

全国重点高中提前招生考试全真试卷(一)

(满分:120分 时间:120分钟)

一、选择题(每小题5分,共30分)

- 1.(淮北一中2019年中科大创新班素养测试)设 $a = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$, 则 $a + \frac{1}{a}$ 的整数部分为 ()
 A.2 B.3 C.4 D.5
- 2.(四川成都东辰国际学校2019年自主招生)已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 15^\circ$, $BC = 1$, 则 AC 的长为 ()
 A. $2+\sqrt{3}$ B. $2-\sqrt{3}$ C. 0.3 D. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
- 3.(黄冈市2019年省级示范高中(黄冈中学、10县市区一中)自主招生)正整数构成的数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 满足:①数列递增, 即 $a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots$; ② $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n \geq 3$), 则称为“类斐波拉契数列”, 例如: 3, 4, 7, 11, 18, 29, $\dots$, 则满足 $a_5 = 59$ 的“类斐波拉契数列”有 ()
 A.1种 B.2种 C.3种 D.4种
- 4.(宁波市2019年普通高中保送生招生综合素质测试)如图1-1正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在第二象限 $y = \frac{k}{x}$ 图象上, 点 B , 点 C 分别在 x 轴、 y 轴负半轴上, 点 D 在第一象限直线 $y = x$ 的图象上, 若 $S_{\text{阴影}} = \frac{2}{3}$, 则 k 的值为 ()
 A. -1 B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{5}{3}$ D. -2

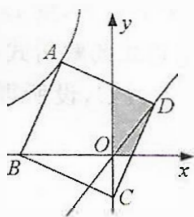


图 1-1

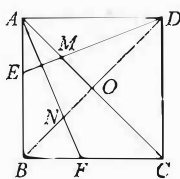


图 1-2

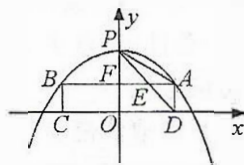


图 1-3

- 5.(华师一附中2019年高中自主招生)如图1-2, 正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 上的点, DE 交 AC 于点 M , AF 交 BD 于点 N , 若 AF 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AF$; 记 $x = \frac{BN}{ON}$, $y = \frac{CF}{BF}$, $z = \frac{BE}{OM}$, 则有 ()
 A. $x > y > z$ B. $x = y = z$ C. $x = y < z$ D. $x = y > z$

- 6.(永州四中高中自主招生考试)如图1-3, 已知抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的顶点为 P , 点 A 是第一象限内该二次函数图象上一点, 过点 A 作 x 轴的平行线交二次函数图象于点 B , 分别过点

***** · 1 · *****

B, A 作 x 轴的垂线、垂足分别为 C, D , 连接 PA, PD , PD 交 AB 于点 E , 则 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PEA$ ()

- A. 始终不相似
B. 始终相似
C. 只有 $AB=AD$ 时相似
D. 无法确定

二、填空题(每小题 5 分, 共 30 分)

7. (上海华二附中 2019 年自主招生) 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x^{x-y} = y^{x+y} \\ y\sqrt{x} = 1 \end{cases}$, 有 _____ 组解.

8. (黄石二中自主招生推荐招生理科综合测试) 若三个素数的乘积恰好等于它们的和的 23 倍, 则这三个素数为 _____.

9. (上海交通大学附属中学 2019 年自主招生) 若关于 x 的方程 $(x-4)(x^2-6x+m)=0$ 的三个根恰好可以组成某直角三角形的三边长, 则 $m=$ _____.

10. (蚌埠市 2019 年高中创新潜质特长生测试) 如图 1-4, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=10, BC=12$, M 为 AB 中点, N 为 BC 边上一动点, 将 $\triangle MNB$ 沿 MN 折叠, 得到 $\triangle MNB'$, 则 CB' 的最小值为 _____.

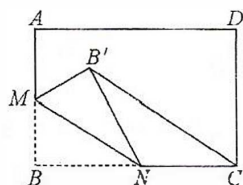


图 1-4

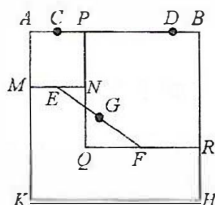


图 1-5

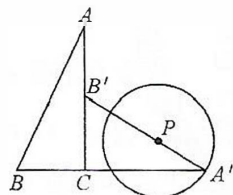


图 1-6

11. (淮北一中 2019 年中科大创新班素养测试) 如图 1-5, 四边形 $ABHK$ 是边长为 6 的正方形, 点 C, D 在边 AB 上, 且 $AC=DB=1$, 点 P 是线段 CD 上的动点, 分别以 AP, PB 为边在线段 AB 的同侧作正方形 $AMNP$ 和正方形 $BRQP$, E, F 分别为 MN, QR 的中点, 连接 EF , 设 EF 的中点为 G , 则当点 P 从点 C 运动到点 D 时, 点 G 移动的路径长为 _____.

12. (华师一附中 2019 年高中自主招生) 如图 1-6, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\sin A = \frac{5}{13}$, $AC=$

12, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, P 为线段 $A'B'$ 上的动点, 以点 P 为圆心, PA' 长为半径作 $\odot P$, 当 $\odot P$ 与 $\triangle ABC$ 的边相切时, $\odot P$ 的半径为 _____.

三、解答题(每小题 12 分, 共 60 分)

13. (孝感市 2019 年特色高中自主招生) 设互不相等的非零实数 a, b, c 满足 $a + \frac{3}{b} = b + \frac{3}{c} = c + \frac{3}{a}$, 求 $\sqrt{\left(a + \frac{3}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{3}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{3}{a}\right)^2}$ 的值.

14. (蚌埠市 2019 年高中创新潜质特长生招生理科素养测试) 如图 1-7, 在平面直角坐标系中已知四边形 $ABCD$ 为菱形, 且 $A(0, 3), B(-4, 0)$.

(1) 求过点 C 的反比例函数表达式;

(2) 设直线 l 与 (1) 中所求函数图象相切, 且与 x 轴, y 轴的交点分别为 M, N, O 为坐标原点. 求证: $\triangle OMN$ 的面积为定值.

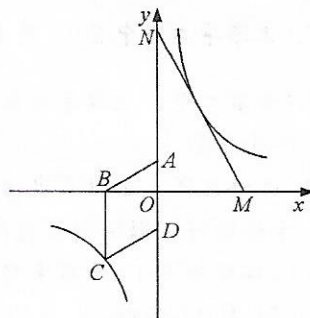


图 1-7

15. (浙江天台中学 2019 年保送生选拔招生考试) 如图 1-8, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, 过 D 的直线交 AC 于 E , 交 AB 的延长线于 F , $AB = mAF$, $AC = nAE$. 求:

(1) $m + n$ 的值;

(2) $\frac{n}{m+1}$ 的取值范围.

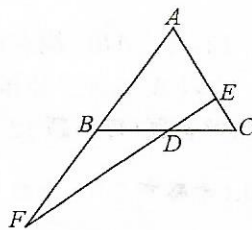


图 1-8

16. 如图 1-9(1), P 为第一象限内一点, 过 P, O 两点的 $\odot M$ 交 x 轴正半轴于点 A , 交 y 轴正半轴于点 B , $\angle OPA = 45^\circ$.

(1) 求证: PO 平分 $\angle APB$;

(2) 作 $OH \perp PA$ 交弦 PA 于 H ;

① 若 $AH = 2, OH + PB = 8$, 求 BP 的长;

② 若 $BP = m, OH = n$, 把 $\triangle POB$ 沿 y 轴翻折, 得到 $\triangle P'OB$ (如图 1-9(2)), 求 AP' 的长.

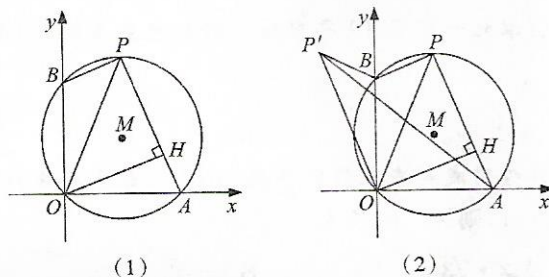


图 1-9

17. (华师一附中 2019 年高中自主招生) 如图 1-10, 已知抛物线 $y = x^2 + 2bx + 2c$ (b, c 是常数, 且 $c < 0$) 与 x 轴分别交于点 A, B (点 A 位于点 B 的左侧), 与 y 轴的负半轴交于点 C , 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$.

(1) 点 B 的坐标为 _____ (结果用含 c 的代数式表示);

(2) 连接 BC , 过点 A 作直线 $AE \parallel BC$, 与抛物线 $y = x^2 + 2bx + 2c$ 交于点 E , 点 D 是 x 轴上的一点, 其坐标为 $(2, 0)$. 当 C, D, E 三点在同一直线上时, 求抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 条件下, 点 P 是 x 轴下方的抛物线上的一个动点, 连接 PB, PC , 设所得 $\triangle PBC$ 的面积为 S .

① 求 S 的取值范围;

② 若 $\triangle PBC$ 的面积 S 为整数, 则这样的 $\triangle PBC$ 共有 _____ 个.

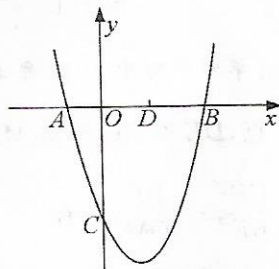


图 1-10