

2022 年深圳中学自主招生数学试题

一、数学填空题（第 1-10 题，每题 4 分，共 40 分）

1. 当 $x = 14$ 时, $\sqrt{x-2 + \sqrt{x-2 + \sqrt{x-2 + \sqrt{x+2}}}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 均为锐角, $\sin A = \frac{5}{13}$, $\tan B = 2$, $AB = 29$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 $\frac{a}{b} = a + 2$, $\frac{b}{a} = a - 2$. 则 $\frac{b^2}{(a-2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 定义: (i) $x \otimes y = (x-1) \otimes (y-1) + x + y$;

(ii) $x \otimes 1 = 1$.

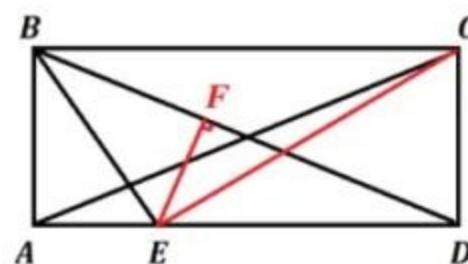
则 $(20 \otimes 2) \otimes 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知 x, y 为非零实数, 且满足 $\begin{cases} x = y + \frac{1012}{x} \\ y = x + \frac{1013}{y} \end{cases}$, 则 $|x-y|$ 所有值之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

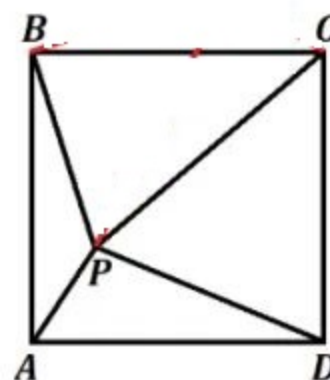
6. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2$, 则 $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} + 100 = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 直线 $y = \frac{1}{17}x + a$ 与 $x = \frac{1}{17}y + b$ 交于点 $(42, 43)$, 则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 156$, $CD = 65$, BE 平分 $\angle ABC$, 设 E 到 AC 的距离为 $\frac{m}{n}$, 其中 m 和 n 是互质的正整数, 则 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$.



9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $PA = 1, PB = 2, PC = 3$, 则 $\angle APB$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



10. (暂缺)

二、数学填空题 (第 11 - 15 题, 每题 6 分, 共 30 分)

11. 若 $x - 0.5$ 不是整数, 令 $[x]$ 为最接近 x 的整数, 如 $[2.4] = 2$, $[2.6] = 3$. 则 $[\sqrt{1 \times 2}] + [\sqrt{2 \times 3}] + [\sqrt{3 \times 4}] + \dots + [\sqrt{22 \times 23}] = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 定义: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+2x+1} + \sqrt[3]{x^2-1} + \sqrt[3]{x^2-2x+1}}$, 则 $f(1) + f(3) + \dots + f(2k-1) + f(999) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设 n 为正整数, $n^2 + n + 51$ 是完全平方数, 则所有 n 可能值之和等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若整数 x, y, z 满足 $x \leq y \leq z \leq 7$, 且 $x + y + z = 8$, $xy + yz + zx = -13$, 则 $|xyz| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ 。圆 O_1 与边 AC 和 AB 相切，圆 O_2 与边 BC 和 AB 相切，圆 O_1 与圆 O_2 相外切，设圆心距 O_1O_2 的最小值为 m ，则 $5m - m^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

