E，BD 与 CG 交于点 H，连接 FH，下列结论：①AE=DF；②FH∥AB；③△DGH∽△BGE；④当 CG 为⊙O 的直径时，DF=AF．其中正确结论的个数是（　　）




A．1　　B．2　　C．3　　D．4

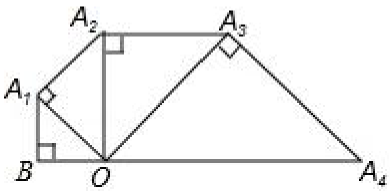
**二．填空题**

12．如图，正方形 ABCD 中，AD=4，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 DE，过点 E 作 EF⊥ED，交 AB 于点 F，连接 DF，交 AC 于点 G，将△EFG 沿 EF 翻折，得到△EFM，连接 DM，交 EF 于点 N，若点 F 是 AB 边的中点，则△EMN 的周长是_______．

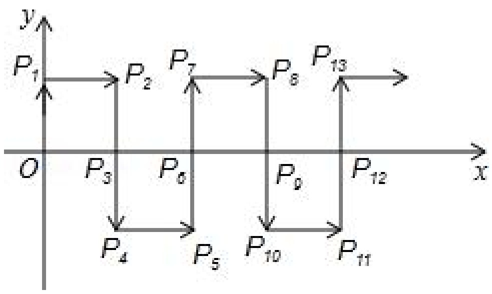


13．若抛物线 $y=-ax^2+\frac{2na+a}{n(n+1)}x-\frac{a}{n(n+1)}$ 与 x 轴交于 $A_n$、$B_n$ 两点（a 为常数，a≠0，n 为自然数，n≥1），用 $S_n$ 表示 $A_n$、$B_n$ 两点间的距离，则 $S_1+S_2+\ldots+S_{2017}$=________.

14．如图，已知 OB=1，以 OB 为直角边作等腰直角三角形 $A_1BO$，再以 $OA_1$ 为直角边作等腰直角三角形 $A_2A_1O$，如此下去，则线段 $OA_n$ 的长度为________.




15．如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 O 出发，沿着箭头所示方向，每次移动 1 个单位，依次得到点 $P_1$（0，1），$P_2$（1，1），$P_3$（1，0），$P_4$（1，﹣1），$P_5$（2，﹣1），$P_6$（2，0），…，则点 $P_{2017}$ 的坐标是________.




16．如图 1，E 为矩形 ABCD 的边 AD 上一点，点 P 从点 B 出发沿折线 BE﹣ED﹣DC 运动到点 C 停止，点 Q 从点 B 出发沿 BC 运动到点 C 停止，它们运动的速度都是 1cm/s．若点 P、点 Q 同时开始运动，设运动时间为 t（s），△BPQ 的面积为 y（$cm^2$），已知 y 与 t 之间的函数图象如图 2 所示．

给出下列结论：①当 0<t≤10 时，△BPQ 是等腰三角形；②$S_{\triangle ABE}$=48$cm^2$；③当 14<t<22 时，y=110﹣5t；④在运动过程中，使得△ABP 是等腰三角形的 P 点一共有 3 个；⑤△BPQ 与△ABE 相似时，t=14.5．

其中正确结论的序号是________.

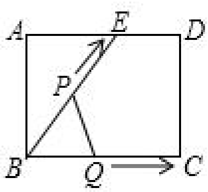


图1

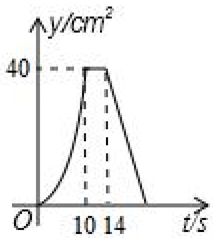


图2

**三．解答题**

17．对 x，y 定义一种新运算 T，规定：T（x，y）=$\frac{ax+by}{2x+y}$（其中 a、b 均为非零常数），这里等式右边是通常的四则运算，例如：T（0，1）=$\frac{a\times 0+b\times 1}{2\times 0+1}$=b．

（1）已知 T（1，﹣1）=﹣2，T（4，2）=1．

①求 a，b 的值；

②若关于 m 的不等式组$\begin{cases}T(2m,\ 5-4m)\leqslant 4\\ T(m,\ 3-2m)>p\end{cases}$恰好有 3 个整数解，求实数 p 的取值范围；

（2）若 T（x，y）=T（y，x）对任意实数 x，y 都成立（这里 T（x，y）和 T（y，x）均有意义），则 a，b 应满足怎样的关系式？

18．某景区内的环形路是边长为 800 米的正方形 ABCD，如图 1 和图 2．现有 1 号、2 号两游览车分别从出口 A 和景点 C 同时出发，1 号车顺时针、2 号车逆时针沿环形路连续循环行驶，供游客随时免费乘车（上、下车的时间忽略不计），两车速度均为 200 米/分．

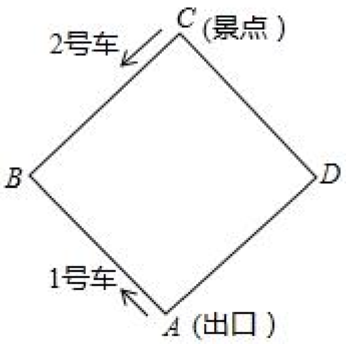


图1

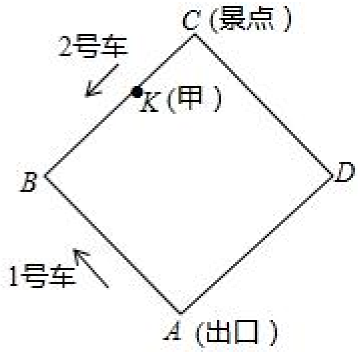


图2

探究：设行驶时间为 t 分．

（1）当 $0\leq t\leq 8$ 时，分别写出 1 号车、2 号车在左半环线离出口 A 的路程 $y_1$，$y_2$（米） 与 t（分）的函数关系式，并求出当两车相距的路程是 400 米时 t 的值；

（2）t 为何值时，1 号车第三次恰好经过景点 C？并直接写出这一段时间内它与 2 号车相遇过的次数．

发现：如图 2，游客甲在 BC 上的一点 K（不与点 B，C 重合）处候车，准备乘车到出口 A，设 CK=x 米．

情况一：若他刚好错过 2 号车，便搭乘即将到来的 1 号车；

情况二：若他刚好错过 1 号车，便搭乘即将到来的 2 号车．

比较哪种情况用时较多？（含候车时间）

决策：已知游客乙在 DA 上从 D 向出口 A 走去．步行的速度是 50 米/分．当行进到 DA 上一点 P （不与点 D，A 重合）时，刚好与 2 号车迎面相遇．

（1）他发现，乘 1 号车会比乘 2 号车到出口 A 用时少，请你简要说明理由：

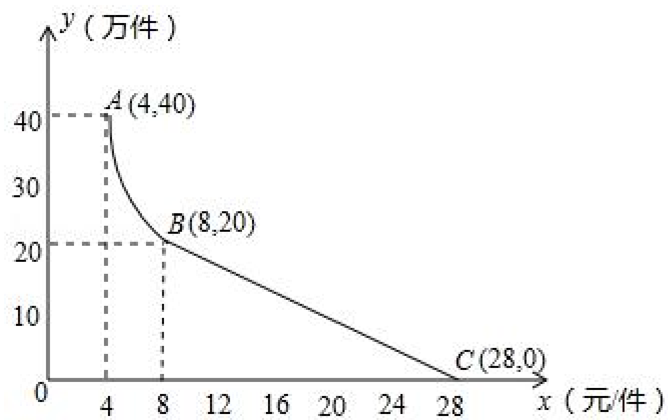
（2）设 PA=s（$0<s<800$）米．若他想尽快到达出口 A，根据 s 的大小，在等候乘 1 号车还是步行这两种方式中．他该如何选择？

19．月电科技有限公司用 160 万元，作为新产品的研发费用，成功研制出了一种市场急需的电子产品，已于当年投入生产并进行销售．已知生产这种电子产品的成本为 4 元/件，在销售过程中发现：每年的年销售量 y（万件）与销售价格 x（元/件）的关系如图所示，其中 AB 为反比例函数图象的一部分，BC 为一次函数图象的一部分．设公司销售这种电子产品的年利润为 s（万元）.（注：若上一年盈利，则盈利不计入下一年的年利润；若上一年亏损，则亏损计作下一年的成本.）

（1）请求出 y（万件）与 x（元/件）之间的函数关系式；

（2）求出第一年这种电子产品的年利润 s（万元）与 x（元/件）之间的函数关系式，并求出第一年年利润的最大值.

（3）假设公司的这种电子产品第一年恰好按年利润 s（万元）取得最大值时进行销售，现根据第一年的盈亏情况，决定第二年将这种电子产品每件的销售价格 x（元）定在 8 元以上（x＞8），当第二年的年利润不低于 103 万元时，请结合年利润 s（万元）与销售价格 x（元/件）的函数示意图，求销售价格 x（元/件）的取值范围.



20．如图，将矩形纸片 ABCD 沿直线 MN 折叠，顶点 B 恰好与 CD 边上的动点 P 重合（点 P 不与点 C，D 重合），折痕为 MN，点 M，N 分别在边 AD，BC 上，连接 MB，MP，BP，BP 与 MN 相交于点 F.

（1）求证：△BFN∽△BCP；

（2）①在图 2 中，作出经过 M，D，P 三点的⊙O（要求保留作图痕迹，不写做法）；

②设 AB=4，随着点 P 在 CD 上的运动，若①中的⊙O 恰好与 BM，BC 同时相切，求此时 DP 的长.

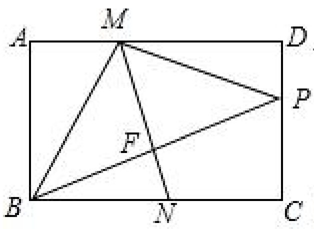


图1

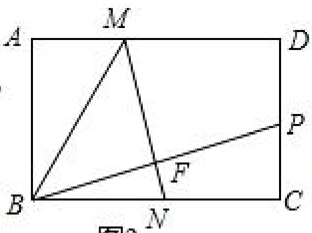


图2

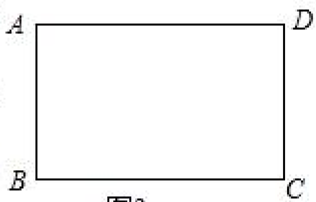


图3

21．如图，已知线段 AB=2，MN⊥AB 于点 M，且 AM=BM，P 是射线 MN 上一动点，E，D 分别是 PA，PB 的中点，过点 A，M，D 的圆与 BP 的另一交点 C（点 C 在线段 BD 上），连结 AC，DE．

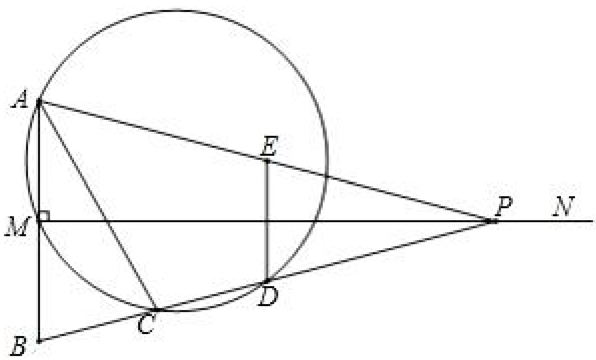
（1）当∠APB=28°时，求∠B 和 $\overset{\frown}{CM}$的度数；

（2）求证：AC=AB．

（3）在点 P 的运动过程中

①当 MP=4 时，取四边形 ACDE 一边的两端点和线段 MP 上一点 Q，若以这三点为顶点的三角形是直角三角形，且 Q 为锐角顶点，求所有满足条件的 MQ 的值；

②记 AP 与圆的另一个交点为 F，将点 F 绕点 D 旋转 90°得到点 G，当点 G 恰好落在 MN 上时，连结 AG，CG，DG，EG，直接写出△ACG 和△DEG 的面积之比．



22．如图 1，在平面直角坐标系中，O 是坐标原点，抛物线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{12}x^2-\frac{\sqrt{3}}{3}x+8\sqrt{3}$与 x 轴正半轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，连接 AB，点 M，N 分别是 OA，AB 的中点，Rt△CDE≌Rt△ABO，且△CDE 始终保持边 ED 经过点 M，边 CD 经过点 N，边 DE 与 y 轴交于点 H，边 CD 与 y 轴交于点 G．

（1）填空：OA 的长是_______，∠ABO 的度数是_______度；

（2）如图 2，当 DE∥AB，连接 HN．

①求证：四边形 AMHN 是平行四边形；

②判断点 D 是否在该抛物线的对称轴上，并说明理由；

（3）如图 3，当边 CD 经过点 O 时，（此时点 O 与点 G 重合），过点 D 作 DQ∥OB，交 AB 延长线上于点 Q，延长 ED 到点 K，使 DK=DN，过点 K 作 KI∥OB，在 KI 上取一点 P，使得∠PDK=45°（点 P，Q 在直线 ED 的同侧），连接 PQ，请直接写出 PQ 的长．

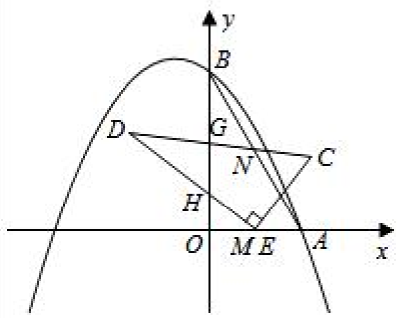


图1

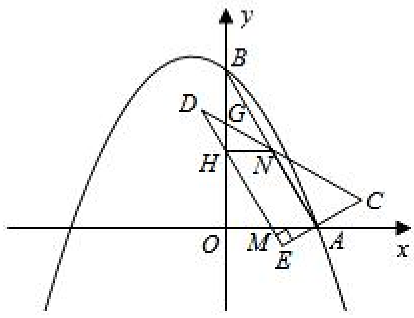


图2

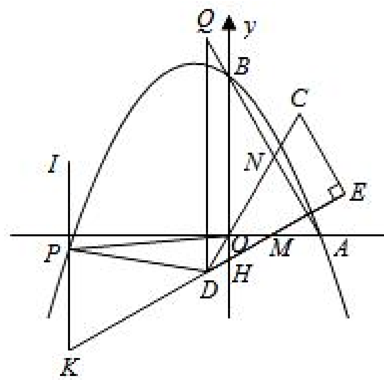


图3

## 答案与解析

### 一．选择题

1.【分析】根据题目中的秦九韶公式，可以求得一个三角形的三边长分别为2，3，4的面积，从而可以解答本题．

【解答】解：∵$S=\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2-(\frac{a^2+b^2-c^2}{2})^2}$，

∴若一个三角形的三边长分别为2，3，4，则其面积是：$S=\frac{1}{2}\sqrt{2^2\times 3^2-(\frac{2^2+3^2-4^2}{2})^2}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$，

故选B．

2.【分析】把x，y的值代入原方程组，可得关于"ⓧ"、"⊕"的二元一次方程组，解方程组即可．

【解答】解：将$\begin{cases}x=\oplus\\y=1\end{cases}$代入方程组，

两方程相加，得x=⊕=1；

将x=⊕=1代入方程x+ⓧy=3中，得

1+ⓧ=3，ⓧ=2．

故选B．

3.【分析】根据表格中的数据，可以知道$(x+8)^2-826$的值，从而可以判断当$(x+8)^2-826=0$时，x的所在的范围，本题得以解决．

【解答】解：由表格可知，

当x=20.7时，$(x+8)^2-826=-2.31$，

当x=20.8时，$(x+8)^2-826=3.44$，

故$(x+8)^2-826=0$时，$20.7<x<20.8$，

故选C．

4．定义[x]表示不超过实数x的最大整数，如[1.8]=1，[﹣1.4]=﹣2，[﹣3]=﹣3．【分析】根据新定义和函数图象讨论：当$1\leqslant x<2$时，则$\frac{1}{2}x^2=1$；当$-1\leqslant x\leqslant 0$时，则$\frac{1}{2}x^2=0$，当$-2\leqslant x<-1$时，则$\frac{1}{2}x^2=-2$，然后分别解关于x的一元二次方程即可．

【解答】解：当$1\leqslant x<2$时，$\frac{1}{2}x^2=1$，解得$x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$；

当x=0，$\frac{1}{2}x^2=0$，x=0；

当$-1\leqslant x<0$时，$\frac{1}{2}x^2=-1$，方程没有实数解；

当﹣2≤x＜﹣1时，$\frac{1}{2}x^2=-2$，方程没有实数解；

所以方程$[x]=\frac{1}{2}x^2$的解为0或$\sqrt{2}$.

5.【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程无解得到x+1=0，求出x的值，代入整式方程求出m的值即可.

【解答】解：去分母得：3x﹣2=2x+2+m，

由分式方程无解，得到x+1=0，即x=﹣1，

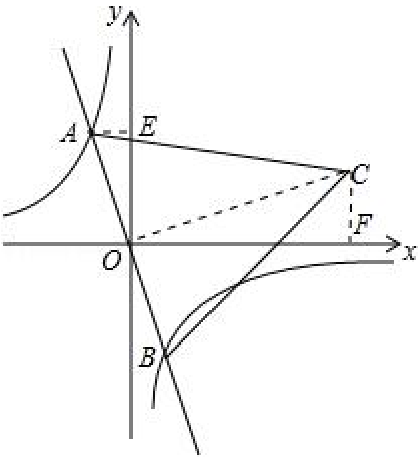
代入整式方程得：﹣5=﹣2+2+m，

解得：m=﹣5，

故选A

6.【分析】连接OC，过点A作AE⊥y轴于点E，过点B作BF⊥x轴于点F，通过角的计算找出∠AOE=∠COF，结合"∠AEO=90°，∠CFO=90°"可得出△AOE∽△COF，根据相似三角形的性质得出$\frac{AE}{CF}=\frac{OE}{OF}=\frac{AO}{CO}$，再由tan∠CAB=$\frac{AO}{CO}$=2，可得出CF•OF=8，由此即可得出结论.

【解答】解：连接OC，过点A作AE⊥y轴于点E，过点C作CF⊥x轴于点F，如图所示.




由直线AB与反比例函数$y=-\frac{2}{x}$的对称性可知A、B点关于O点对称，

∴AO=BO.

又∵AC=BC，

∴CO⊥AB.

∵∠AOE+∠EOC=90°，∠EOC+∠COF=90°，

∴∠AOE=∠COF，

又∵∠AEO=90°，∠CFO=90°，

∴△AOE∽△COF，

∴$\frac{AE}{CF}=\frac{OE}{OF}=\frac{AO}{CO}$.

∵tan∠CAB=$\frac{OC}{AO}$=2，

∴CF=2AE，OF=2OE．

又∵AE•OE=|﹣2|=2，CF•OF=|k|，

∴k=±8．

∵点 C 在第一象限，

∴k=8．

故选 D．

7．【分析】先设 D（a，b），得出 CO=﹣a，CD=AB=b，k=ab，再根据△BCE 的面积是 6，得出 BC×OE=12，最后根据 AB∥OE，得出$\frac{BC}{OC}=\frac{AB}{EO}$，即 BC•EO=AB•CO，求得 ab 的值即可．

【解答】解：设 D（a，b），则 CO=﹣a，CD=AB=b，

∵矩形 ABCD 的顶点 D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x＜0）的图象上，

∴k=ab，

∵△BCE 的面积是 6，

∴$\frac{1}{2}$×BC×OE=6，即 BC×OE=12，

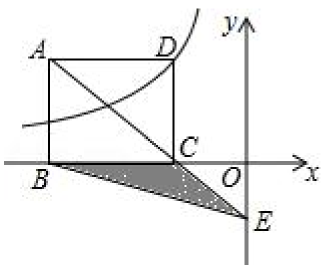
∵AB∥OE，

∴$\frac{BC}{OC}=\frac{AB}{EO}$，即 BC•EO=AB•CO，

∴12=b×（﹣a），即 ab=﹣12，

∴k=﹣12，

故选（D）．




8．【分析】根据抛物线的对称轴可判断①，由抛物线与 x 轴的交点及抛物线的对称性可判断②，由 x=﹣1 时 y＞0 可判断③，由 x=﹣2 时函数取得最大值可判断④，根据抛物线的开口向下且对称轴为直线 x=﹣2 知图象上离对称轴水平距离越小函数值越大，可判断⑤．

【解答】解：∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-2$，

∴4a﹣b=0，所以①正确；

∵与 x 轴的一个交点在（﹣3，0）和（﹣4，0）之间，

∴由抛物线的对称性知，另一个交点在（﹣1，0）和（0，0）之间，

∴抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，即 c＜0，故②正确；

∵由②知，$x=-1$ 时 $y>0$，且 $b=4a$，

即 $a-b+c=a-4a+c=-3a+c>0$，

所以③正确；

由函数图象知当 $x=-2$ 时，函数取得最大值，

∴$4a-2b+c\geqslant at^2+bt+c$，

即 $4a-2b\geqslant at^2+bt$（t 为实数），故④错误；

∵抛物线的开口向下，且对称轴为直线 $x=-2$，

∴抛物线上离对称轴水平距离越小，函数值越大，

∴$y_1<y_3<y_2$，故⑤错误；

故选：B.

9.【分析】根据正方形的性质、全等三角形的判定定理证明△GAO≌△EBO，得到 OG=OE=1，证明△BFG∽△BOE，根据相似三角形的性质计算即可.

【解答】解：∵四边形 ABCD 是正方形，$AB=3\sqrt{2}$，

∴∠AOB=90°，AO=BO=CO=3，

∵AF⊥BE，

∴∠EBO=∠GAO，

在△GAO 和△EBO 中，

$$\begin{cases}\angle GAO=\angle EBO\\ AO=BO\\ \angle AOG=\angle BOE\end{cases},$$

∴△GAO≌△EBO，

∴OG=OE=1，

∴BG=2，

在 Rt△BOE 中，$BE=\sqrt{OB^2+OE^2}=\sqrt{10}$，

∵∠BFG=∠BOE=90°，∠GBF=∠EBO，

∴△BFG∽△BOE，

∴$\frac{BF}{OB}=\frac{BG}{BE}$，即$\frac{BF}{3}=\frac{2}{\sqrt{10}}$，

解得，$BF=\frac{3\sqrt{10}}{5}$，

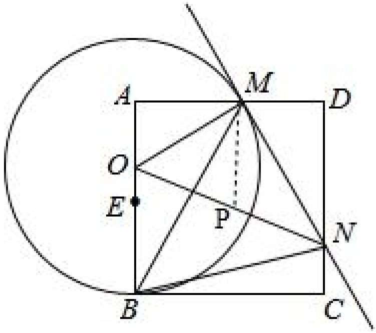
故选：A.

10.【分析】（1）如图作 MP∥AO 交 ON 于点 P，当 AM=MD 时，求得 $S_1=S_2+S_3$，

（2）利用 MN 是⊙O 的切线，四边形 ABCD 为正方形，求得△AOM∽△DMN.

（3）作 BP⊥MN 于点 P，利用 Rt△MAB≌Rt△MPB 和 Rt△BPN≌Rt△BCN 来证明 C，D 成立.

【解答】解：（1）如图，作 MP∥AO 交 ON 于点 P，




∵点 O 是线段 AE 上的一个动点，当 AM=MD 时，

$S_{\text{梯形}ONDA}=\frac{1}{2}(OA+DN)\bullet AD$

$S_{\triangle MNO}=S_{\triangle MOP}+S_{\triangle MPN}=\frac{1}{2}MP\bullet AM+\frac{1}{2}MP\bullet MD=\frac{1}{2}MP\bullet AD$，

∵$\frac{1}{2}(OA+DN)=MP$，

∴$S_{\triangle MNO}=\frac{1}{2}S_{\text{梯形}ONDA}$，

∴$S_1=S_2+S_3$，

∴不一定有 $S_1>S_2+S_3$，

（2）∵MN 是⊙O 的切线，

∴OM⊥MN，

又∵四边形 ABCD 为正方形，

∴∠A=∠D=90°，∠AMO+∠DMN=90°，∠AMO+∠AOM=90°，

∴∠AOM=∠DMN，

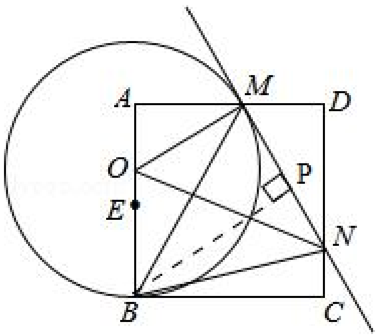
在△AMO 和△DMN 中，

$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ \angle AOM=\angle DMN\end{cases}$，

∴△AOM∽△DMN．

故 B 成立；

（3）如图，作 BP⊥MN 于点 P，




∵MN，BC 是⊙O 的切线，

∴$\angle PMB=\frac{1}{2}\angle MOB$，$\angle CBM=\frac{1}{2}\angle MOB$，

∵AD∥BC，

∴∠CBM=∠AMB，
∴∠AMB=∠PMB，
在 Rt△MAB 和 Rt△MPB 中，

$$\begin{cases}\angle BPM=\angle BAM\\ \angle PMB=\angle AMB\\ BM=BM\end{cases}$$

∴Rt△MAB≌Rt△MPB（AAS）
∴AM=MP，∠ABM=∠MBP，BP=AB=BC，
在 Rt△BPN 和 Rt△BCN 中，

$$\begin{cases}BP=BC\\ BN=BN\end{cases}$$

∴Rt△BPN≌Rt△BCN（HL）
∴PN=CN，∠PBN=∠CBN，
∴∠MBN=∠MBP+∠PBN，
MN=MP+PN=AM+CN．
故 C，D 成立，
综上所述，A 不一定成立，
故选：A．

11．【分析】①由四边形 ABCD 是菱形，AB=BD，得出△ABD 和△BCD 是等边三角形，再由 B、C、D、G 四个点在同一个圆上，得出∠ADE=∠DBF，由△ADE≌△DBF，得出 AE=DF，
②利用内错角相等∠FBA=∠HFB，求证 FH∥AB，
③利用∠DGH=∠EGB 和∠EDB=∠FBA，求证△DGH∽△BGE，
④利用 CG 为⊙O 的直径及 B、C、D、G 四个点共圆，求出∠ABF=120°﹣90°=30°，再利用等腰三角形的性质求得 DF=AF．
【解答】解：①∵四边形 ABCD 是菱形，
∴AB=BC=DC=AD，
又∵AB=BD，
∴△ABD 和△BCD 是等边三角形，
∴∠A=∠ABD=∠DBC=∠BCD=∠CDB=∠BDA=60°，
又∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上，
∴∠DCH=∠DBF，∠GDH=∠BCH，
∴∠ADE=∠ADB﹣∠GDH=60°﹣∠EDB，∠DCH=∠BCD﹣∠BCH=60°﹣∠BCH，
∴∠ADE=∠DCH，
∴∠ADE=∠DBF，
在△ADE 和△DBF 中，

$$\begin{cases}\angle EAD=\angle FDB\\ AD=DB\\ \angle ADE=\angle DBF\end{cases}$$

∴△ADE≌△DBF（ASA）
∴AE=DF
故①正确，

②由①中证得∠ADE=∠DBF，

∴∠EDB=∠FBA，

∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上，∠BDC=60°，∠DBC=60°，

∴∠BGC=∠BDC=60°，∠DGC=∠DBC=60°，

∴∠BGE=180°﹣∠BGC﹣∠DGC=180°﹣60°﹣60°=60°，

∴∠FGD=60°，

∴∠FGH=120°，

又∵∠ADB=60°，

∴F、G、H、D 四个点在同一个圆上，

∴∠EDB=∠HFB，

∴∠FBA=∠HFB，

∴FH∥AB，

故②正确，

③∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上，∠DBC=60°，

∴∠DGH=∠DBC=60°，

∵∠EGB=60°，

∴∠DGH=∠EGB，

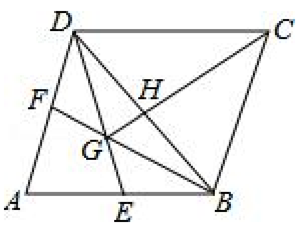
由①中证得∠ADE=∠DBF，

∴∠EDB=∠FBA，

∴△DGH∽△BGE，

故③正确，

④如下图




∵CG 为⊙O 的直径，点 B、C、D、G 四个点在同一个圆⊙O 上，

∴∠GBC=∠GDC=90°，

∴∠ABF=120°﹣90°=30°，

∵∠A=60°，

∴∠AFB=90°，

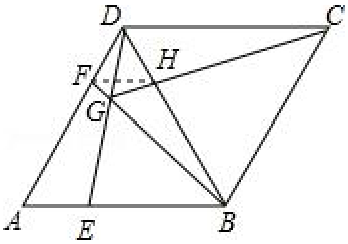
∵AB=BD，

∴DF=AF，

故④正确，

正确的有①②③④；

故选：D．




## 二．填空题

12．【分析】解法一：如图 1，作辅助线，构建全等三角形，根据全等三角形对应边相等证明 FQ=BQ=PE=1，△DEF 是等腰直角三角形，利用勾理计算 DE=EF=$\sqrt{10}$，PD=$\sqrt{DE^2-PE^2}$=3，

如图 2，由平行相似证明△DGC∽△FGA，列比例式可得 FG 和 CG 的长，从而得 EG 的长，根据△GHF 是等腰直角三角形，得 GH 和 FH 的长，利用 DE∥GM 证明△DEN∽△MNH，则 $\frac{DE}{MH}=\frac{EN}{NH}$，得 EN=$\frac{\sqrt{10}}{2}$，从而计算出△EMN 各边的长，相加可得周长．

解法二，将解法一中用相似得出的 FG 和 CG 的长，利用面积法计算得出，其它解法相同．

解法三：作辅助线构建正方形和全等三角形，设 EP=x，则 DQ=4﹣x=FP=x﹣2，求 x 的值得到 PF=1，AE 的长；由△DGC 和△FGA 相似，求 AG 和 GE 的长；证△GHF 和△FKM 全等，所以 GH=FK=4/3，HF=MK=2/3，ML=AK=10/3，DL=AD﹣MK=10/3，即 DL=LM，所以 DM 在正方形对角线 DB 上，设 NI=y，列比例式可得 NI 的长，分别求 MN 和 EN 的长，相加可得结论．

【解答】解：解法一：如图 1，过 E 作 PQ⊥DC，交 DC 于 P，交 AB 于 Q，连接 BE，

∵DC∥AB，

∴PQ⊥AB，

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠ACD=45°，

∴△PEC 是等腰直角三角形，

∴PE=PC，

设 PC=x，则 PE=x，PD=4﹣x，EQ=4﹣x，

∴PD=EQ，

∵∠DPE=∠EQF=90°，∠PED=∠EFQ，

∴△DPE≌△EQF，

∴DE=EF，

∵DE⊥EF，

∴△DEF 是等腰直角三角形，

易证明△DEC≌△BEC，

∴DE=BE，

∴EF=BE，

∵EQ⊥FB，

∴FQ=BQ=$\frac{1}{2}$BF，

∵AB=4，F 是 AB 的中点，

∴BF=2，

∴FQ=BQ=PE=1，

∴CE=$\sqrt{2}$，PD=4﹣1=3，

Rt△DAF 中，DF=$\sqrt{4^2+2^2}$=2$\sqrt{5}$，

DE=EF=$\sqrt{10}$，

如图 2，∵DC∥AB，

∴△DGC∽△FGA，

∴$\frac{CG}{AG}=\frac{DC}{AF}=\frac{DG}{FG}=\frac{4}{2}$=2，

∴CG=2AG，DG=2FG，

∴FG=$\frac{1}{3}\times 2\sqrt{5}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，

∵AC=$\sqrt{4^2+4^2}$=4$\sqrt{2}$，

∴CG=$\frac{2}{3}\times 4\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$，

∴EG=$\frac{8\sqrt{2}}{3}-\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{3}$，

连接 GM、GN，交 EF 于 H，

∵∠GFE=45°，

∴△GHF 是等腰直角三角形，

∴GH=FH=$\frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{3}$，

∴EH=EF﹣FH=$\sqrt{10}-\frac{\sqrt{10}}{3}=\frac{2\sqrt{10}}{3}$，

由折叠得：GM⊥EF，MH=GH=$\frac{\sqrt{10}}{3}$，

∴∠EHM=∠DEF=90°，

∴DE∥HM，

∴△DEN∽△MNH，

∴$\frac{DE}{MH}=\frac{EN}{NH}$，

∴$\frac{\sqrt{10}}{\frac{\sqrt{10}}{3}}=\frac{EN}{NH}$=3，

∴EN=3NH，

∵EN+NH═EH=$\frac{2\sqrt{10}}{3}$，

∴EN=$\frac{\sqrt{10}}{2}$，

∴NH=EH－EN=$\frac{2\sqrt{10}}{3}$－$\frac{\sqrt{10}}{2}$=$\frac{\sqrt{10}}{6}$，

Rt△GNH 中，GN=$\sqrt{GH^2+NH^2}$=$\sqrt{(\frac{\sqrt{10}}{3})^2+(\frac{\sqrt{10}}{6})^2}$=$\frac{5\sqrt{2}}{6}$，

由折叠得：MN=GN，EM=EG，

∴△EMN 的周长=EN+MN+EM=$\frac{\sqrt{10}}{2}$+$\frac{5\sqrt{2}}{6}$+$\frac{5\sqrt{2}}{3}$=$\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$;

解法二：如图 3，过 G 作 GK⊥AD 于 K，作 GR⊥AB 于 R，

∵AC 平分∠DAB，

∴GK=GR，

∴$\frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle AGF}}$=$\frac{\frac{1}{2}AD\cdot KG}{\frac{1}{2}AF\cdot GR}$=$\frac{AD}{AF}$=$\frac{4}{2}$=2，

∵$\frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle AGF}}$=$\frac{\frac{1}{2}DG\cdot h}{\frac{1}{2}GF\cdot h}$=2，

∴$\frac{DG}{GF}$=2，

同理，$\frac{S_{\triangle DNF}}{S_{\triangle MNF}}$=$\frac{DF}{FM}$=$\frac{DN}{MN}$=3，

其它解法同解法一，

可得：∴△EMN 的周长=EN+MN+EM=$\frac{\sqrt{10}}{2}$+$\frac{5\sqrt{2}}{6}$+$\frac{5\sqrt{2}}{3}$=$\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$;

解法三：如图 4，过 E 作 EP⊥AP，EQ⊥AD，

∵AC 是对角线，

∴EP=EQ，

易证△DQE 和△FPE 全等，

∴DE=EF，DQ=FP，且 AP=EP，

设 EP=x，则 DQ=4－x=FP=x－2，

解得 x=3，所以 PF=1，

∴AE=$\sqrt{3^2+3^2}$=3$\sqrt{2}$，

∵DC∥AB，

∴△DGC∽△FGA，

∴同解法一得：CG=$\frac{2}{3}$×4$\sqrt{2}$=$\frac{8\sqrt{2}}{3}$，

∴EG=$\frac{8\sqrt{2}}{3}$－$\sqrt{2}$=$\frac{5\sqrt{2}}{3}$， AG=$\frac{1}{3}$AC=$\frac{4\sqrt{2}}{3}$，

过 G 作 GH⊥AB，过 M 作 MK⊥AB，过 M 作 ML⊥AD，

则易证△GHF≌△FKM 全等，

∴GH=FK=$\frac{4}{3}$，HF=MK=$\frac{2}{3}$，

∵ML=AK=AF+FK=2+$\frac{4}{3}$=$\frac{10}{3}$，DL=AD﹣MK=4﹣$\frac{2}{3}$=$\frac{10}{3}$，

即 DL=LM，

∴∠LDM=45°

∴DM 在正方形对角线 DB 上，

过 N 作 NI⊥AB，则 NI=IB，

设 NI=y，

∵NI∥EP

∴$\frac{NI}{EP}=\frac{FI}{FP}$

∴$\frac{y}{3}=\frac{2-y}{1}$，

解得 y=1.5，

所以 FI=2﹣y=0.5，

∴I 为 FP 的中点，

∴N 是 EF 的中点，

∴EN=0.5EF=$\frac{\sqrt{10}}{2}$，

∵△BIN 是等腰直角三角形，且 BI=NI=1.5，

∴BN=$\frac{3}{2}\sqrt{2}$，BK=AB﹣AK=4﹣$\frac{10}{3}$=$\frac{2}{3}$，BM=$\frac{2}{3}\sqrt{2}$，MN=BN﹣BM=$\frac{3}{2}\sqrt{2}$﹣$\frac{2}{3}\sqrt{2}$=$\frac{5}{6}\sqrt{2}$，

∴△EMN 的周长=EN+MN+EM=$\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{5\sqrt{2}}{6}+\frac{5\sqrt{2}}{3}=\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$；

故答案为：$\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$.

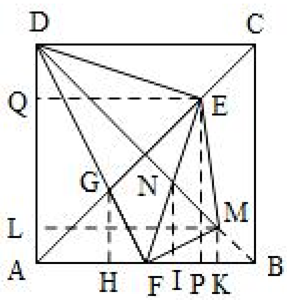



图4

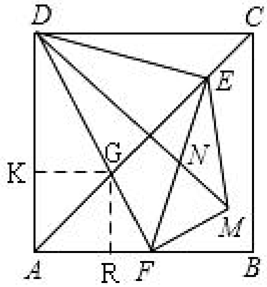



图3

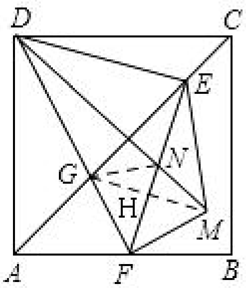



图2

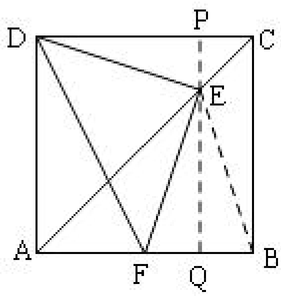



图1

13.【分析】利用因式分解法解一元二次方程，找出点 $A_n$、$B_n$ 的坐标，进而可得出 $S_n=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，将其代入 $S_1+S_2+\ldots+S_{2017}$ 中即可求出结论．

【解答】解：$\because y=-ax^2+\frac{2na+a}{n(n+1)}x-\frac{a}{n(n+1)}=-a\left(x-\frac{1}{n+1}\right)\left(x-\frac{1}{n}\right)=0$，

$\therefore$点 $A_n$ 的坐标为（$\frac{1}{n+1}$，0），点 $B_n$ 的坐标为（$\frac{1}{n}$，0）（不失一般性，设点 $A_n$ 在点 $B_n$ 的左侧），

$\therefore S_n=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

$\therefore S_1+S_2+\ldots+S_{2017}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}$

$=1-\frac{1}{2018}$

$=\frac{2017}{2018}$.

故答案为：$\frac{2017}{2018}$.

14.【分析】利用等腰直角三角形的性质以及勾股定理分别求出各边长，进而得出答案.

【解答】解：∵$\triangle OBA_1$为等腰直角三角形，$OB=1$，

∴$BA_1=OB=1$，$OA_1=\sqrt{2}OB=\sqrt{2}$；

∵$\triangle OA_1A_2$为等腰直角三角形，

∴$A_1A_2=OA_1=\sqrt{2}$，$OA_2=\sqrt{2}OA_1=2$；

∵$\triangle OA_2A_3$为等腰直角三角形，

∴$A_2A_3=OA_2=2$，$OA_3=\sqrt{2}OA_2=2\sqrt{2}$；

∵$\triangle OA_3A_4$为等腰直角三角形，

∴$A_3A_4=OA_3=2\sqrt{2}$，$OA_4=\sqrt{2}OA_3=4$.

∵$\triangle OA_4A_5$为等腰直角三角形，

∴$A_4A_5=OA_4=4$，$OA_5=\sqrt{2}OA_4=4\sqrt{2}$，

∵$\triangle OA_5A_6$为等腰直角三角形，

∴$A_5A_6=OA_5=4\sqrt{2}$，$OA_6=\sqrt{2}OA_5=8$.

∴$OA_n$的长度为$(\sqrt{2})^n$.

故答案为：$(\sqrt{2})^n$.

15.【分析】先根据$P_6$（2，0），$P_{12}$（4，0），即可得到$P_{6n}$（2n，0），$P_{6n+1}$（2n，1），再根据$P_{6\times336}$（2×336，0），可得$P_{2016}$（672，0），进而得到$P_{2017}$（672，1）.

【解答】解：由图可得，$P_6$（2，0），$P_{12}$（4，0），…，$P_{6n}$（2n，0），$P_{6n+1}$（2n，1），

2016÷6=336，

∴$P_{6\times336}$（2×336，0），即$P_{2016}$（672，0），

∴$P_{2017}$（672，1），

故答案为：（672，1）.

16.【分析】由图2可知，在点（10，40）至点（14，40）区间，△BPQ的面积不变，因此可推论BC=BE，由此分析动点P的运动过程如下：

（1）在BE段，BP=BQ；持续时间10s，则BE=BC=10；y是t的二次函数；

（2）在ED段，y=40是定值，持续时间4s，则ED=4；

（3）在DC段，y持续减小直至为0，y是t的一次函数.

【解答】解：由图象可以判定：BE=BC=10 cm．DE=4 cm，

当点P在ED上运动时，$S_{\triangle BPQ}=\frac{1}{2}BC\bullet AB=40cm^2$，

∴AB=8 cm，

∴AE=6 cm，

∴当$0<t\leqslant10$时，点P在BE上运动，BP=BQ，

∴△BPQ是等腰三角形，

故①正确；

$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\bullet AE=24\ cm^2$，

故②错误；

当 14＜t＜22 时，点 P 在 CD 上运动，该段函数图象经过（14，40）和（22，0）两点，解析式为 y=110﹣5t，

故③正确；

△ABP 为等腰三角形需要分类讨论：当 AB=AP 时，ED 上存在一个符号题意的 P 点，当 BA=BO 时，BE 上存在一个符合同意的 P 点，当 PA=PB 时，点 P 在 AB 垂直平分线上，所以 BE 和 CD 上各存在一个符号题意的 P 点，共有 4 个点满足题意，

故④错误；

⑤△BPQ 与△ABE 相似时，只有；△BPQ∽△BEA 这种情况，此时点 Q 与点 C 重合，即 $\frac{PC}{BC}=\frac{AE}{AB}=\frac{3}{4}$，

∴PC=7.5，即 t=14.5．

故⑤正确．

综上所述，正确的结论的序号是①③⑤．

故答案是：①③⑤．

**三．解答题**

17．【分析】（1）①已知两对值代入 T 中计算求出 a 与 b 的值；

②根据题中新定义化简已知不等式，根据不等式组恰好有 3 个整数解，求出 p 的范围即可；

（2）由 T（x，y）=T（y，x）列出关系式，整理后即可确定出 a 与 b 的关系式．

【解答】解：（1）①根据题意得：T（1，﹣1）$=\frac{a-b}{2-1}=-2$，即 a﹣b=﹣2；

T=（4，2）$=\frac{4a+2b}{8+2}=1$，即 2a+b=5，

解得：a=1，b=3；

②根据题意得：$\begin{cases}\frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m}\leqslant 4① \\ \frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m}>p②\end{cases}$，

由①得：$m\geqslant -\frac{1}{2}$；

由②得：$m<\frac{9-3p}{5}$，

∴不等式组的解集为$-\frac{1}{2}\leqslant m<\frac{9-3p}{5}$，

∵不等式组恰好有 3 个整数解，即 m=0，1，2，

∴$2<\frac{9-3p}{5}\leqslant 3$，

解得：$-2\leqslant p<-\frac{1}{3}$；

（2）由 T（x，y）=T（y，x），得到$\frac{ax+by}{2x+y}=\frac{ay+bx}{2y+x}$，

整理得：$(x^2-y^2)(2b-a)=0$，

∵T（x，y）=T（y，x）对任意实数 x，y 都成立，

∴2b﹣a=0，即 a=2b．

18．【分析】探究：（1）由路程=速度×时间就可以得出 $y_1$，$y_2$（米） 与 t（分）的函数关系式，再由关系式就可以求出两车相距的路程是 400 米时 t 的值；

（2）求出 1 号车 3 次经过 A 的路程，进一步求出行驶的时间，由两车第一次相遇后每相遇一次需要的时间就可以求出相遇次数；

发现：分别计算出情况一的用时和情况二的用时，在进行大小比较就可以求出结论

决策：（1）根据题意可以得出游客乙在 AD 上等待乘 1 号车的距离小于边长，而成 2 号车到 A 出口的距离大于 3 个边长，进而得出结论；

（2）分类讨论，若步行比乘 1 号车的用时少，就有$\frac{s}{50}<\frac{800\times 2-s}{200}$，得出 s＜320．就可以分情况得出结论．

【解答】解：探究：（1）由题意，得

$y_1=200t$，$y_2=-200t+1600$

当相遇前相距 400 米时，

$-200t+1600-200t=400$，

t=3，

当相遇后相距 400 米时，

$200t-(-200t+1600)=400$，

t=5．

答：当两车相距的路程是 400 米时 t 的值为 3 分钟或 5 分钟；

（2）由题意，得

1 号车第三次恰好经过景点 C 行驶的路程为：800×2+800×4×2=8000，

∴1 号车第三次经过景点 C 需要的时间为：8000÷200=40 分钟，

两车第一次相遇的时间为：1600÷400=4．

第一次相遇后两车每相遇一次需要的时间为：800×4÷400=8，

∴两车相遇的次数为：（40﹣4）÷8+1=5 次．

∴这一段时间内它与 2 号车相遇的次数为：5 次；

发现：由题意，得

情况一需要时间为：$\frac{800\times 4-x}{200}=16-\frac{x}{200}$，

情况二需要的时间为：$\frac{800\times 4+x}{200}$=16+$\frac{x}{200}$

∵16－$\frac{x}{200}$＜16+$\frac{x}{200}$

∴情况二用时较多.

决策：（1）∵游客乙在 AD 边上与 2 号车相遇，

∴此时 1 号车在 CD 边上，

∴乘 1 号车到达 A 的路程小于 2 个边长，乘 2 号车的路程大于 3 个边长，

∴乘 1 号车的用时比 2 号车少.

（2）若步行比乘 1 号车的用时少，

$\frac{s}{50}<\frac{800\times 2-s}{200}$，

∴s＜320.

∴当 0＜s＜320 时，选择步行.

同理可得

当 320＜s＜800 时，选择乘 1 号车，

当 s=320 时，选择步行或乘 1 号车一样.

19.【分析】（1）依据待定系数法，即可求出 y（万件）与 x（元/件）之间的函数关系式；

（2）分两种情况进行讨论，当 x=8 时，$s_{max}$=－80；当 x=16 时，$s_{max}$=－16；根据－16＞－80，可得当每件的销售价格定为 16 元时，第一年年利润的最大值为－16 万元.

（3）根据第二年的年利润 s=（x－4）（－x+28）－16=－$x^2$+32x－128，令 s=103，可得方程 103=－$x^2$+32x－128，解得 $x_1$=11，$x_2$=21，然后在平面直角坐标系中，画出 s 与 x 的函数图象，根据图象即可得出销售价格 x（元/件）的取值范围.

【解答】解：（1）当 4≤x≤8 时，设 y=$\frac{k}{x}$，将 A（4，40）代入得 k=4×40=160，

∴y 与 x 之间的函数关系式为 y=$\frac{160}{x}$；

当 8＜x≤28 时，设 y=k'x+b，将 B（8，20），C（28，0）代入得，

$\begin{cases}8k'+b=20\\28k'+b=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}k'=-1\\b=28\end{cases}$，

∴y 与 x 之间的函数关系式为 y=－x+28，

综上所述，y=$\begin{cases}\frac{160}{x}(4\leqslant x\leqslant 8)\\-x+28(8<x\leqslant 28)\end{cases}$；

（2）当 4≤x≤8 时，s=（x－4）y－160=（x－4）•$\frac{160}{x}$－160=－$\frac{640}{x}$，

∵当 4≤x≤8 时，s 随着 x 的增大而增大，

∴当 x=8 时，$s_{max}$=－$\frac{640}{8}$=－80；

当 8＜x≤28 时，s=（x－4）y－160=（x－4）（－x+28）－160=－（x－16）$^2$－16，

∴当 x=16 时，$s_{max}$=﹣16；

∵﹣16＞﹣80，

∴当每件的销售价格定为 16 元时，第一年年利润的最大值为﹣16 万元．

（3）∵第一年的年利润为﹣16 万元，

∴16 万元应作为第二年的成本，

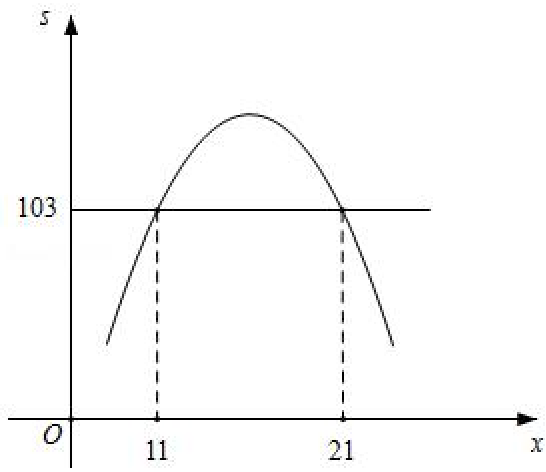
又∵x＞8，

∴第二年的年利润 s=（x﹣4）（﹣x+28）﹣16=﹣$x^2$+32x﹣128，

令 s=103，则 103=﹣$x^2$+32x﹣128，

解得 $x_1$=11，$x_2$=21，

在平面直角坐标系中，画出 s 与 x 的函数示意图可得：




观察示意图可知，当 s≥103 时，11≤x≤21，

∴当 11≤x≤21 时，第二年的年利润 s 不低于 103 万元．

20．【分析】（1）根据折叠的性质可知，MN 垂直平分线段 BP，即∠BFN=90°，由矩形的性质可得出∠C=90°=∠BFN，结合公共角∠FBN=∠CBP，即可证出△BFN∽△BCP；

（2）①在图 2 中，作 MD、DP 的垂直平分线，交于点 O，以 OD 为半径作圆即可；

②设⊙O 与 BC 的交点为 E，连接 OB、OE，由△MDP 为直角三角形，可得出 AP 为⊙O 的直径，根据 BM 与⊙O 相切，可得出 MP⊥BM，进而可得出△BMP 为等腰直角三角形，根据同角的余角相等可得出∠PMD=∠MBA，结合∠A=∠PMD=90°、BM=MP，即可证出△ABM≌△DMP（AAS），根据全等三角形的性质可得出 DM=AB=4、DP=AM，设 DP=2a，根据勾股定理结合半径为直径的一半，即可得出关于 a 的方程，解之即可得出 a 值，再将 a 代入 OP=2a 中求出 DP 的长度．

【解答】（1）证明：∵将矩形纸片 ABCD 沿直线 MN 折叠，顶点 B 恰好与 CD 边上的动点 P 重合，

∴MN 垂直平分线段 BP，

∴∠BFN=90°．

∵四边形 ABCD 为矩形，

∴∠C=90°．

∵∠FBN=∠CBP，

∴△BFN∽△BCP．

（2）解：①在图 2 中，作 MD、DP 的垂直平分线，交于点 O，以 OD 为半径作圆即可．如图所示．

②设⊙O 与 BC 的交点为 E，连接 OB、OE，如图 3 所示．

∵△MDP 为直角三角形，

∴AP 为⊙O 的直径，

∵BM 与⊙O 相切，

∴MP⊥BM．

∵MB=MP，

∴△BMP 为等腰直角三角形．

∵∠AMB+∠PMD=180°﹣∠AMP=90°，∠MBA+∠AMB=90°，

∴∠PMD=∠MBA．

在△ABM 和△DMP 中，$\begin{cases}\angle MBA=\angle PMD\\ \angle A=\angle PMD=90^\circ\\ BM=MP\end{cases}$，

∴△ABM≌△DMP（AAS），

∴DM=AB=4，DP=AM．

设 DP=2a，则 AM=2a，OE=4﹣a，

BM=$\sqrt{AB^2+AM^2}$=2$\sqrt{4+a^2}$．

∵BM=MP=2OE，

∴2$\sqrt{4+a^2}$=2×（4﹣a），

解得：a=$\frac{3}{2}$，

∴DP=2a=3．

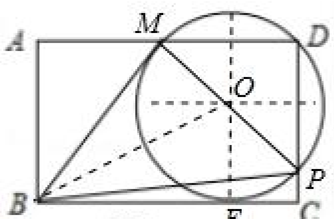


图3

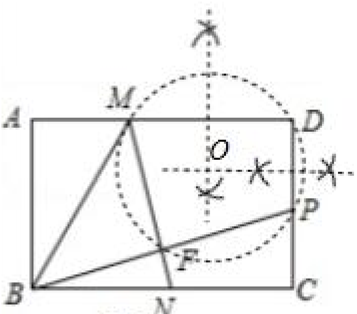


图2

21．【分析】（1）根据三角形 ABP 是等腰三角形，可得∠B 的度数，再连接 MD，根据 MD 为△PAB 的中位线，可得∠MDB=∠APB=28°，进而得到$\overset{\frown}{CM}$=2∠MDB=56°；

（2）根据∠BAP=∠ACB，∠BAP=∠B，即可得到∠ACB=∠B，进而得出 AC=AB；

（3）①记 MP 与圆的另一个交点为 R，根据 $AM^2+MR^2=AR^2=AC^2+CR^2$，即可得到 PR=$\frac{13}{8}$，MR=$\frac{19}{8}$，再根据 Q 为直角三角形锐角顶点，分四种情况进行讨论：当∠ACQ=90°时，当∠QCD=90°时，当∠QDC=90°时，当∠AEQ=90°时，即可求得 MQ 的值为$\frac{19}{8}$或$\frac{3}{4}$或$\frac{15}{8}$；

②先判定△DEG 是等边三角形，再根据 GMD=∠GDM，得到 GM=GD=1，过 C 作 CH⊥AB 于 H，由∠BAC=30°可得 CH=$\frac{1}{2}$AC=1=MG，即可得到 CG=MH=$\sqrt{3}$－1，进而得出 $S_{\triangle ACG}=\frac{1}{2}CG\times CH=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，再根据 $S_{\triangle DEG}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，即可得到△ACG 和△DEG 的面积之比．

【解答】解：（1）∵MN⊥AB，AM=BM，

∴PA=PB，

∴∠PAB=∠B，

∵∠APB=28°，

∴∠B=76°，

如图 1，连接 MD，

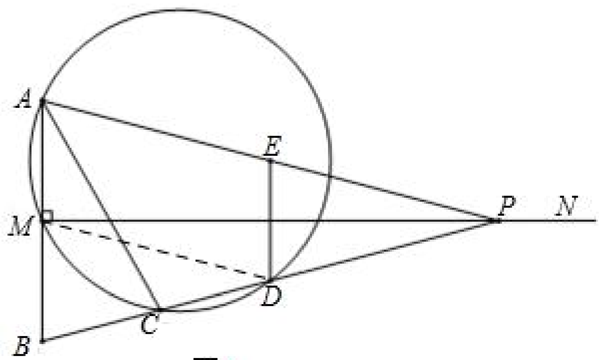


图1

∵MD 为△PAB 的中位线，

∴MD∥AP，

∴∠MDB=∠APB=28°，

∴$\overset{\frown}{CM}$=2∠MDB=56°；

（2）∵∠BAC=∠MDC=∠APB，

又∵∠BAP=180°－∠APB－∠B，∠ACB=180°－∠BAC－∠B，

∴∠BAP=∠ACB，

∵∠BAP=∠B，

∴∠ACB=∠B，

∴AC=AB；

（3）①如图 2，记 MP 与圆的另一个交点为 R，

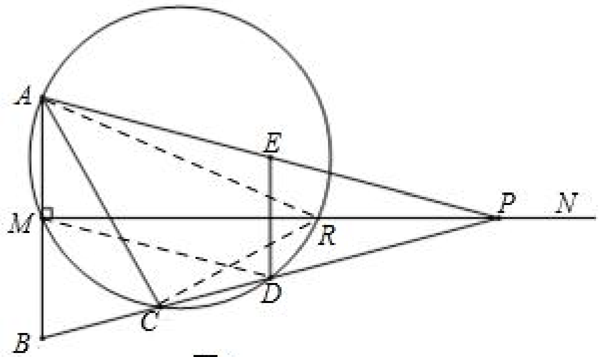


图2

∵MD 是 Rt△MBP 的中线，

∴DM=DP，

∴∠DPM=∠DMP=∠RCD，

∴RC=RP，

∵∠ACR=∠AMR=90°，

∴$AM^2+MR^2=AR^2=AC^2+CR^2$，

∴$1^2+MR^2=2^2+PR^2$，

∴$1^2+(4-PR)^2=2^2+PR^2$，

∴PR=$\frac{13}{8}$，

∴MR=$\frac{19}{8}$，

Ⅰ．当∠ACQ=90°时，AQ 为圆的直径，

∴Q 与 R 重合，

∴MQ=MR=$\frac{19}{8}$；

Ⅱ．如图 3，当∠QCD=90°时，

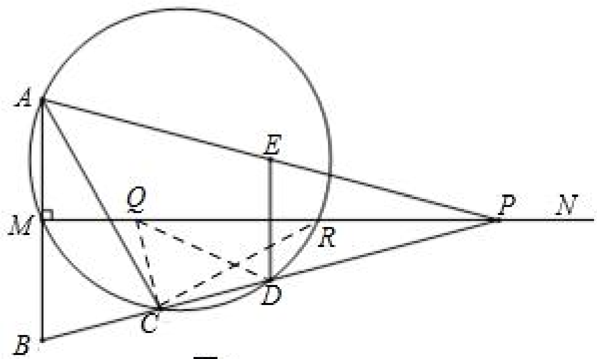


图3

在 Rt△QCP 中，PQ=2PR=$\frac{13}{4}$，

∴MQ=$\frac{3}{4}$；

III．如图 4，当∠QDC=90°时，

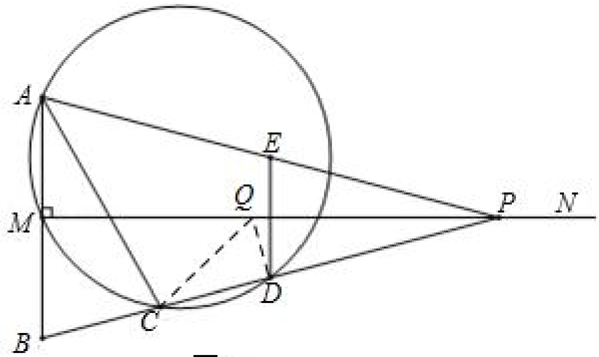


图4

∵BM=1，MP=4，

∴BP=$\sqrt{17}$，

∴DP=$\frac{1}{2}$BP=$\frac{\sqrt{17}}{2}$，

∵cos∠MPB=$\frac{MP}{PB}$=$\frac{DP}{PQ}$，

∴PQ=$\frac{17}{8}$，

∴MQ=$\frac{15}{8}$；

IV．如图 5，当∠AEQ=90°时，

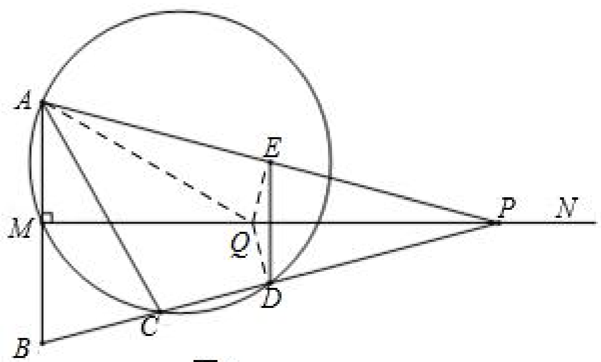


图5

由对称性可得∠AEQ=∠BDQ=90°，

∴MQ=$\frac{15}{8}$；

综上所述，MQ 的值为$\frac{19}{8}$或$\frac{3}{4}$或$\frac{15}{8}$；

②△ACG 和△DEG 的面积之比为$\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$.

理由：如图 6，∵DM∥AF，DE∥AB，

∴四边形 AMDE 是平行四边形，四边形 AMDF 是等腰梯形，

∴DF=AM=DE=1，

又由对称性可得 GE=GD，

∴△DEG 是等边三角形，

∴∠EDF=90°﹣60°=30°，

∴∠DEF=75°=∠MDE，

∴∠GDM=75°﹣60°=15°，

∴∠GMD=∠PGD﹣∠GDM=15°，

∴∠GMD=∠GDM，

∴GM=GD=1，

过 C 作 CH⊥AB 于 H，

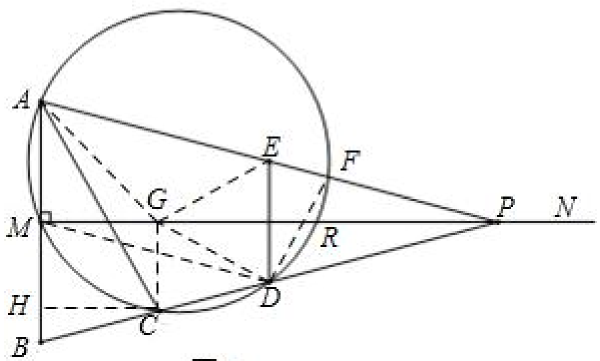



图6

由∠BAC=30°可得 CH=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$AB=1=MG，AH=$\sqrt{3}$，

∴CG=MH=$\sqrt{3}$﹣1，

∴$S_{\triangle ACG}=\frac{1}{2}CG\times CH=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，

∵$S_{\triangle DEG}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

∴$S_{\triangle ACG}$：$S_{\triangle DEG}=\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$.

22.【分析】（1）先求抛物线与两坐标轴的交点坐标，表示 OA 和 OB 的长，利用正切值可得∠ABO=30°；

（2）①根据三角形的中位线定理证明 HN∥AM，由两组对边分别平行的四边形是平行四边形得结论；

②如图 1，作垂线段 DR，根据直角三角形 30 度角的性质求 DR=2，可知：点 D 的横坐标为﹣2，由抛物线的解析式可计算对称轴是直线：x=﹣$\frac{b}{2a}$=﹣2，所以点 D 在该抛物线的对称轴上；

（3）想办法求出 P、Q 的坐标即可解决问题；

【解答】解：（1）当 x=0 时，$y=8\sqrt{3}$，

∴B（0，$8\sqrt{3}$），

∴OB=$8\sqrt{3}$，

当 y=0 时，$y=-\frac{\sqrt{3}}{12}x^2-\frac{\sqrt{3}}{3}x+8\sqrt{3}=0$，

$x^2+4x-96=0$，

$(x-8)(x+12)=0$，

$x_1=8$，$x_2=-12$，

∴A（8，0），

∴OA=8，

在 Rt△AOB 中，$\tan\angle ABO=\frac{OA}{OB}=\frac{8}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠ABO=30°，

故答案为：8，30；

（2）①证明：∵DE∥AB，

∴$\frac{OM}{AM}=\frac{OH}{BH}$，

∵OM=AM，

∴OH=BH，

∵BN=AN，

∴HN∥AM，

∴四边形 AMHN 是平行四边形；

②点 D 在该抛物线的对称轴上，

理由是：如图 1，过点 D 作 DR⊥y 轴于 R，

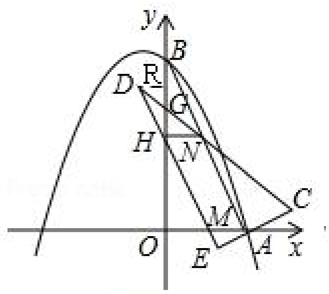



图1

∵HN∥OA，

∴∠NHB=∠AOB=90°，

∵DE∥AB，

∴∠DHB=∠OBA=30°，

∵Rt△CDE≌Rt△ABO，

∴∠HDG=∠OBA=30°，

∴∠HGN=2∠HDG=60°，

∴∠HNG=90°﹣∠HGN=90°﹣60°=30°，

∴∠HDN=∠HND，

∴DH=HN=$\frac{1}{2}$OA=4，

∴Rt△DHR 中，DR=$\frac{1}{2}$DH=$\frac{1}{2}$×4=2，

∴点 D 的横坐标为﹣2，

∵抛物线的对称轴是直线：x=﹣$\frac{b}{2a}$=﹣$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2\times(-\frac{\sqrt{3}}{12})}$=﹣2，

∴点 D 在该抛物线的对称轴上；

（3）如图 3 中，连接 PQ，作 DR⊥PK 于 R，在 DR 上取一点 T，使得 PT=DT．设 PR=a．

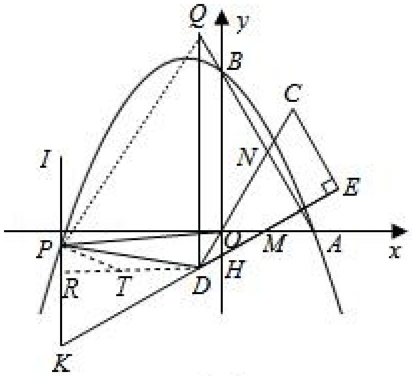



图3

∵NA=NB，

∴ON=NA=NB，

∵∠ABO=30°，

∴∠BAO=60°，

∴△AON 是等边三角形，

∴∠NOA=60°=∠ODM+∠OMD，

∵∠ODM=30°，

∴∠OMD=∠ODM=30°，

∴OM=OD=4，易知 D（﹣2，﹣2$\sqrt{3}$），Q（﹣2，10$\sqrt{3}$），

∵N（4，4$\sqrt{3}$），

∴DK=DN=$\sqrt{6^2+(6\sqrt{3})^2}$=12，

∵DR∥x 轴，

，∴∠KDR=∠OMD=30°

∴RK=$\frac{1}{2}$DK=6，DR=6$\sqrt{3}$，

∵∠PDK=45°，

∴∠TDP=∠TPD=15°，

∴∠PTR=∠TDP+∠TPD=30°，

∴TP=TD=2a，TR=$\sqrt{3}$a，

∴$\sqrt{3}$a+2a=6$\sqrt{3}$，

∴a=12$\sqrt{3}$﹣18，

可得 P（﹣2﹣6$\sqrt{3}$，10$\sqrt{3}$﹣18），

∴PQ=$\sqrt{(6\sqrt{3})^2+18^2}$=12$\sqrt{3}$.