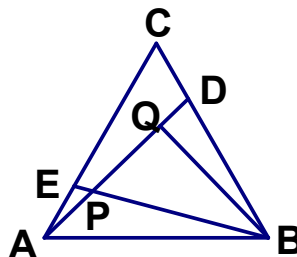


初中数学提前招生模拟试卷六

一、填空题：

1、如图：在正 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 CA 上，使得 $CD = AE$ ， AD 与 BE 交于点 P ，

$BQ \perp AD$ 于点 Q ，则 $\frac{QP}{QB} =$ _____。



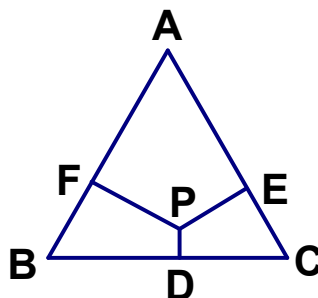
2、不等式 $x^2 + |2x - 6| \geq a$ 对于一切实数 x 都成立，则实数 a 的最大值为 _____。

3、设 a_n 表示数 n^4 的末位数，则 $a_1 + a_2 + \dots + a_{2008} =$ _____。

4、在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 1$ ，点 E 在边 AB 上，使得 $AE : EB = 2 : 1$ ， P 为对角线 AC 上的动点，则 $PE + PB$ 的最小值为 _____。

5、关于 x 的方程 $\frac{ax^2}{x-1} - 2a = a^2 + 1$ 的解为 _____。

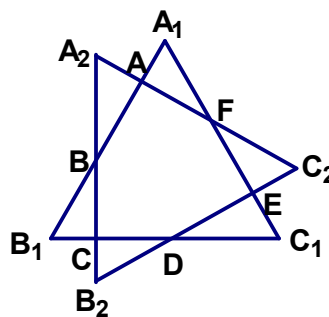
6、如图：设 P 是边长为 12 的正 $\triangle ABC$ 内一点，过 P 分别作三条边 BC 、 CA 、 AB 的垂线，垂足分别为 D 、 E 、 F 。已知 $PD : PE : PF = 1 : 2 : 3$ 。那么，四边形 $BDPF$ 的面积是 _____。



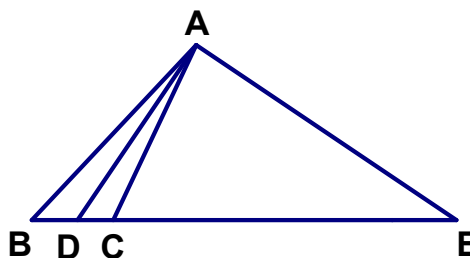
7、对于正整数 n ，规定 $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 。则乘积 $1! \times 2! \times \cdots \times 9!$ 的所有约数中，是完全平方数的共有 _____ 个。

8、已知 k 为不超过 2008 的正整数，使得关于 x 的方程 $x^2 - x - k = 0$ 有两个整数根。则所有这样的正整数 k 的和为 _____。

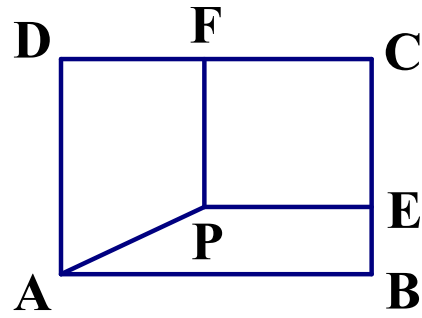
9、如图：边长为 1 的正 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心为 O ，将正 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕中心 O 旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，使得 $A_2B_2 \perp B_1C_1$ 。则两三角形的公共部分（即六边形 $ABCDEF$ ）的面积为 _____。



10、如图：已知 $\angle BAD = \angle DAC = 90^\circ$ ， $AD \perp AE$ ，且 $AB + AC = BE$ 。则 $\angle B =$ _____。

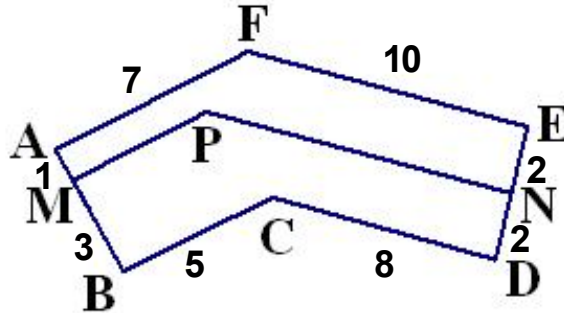


二、如图：在矩形 $ABCD$ 内部（不包括边界）有一点 P ，它到顶点 A 及边 BC 、 CD 的距离都等于 1，求矩形 $ABCD$ 面积的取值范围。



三、已知实数 x 、 y 满足如下条件：
$$\begin{cases} x + 2y > 0 \\ x - 2y > 0 \\ (x + 2y)(x - 2y) = 4 \end{cases}$$
，求 $|x| - |y|$ 的最小值。

四、如图：在凹六边形 $ABCDEF$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$ 、 $\angle E$ 均为直角， p 是凹六边形 $ABCDEF$ 内一点， PM 、 PN 分别垂直于 AB 、 DE ，垂足分别为 M 、 N ，图中每条线段的长度如图所示（单位是米），求折线 MPN 的长度（精确到 0.01 米）。



五、求满足不等式 $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{11}\right] + \left[\frac{n}{13}\right] < n$ 的最大正整数 n ，其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数。

试题解析

填空题答案

1、根号 3/3 2、5 3、6632 4、根号 7/3 5、 $x_1=a+1$ $x_2=(a+1)/a$ 6、
11 根号 3 7、672 8、48 度 9、 $(3-\sqrt{3})/4$ 10、30360

提示：

8、答案：48°。

延长 BA 至 F，则 $\triangle ADE \cong \triangle AFE$ ，AE 平分 $\angle FED$ ，且 $\angle BFE = \angle ABE$ ，代换一下即可。

10、 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 44 \times 45 = 30360$

基本功题：首先是： $x^2 - x - k$ 的因式分解，其次是求和问题。

二、答案： $2 < S \leq 3/2 + 21/2$ 。

本题是考察基本不等式的运用技巧。我估计我的学生可以得一半分。

三、答案： $4 \times 31/2/3$ 。换元法技巧而已。只要令 $x = (a+b)/2$ ， $y = (a-b)/2$ ，利用对称性，设 $y > 0$ 即可。

四、答案：15.50。

纯粹的解三角形的死做题。

只要边 CF，则与 NP 的交点即为中点，并取 AB 中点，慢慢解了。

希学生注意：可以使用计算器，一定要掌握。

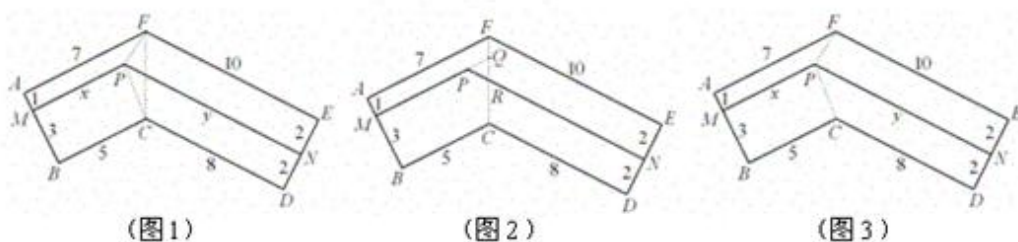
五、答案：1715。

高斯函数题再加上放大与缩小的应用。

$\because [n/2] + [n/3] + [n/11] + [n/13] < n$ ，其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数。

$\therefore [n/2] + [n/3] + [n/11] + [n/13] \leq n - 1$

第四题的三种解法



解法一：如图1，设 $PM = x$ ， $PN = y$ 。

由于梯形 $AMPF$ 、 $MBCP$ 、 $PCDN$ 、 $FPNE$ 的面积之和等于梯形 $ABCF$ 、 $FCDE$ 的面积之

和，因而可列得方程

$$\frac{1}{2} \cdot (7+x) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot (x+5) \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (y+8) \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot (10+y) \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot (7+5) \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot (10+8) \cdot 4.$$

整理得

$$x + y = 15.50.$$

解法二：如图2，容易求得

$$MQ = \frac{3 \times 7 + 1 \times 5}{3 + 1} = 6.5, \quad RN = \frac{10 + 8}{2} = 9.$$

又易知 $\angle PQR = \angle PRQ$ ，则 $PQ = PR$ ，从而

$$MP + PN = MQ + RN = 15.50.$$

解法三：如图3，设 $PM = x$ ， $PN = y$ 。

在直角梯形 $AMPF$ 、 $MBCP$ 、 $PCDN$ 、 $FPNE$ 中，由勾股定理可列得方程组

$$\begin{cases} FP^2 = (7-x)^2 + 1^2 = (y-10)^2 + 2^2, \\ PC^2 = (x-5)^2 + 3^2 = (y-8)^2 + 2^2. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x = 5.25, \\ y = 10.25. \end{cases}$ 所以， $x + y = 15.50$ 。