

2021-2022 学年第二学期七年级数学期末复习卷

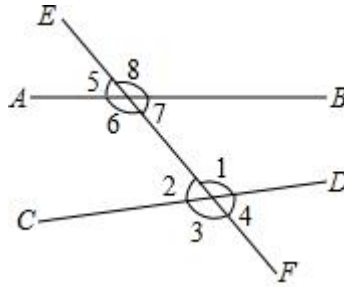
满分：100 分 测试时间：90 分钟

一. 选择题（共 10 小题，满分 20 分，每小题 2 分）

1. 下列各式中，不正确的是（ ）

- A.  $a^4 \div a^3 = a$       B.  $(a^{-3})^2 = a^{-6}$       C.  $a \cdot a^{-2} = a^3$       D.  $a^2 - 2a^2 = -a^2$

2. 如图，直线 AB、CD 与 EF 相交，则  $\angle 2$  的内错角是（ ）



- A.  $\angle 8$       B.  $\angle 7$       C.  $\angle 6$       D.  $\angle 4$

3. 已知关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} ax + by = 0 \\ 3ax - 2by = 10 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ ，则  $a, b$  的值是（ ）

- A.  $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

4. 下列等式从左到右的变形中，属于因式分解的是（ ）

- A.  $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$   
 B.  $x^2 - 7x + 3 = x(x - 7) + 3$   
 C.  $(x + 3)(x - 3) = x^2 + 9$   
 D.  $x^2 - 1 + 3x = (x + 1)(x - 1) + 3x$

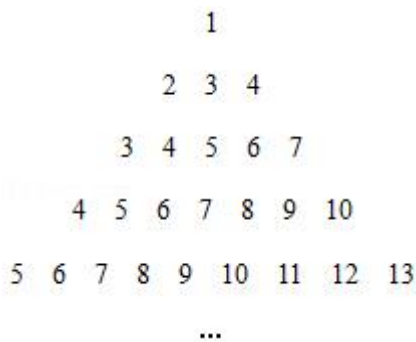
5. 某人分两次在市场上买了同一批货物，第一次买了 3 件，平均价格为每件  $a$  元，第二次买了 2 件，平均价格为每件  $b$  元. 后来他以每件  $\frac{a+b}{2}$  元的价格全部卖出，结果发现自己赔钱了，赔钱的原因是（ ）

- A.  $a = b$       B.  $a > b$       C.  $a < b$       D.  $a \geq b$

6. 不等式组  $\begin{cases} x + 3 > 0 \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$  的解集是（ ）

- A.  $x < 2$       B.  $x \geq -3$       C.  $-3 < x \leq 2$       D.  $x \leq 2$

7. 下列命题中是真命题是 ( )
- A. 三角形的外角大于它的任何一个内角  
 B. 有两角及边对应相等的两个三角形全等  
 C. 等腰三角形一边上的中线也是这边上的高  
 D. 平行于同一直线的两直线平行
8. 若  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,  $\triangle DEF$  的周长为 12,  $AB=3$ ,  $BC=4$ , 则  $DF$  的长为 ( )
- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6
9. 将正整数按如图方式进行有规律的排列, 第 2 行最后一个数是 4, 第 3 行最后一个数是 7, 第 4 行最后一个数是 10, ... 按此规律, 若 2022 是第  $m$  行第  $n$  个数, 则  $m, n$  的值分别是 ( )



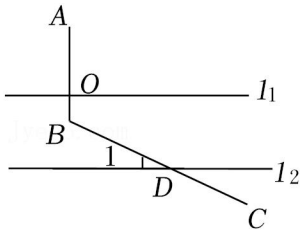
- A.  $m=674, n=1346$                       B.  $m=674, n=1347$   
 C.  $m=675, n=1348$                       D.  $m=675, n=1349$
10. 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{2x-m}{3} \geq 2 \\ x+7 \leq 3(x+1) \end{cases}$  的解集为  $x \geq 2$ , 且关于  $x$  的方程  $\frac{m-(3-2x)}{5} = x-2$  有非负整数解, 则所有符合条件的整数  $m$  的和为 ( )
- A. -11                      B. -27                      C. -7                      D. -15

二. 填空题 (共 8 小题, 满分 16 分, 每小题 2 分)

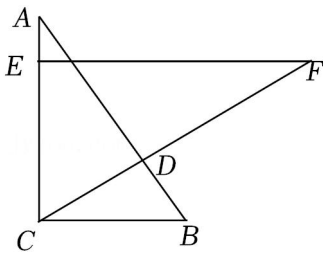
11. 把命题“垂直于同一条直线的两直线平行”, 改写成“如果..., 那么...”的形式: \_\_\_\_\_.
12. 刘老师出版了一本书, 并一次性取回了应得的稿费, 按照个人所得税法的规定, 稿费扣除 800 元后, 余额按照 14% 的比例征收个人所得税. 已知刘老师缴了 98 元的个人所得税, 则他的稿费为 \_\_\_\_\_ 元.
13. 将 160000000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.
14. 一只蚂蚁从 A 点出发向前走 5cm, 向左转  $45^\circ$ , 继续走 5cm, 再左转  $45^\circ$ , 它以同样的走法第一次走回 A 点时, 共走了\_\_\_\_\_cm
15. 已知方程组  $\begin{cases} 2x+3y=a \\ 4x-3y=a-4 \end{cases}$  的解  $x$  与  $y$  的和是 2, 则  $a=$ \_\_\_\_\_.

16. 如果不等式组  $\begin{cases} x < 8 \\ x > m \end{cases}$  无解, 那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

17. 如图, 直线  $l_1 \parallel l_2$ ,  $AB \perp l_1$ , 垂足为点  $O$ ,  $BC$  与  $l_2$  相交于点  $D$ , 若  $\angle 1 = 30^\circ$ , 则  $\angle ABC =$ \_\_\_\_\_.



18. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BC = 4cm$ ,  $CD \perp AB$ , 在  $AC$  上取一点  $E$ , 使  $EC = 4cm$ , 过点  $E$  作  $EF \perp AC$  交  $CD$  的延长线于点  $F$ . 若  $AE = 1cm$ , 则  $EF =$ \_\_\_\_\_  $cm$ .



三. 解答题 (共 9 小题, 满分 64 分)

19. (6 分) 计算

(1)  $(-\frac{1}{2})^{-1} - (-\sqrt{2})^0 + (-3)^2$ ;

(2)  $-3xy(2x^2y^2 - \frac{5}{6}xy^3 + 1)$

20. (6 分) 分解因式:

(1)  $(4m^2+9)^2 - 144m^2$ ;

(2)  $x^2 - xy + 4x - 4y$ ;

21. (6 分) 解方程组或不等式组:

(1)  $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$

(2)  $\begin{cases} x - 2(x - 1) \leq 1 \\ \frac{1+x}{3} > x - 1 \end{cases}$

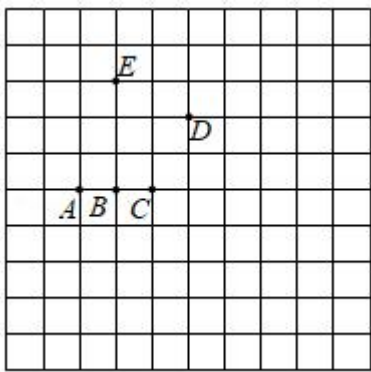
22. (5 分) 求值:  $(m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2)$ , 其中  $m = -2$ ,  $n = -1$ .

23. (6分) 如图,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  为正方形网格中的“格点”(格线的交点).

(1) 以  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  这 5 个点中的 3 个点为顶点画三角形, 一共可以画 \_\_\_\_\_ 个, 其中等腰三角形有 \_\_\_\_\_ 个;

(2) 请画出  $\triangle ABD$  先向右平移 4 格, 再向下平移 2 格所得的  $\triangle A' B' D'$  ;

(3) 请直接写出 (1) 中所有与  $\triangle A' B' D'$  面积相等的三角形: \_\_\_\_\_.



24. (8分) 某厂计划生产  $A$ 、 $B$  两种产品若干件, 已知两种产品的成本价和销售价如表:

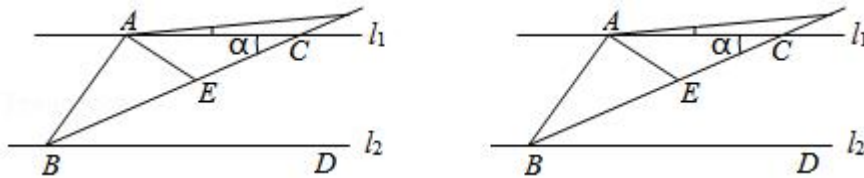
类别 价格	$A$ 种产品	$B$ 种产品
成本价 (元/件)	400	300
销售价 (元/件)	560	450

(1) 第一次工厂用 220000 元资金生产了  $A$ 、 $B$  两种产品共 600 件, 求两种产品各生产多少件?

(2) 第二次工厂生产时, 工厂规定  $A$  种产品生产数量不得超过  $B$  种产品生产数量的一半. 工厂计划生产两种产品共 3000 件, 应如何设计生产方案才能获得最大利润, 最大利润是多少?

25. (8分) 如图,  $AC \parallel BD$ ,  $BC$  平分  $\angle ABD$ , 设  $\angle ACB$  为  $\alpha$ , 点  $E$  是射线  $BC$  上的一个动点.

- (1) 若  $\alpha = 25^\circ$  时, 且点  $E$  在  $l_1$  下方,  $\angle BAE = \angle CAE$ , 求  $\angle CAE$  的度数;
- (2) 若点  $E$  运动到  $l_1$  上方, 且满足  $\angle BAE = 120^\circ$ ,  $\angle BAE : \angle CAE = 6 : 1$ , 求  $\alpha$  的值;
- (3) 若  $\angle BAE : \angle CAE = m$  ( $m > 1$ ), 求  $\angle CAE$  的度数 (用含  $m$  和  $\alpha$  的代数式表示).



26. (10分) 阅读下列材料:

(1) 将一个多项式化成几个整式的积的形式, 像这样的式子变形, 叫做这个多项式的因式分解: 例如  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ;

(2) 我们把多项式  $a^2 + 2ab + b^2$  及  $a^2 - 2ab + b^2$  叫做完全平方式, 如果一个多项式不是完全平方式, 我们常做如下变形: 先添加一个适当的项, 使式子中出现完全平方式, 再减去这个项, 使整个式子的值不变, 这种方法叫做配方法;

配方法是一种重要的解决问题的数学方法, 不仅可以将一个看似不能分解的多项式分解因式, 还能解决一些与非负数有关的问题或求代数式最大值, 最小值等.

例如: 分解因式

$$x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 4 = (x+1)^2 - 4 = (x+1+2)(x+1-2) = (x+3)(x-1);$$

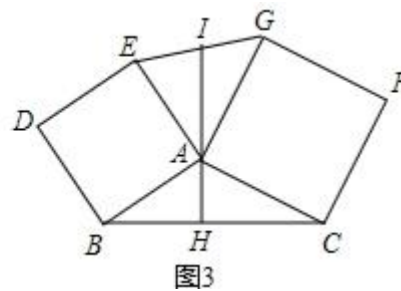
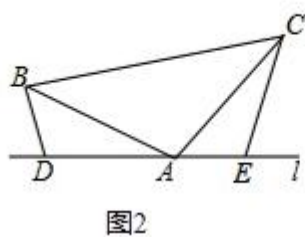
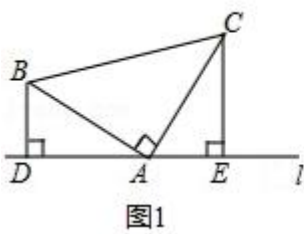
再例如求代数式  $2x^2 + 4x - 6$  的最小值.  $2x^2 + 4x - 6 = 2(x^2 + 2x - 3) = 2(x+1)^2 - 8$ . 可知当  $x = -1$  时,  $2x^2 + 4x - 6$  有最小值, 最小值是  $-8$ , 根据阅读材料用配方法解决下列问题:

- (1) 分解因式:  $m^2 - 4m - 5$ ;
- (2) 当  $a, b$  为何值时, 多项式  $a^2 + b^2 - 4a + 6b + 18$  有最小值, 并求出这个最小值;
- (3) 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边, 且满足  $a^2 + 2b^2 + c^2 - 2b(a+c) = 0$ , 试判断此三角形的形状.

27. (10分) (1) 某学习小组在探究三角形全等时, 发现了下面这种典型的基本图形. 如图 1, 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC$ , 直线  $l$  经过点  $A$ ,  $BD \perp$  直线  $l$ ,  $CE \perp$  直线  $l$ , 垂足分别为点  $D$ 、 $E$ . 证明:  $DE=BD+CE$ .

(2) 组员小刘想, 如果三个角不是直角, 那结论是否会成立呢? 如图 2, 将 (1) 中的条件改为: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $D$ 、 $A$ 、 $E$  三点都在直线  $l$  上, 并且有  $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$ , 其中  $\alpha$  为任意锐角或钝角. 请问结论  $DE=BD+CE$  是否成立? 如成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

(3) 数学老师赞赏了他们的探索精神, 并鼓励他们运用这个知识来解决问题: 如图 3, 过  $\triangle ABC$  的边  $AB$ 、 $AC$  向外作正方形  $ABDE$  和正方形  $ACFG$ ,  $AH$  是  $BC$  边上的高, 延长  $HA$  交  $EG$  于点  $I$ , 求证:  $I$  是  $EG$  的中点.



一. 选择题 (共 10 小题, 满分 20 分, 每小题 2 分)

1. (2 分) 下列各式中, 不正确的是 ( )

- A.  $a^4 \div a^3 = a$       B.  $(a^{-3})^2 = a^{-6}$       C.  $a \cdot a^{-2} = a^3$       D.  $a^2 - 2a^2 = -a^2$

【分析】A: 底数不变, 指数相减;

B: 底数不变, 指数相乘;

C: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加;

D: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

【解答】解: A: 原式 =  $a$ ,  $\therefore$  不符合题意;

B: 原式 =  $a^{-6}$ ,  $\therefore$  不符合题意;

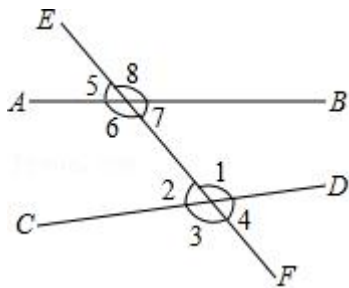
C: 原式 =  $a^{-1}$ ,  $\therefore$  符合题意;

D: 原式 =  $-a^2$ ,  $\therefore$  不符合题意;

故选: C.

【点评】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方、负整数指数幂、同底数幂的除法, 熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

2. (2 分) 如图, 直线 AB、CD 与 EF 相交, 则  $\angle 2$  的内错角是 ( )



- A.  $\angle 8$       B.  $\angle 7$       C.  $\angle 6$       D.  $\angle 4$

【分析】两直线被第三条直线所截, 在截线的两侧, 被截线的内部两个角是内错角.

【解答】解: 由题可得,  $\angle 2$  的内错角是  $\angle 7$ ,

故选: B.

【点评】本题主要考查同位角、内错角和同旁内角的定义, 同位角的边构成“F”形, 内错角的边构成“Z”形, 同旁内角的边构成“U”形.

3. (2 分) 已知关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} ax + by = 0 \\ 3ax - 2by = 10 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ , 则  $a, b$  的值是 ( )

- A.  $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

【分析】把  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$  代入方程组  $\begin{cases} ax + by = 0 \\ 3ax - 2by = 10 \end{cases}$  得到关于  $a, b$  的二元一次方程组，解之即可。

【解答】解：把  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$  代入方程组  $\begin{cases} ax + by = 0 \\ 3ax - 2by = 10 \end{cases}$  得：

$$\begin{cases} 2a - b = 0 \\ 6a + 2b = 10 \end{cases}$$

解得：  $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$

故选：A.

【点评】本题考查了二元一次方程组的解，正确掌握代入法和解二元一次方程组的方法是解题的关键。

4. (2分) 下列等式从左到右的变形中，属于因式分解的是 ( )

A.  $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

B.  $x^2 - 7x + 3 = x(x - 7) + 3$

C.  $(x+3)(x-3) = x^2 + 9$

D.  $x^2 - 1 + 3x = (x+1)(x-1) + 3x$

【分析】直接利用因式分解的定义分析得出答案。

【解答】解：A、 $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$ ，属于因式分解，符合题意；

B、 $x^2 - 7x + 3 = x(x - 7) + 3$ ，不符合因式分解的定义，故此选项错误；

C、 $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$ ，不符合因式分解的定义，故此选项错误；

D、 $x^2 - 1 + 3x = (x+1)(x-1) + 3x$ ，不符合因式分解的定义，故此选项错误；

故选：A.

【点评】此题主要考查了因式分解的意义，正确把握因式分解的定义是解题关键。

5. (2分) 某人分两次在市场上买了同一批货物，第一次买了3件，平均价格为每件  $a$  元，第二次买了2

件，平均价格为每件  $b$  元。后来他以每件  $\frac{a+b}{2}$  元的价格全部卖出，结果发现自己赔钱了，赔钱的原因是

( )

A.  $a = b$

B.  $a > b$

C.  $a < b$

D.  $a \geq b$

【分析】首先表示出5件货物的平均价格为  $\frac{3a+2b}{5}$  元，而以每件  $\frac{a+b}{2}$  元的价格把货物全部卖掉，结果



赔了钱，所以有  $\frac{3a+2b}{5} > \frac{a+b}{2}$ ，继而得出  $a$  和  $b$  的关系。

【解答】解：∵5 件货物的平均价格为  $\frac{3a+2b}{5}$  元，

∴以每件  $\frac{a+b}{2}$  元的价格把货物全部卖掉，结果赔了钱，

$$\therefore \frac{3a+2b}{5} > \frac{a+b}{2},$$

解得：  $a > b$ ，

故选：B。

【点评】此题主要考查不等式的性质，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，联系实际，进而找到所求的量的等量关系。

6. (2 分) 不等式组  $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases}$  的解集是 ( )

- A.  $x < 2$                       B.  $x \geq -3$                       C.  $-3 < x \leq 2$                       D.  $x \leq 2$

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可。

【解答】解：  $\begin{cases} x+3 > 0 & \text{①} \\ x-2 \leq 0 & \text{②} \end{cases}$ ，

∴解不等式①得：  $x > -3$ ，

解不等式②得：  $x \leq 2$ ，

∴不等式组的解集是  $-3 < x \leq 2$ ，

故选：C。

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键。

7. (2 分) 下列命题中是真命题是 ( )

- A. 三角形的外角大于它的任何一个内角  
 B. 有两角及边对应相等的两个三角形全等  
 C. 等腰三角形一边上的中线也是这边上的高  
 D. 平行于同一直线的两直线平行

【分析】根据三角形的外角的性质，全等三角形的判定，平行线的判定一一判断即可。

【解答】解：A、三角形的外角大于它的任何一个内角，错误，应该是三角形的外角大于它的任何一个

和它不相邻的内角，本选项不符合题意。

B、有两角及边对应相等的两个三角形全等，错误，应该是有两角夹边对应相等的两个三角形全等，本选项不符合题意。

C、等腰三角形一边上的中线也是这边上的高，错误，应该是等腰三角形底边上的中线也是这边上的高，本选项不符合题意。

D、平行于同一直线的两直线平行，是真命题。

故选：D。

【点评】本题考查命题与定理，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型。

8. (2分) 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle DEF$ 的周长为12， $AB=3$ ， $BC=4$ ，则 $DF$ 的长为( )

- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

【分析】根据全等三角形的性质分别求出 $DE$ 、 $EF$ ，根据三角形的周长公式计算，得到答案。

【解答】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ，

$$\therefore DE=AB=3, EF=BC=4,$$

$$\because \triangle DEF \text{ 的周长为 } 12,$$

$$\therefore DF=12 - DE - EF=12 - 3 - 4=5,$$

故选：C。

【点评】本题考查的是全等三角形的性质，掌握全等三角形的对应边相等是解题的关键。

9. (2分) 将正整数按如图方式进行有规律的排列，第2行最后一个数是4，第3行最后一个数是7，第4行最后一个数是10，…。按此规律，若2022是第 $m$ 行第 $n$ 个数，则 $m$ ， $n$ 的值分别是( )

```

      1
    2 3 4
  3 4 5 6 7
4 5 6 7 8 9 10
5 6 7 8 9 10 11 12 13
...
    
```

- A.  $m=674$ ， $n=1346$                       B.  $m=674$ ， $n=1347$   
 C.  $m=675$ ， $n=1348$                       D.  $m=675$ ， $n=1349$

【分析】第 $n$ 行最后一个数是 $1+3(n-1)$ ，先求出第674行的最后一个数是2020，再求2022在第675行中的位置即可。

【解答】解：由题意可知，第 $n$ 行最后一个数是 $1+3(n-1)$ ，

当  $2022=1+3(n-1)$  时,  $n=674\cdots 2$ ,

$\therefore$  第 674 行的最后一个数是 2020,

$\therefore$  2022 是第 675 行的数,

$\therefore m=675$ ,

$\therefore 2022-675+1=1348$ ,

$\therefore n=1348$ ,

故选: C.

【点评】 本题考查数字的变化规律, 根据所给数的特点, 找到最后一个数的规律是解题的关键.

10. (2 分) 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{2x-m}{3} \geq 2 \\ x+7 \leq 3(x+1) \end{cases}$  的解集为  $x \geq 2$ , 且关于  $x$  的方程  $\frac{m-(3-2x)}{5} = x-2$  有非

负整数解, 则所有符合条件的整数  $m$  的和为 ( )

A. - 11

B. - 27

C. - 7

D. - 15

【分析】 表示出不等式组的解集, 由已知解集确定出  $m$  的范围, 表示出方程的解, 由方程有非负整数解, 确定出整数  $m$  的值即可.

【解答】 解: 解不等式  $\frac{2x-m}{3} \geq 2$ , 得:  $x \geq 3 + \frac{m}{2}$ ,

解不等式  $x+7 \leq 3(x+1)$ , 得:  $x \geq 2$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为  $x \geq 2$ ,

$\therefore 3 + \frac{m}{2} \leq 2$ ,

解得  $m \leq -2$ ,

解方程  $\frac{m-(3-2x)}{5} = x-2$ , 得:  $x = \frac{7+m}{3}$ ,

$\therefore$  方程的解为非负整数,

$\therefore \frac{7+m}{3} \geq 0$ ,

$\therefore m \geq -7$ ,

则符合条件的所有整数  $m$  为 - 7, - 4,

则所有符合条件的整数  $m$  的和为 - 11.

故选: A.

【点评】此题考查了解一元一次不等式组及一元一次方程的解，熟练掌握各自的解法是解本题的关键。

## 二. 填空题（共 8 小题，满分 16 分，每小题 2 分）

11. (2 分) 把命题“垂直于同一条直线的两直线平行”，改写成“如果…，那么…”的形式：如果两条直线垂直于同一条直线，那么这两条直线平行。

【分析】命题由题设和结论两部分组成。题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项。命题常常可以写为“如果…那么…”的形式，如果后面接题设，而那么后面接结论。

【解答】解：把命题“垂直于同一条直线的两直线平行”，改写成“如果…，那么…”的形式：如果两条直线垂直于同一条直线，那么这两条直线平行。

【点评】根据命题的定义来写。如果后面接题设，而那么后面接结论。

12. (2 分) 刘老师出版了一本书，并一次性取回了应得的稿费，按照个人所得税法的规定，稿费扣除 800 元后，余额按照 14% 的比例征收个人所得税。已知刘老师缴了 98 元的个人所得税，则他的稿费为 1500 元。

【分析】可设他的稿费为  $x$  元，根据稿费扣除 800 元后，余额按照 14% 的比例征收个人所得税，刘老师缴了 98 元的个人所得税，依此列出方程计算即可求解。

【解答】解：设他的稿费为  $x$  元，依题意有

$$14\%(x - 800) = 98,$$

解得  $x = 1500$ 。

故他的稿费为 1500 元。

故答案为：1500。

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解决本题的难点是得到刘老师稿费超过 800 元的部分，关键是得到相应的等量关系。

13. (2 分) 将 160000000 用科学记数法表示为  $1.6 \times 10^8$ 。

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数。确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值  $\geq 10$  时， $n$  是正整数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负整数。

【解答】解： $160000000 = 1.6 \times 10^8$ 。

故答案为： $1.6 \times 10^8$ 。

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值。

14. (2 分) 一只蚂蚁从 A 点出发向前走 5cm，向左转  $45^\circ$ ，继续走 5cm，再左转  $45^\circ$ ，它以同样的走法

第一次走回 A 点时，共走了 40 cm

【分析】本题首先要理解题意，这只蚂蚁所走的路程正好是一个外角为  $45^\circ$  的多边形的周长，进而求出多边形的周长即可。

【解答】解： $\because$ 由题意可知它所走的路程正好是一个外角为  $45^\circ$  的多边形的周长，  
 $\therefore$ 由  $360^\circ \div 45^\circ = 8$ ，则此多边形为八边形，  
 $\because$ 由题意可知它的边长为  $5\text{cm}$ ，  
 $\therefore$ 此八边形的周长为  $40\text{cm}$ ，即它共走了  $40\text{cm}$ 。

【点评】本题主要考查多边形的外角和定理，即任意多边形的外角和都是  $360^\circ$ 。

15. (2分) 已知方程组  $\begin{cases} 2x + 3y = a \\ 4x - 3y = a - 4 \end{cases}$  的解  $x$  与  $y$  的和是 2，则  $a = \underline{5}$ 。

【分析】用加减消元法解方程，用  $a$  表示  $x$ 、 $y$ ，再根据  $x$  与  $y$  的和是 2，列一元一次方程，解出即可。

【解答】解： $\begin{cases} 2x + 3y = a \text{ ①} \\ 4x - 3y = a - 4 \text{ ②} \end{cases}$

①+②得  $6x = 2a - 4$ ，

$$x = \frac{a-2}{3},$$

把  $x = \frac{a-2}{3}$  代入①得  $y = \frac{a+4}{9}$ ，

$\therefore x+y=2$ ，

$$\therefore \frac{a-2}{3} + \frac{a+4}{9} = 2,$$

解得  $a=5$ 。

故答案为：5。

【点评】本题主要考查了二元一次方程组的解，掌握加减消元法解方程，用  $a$  表示  $x$ 、 $y$  是解题关键。

16. (2分) 如果不等式组  $\begin{cases} x < 8 \\ x > m \end{cases}$  无解，那么  $m$  的取值范围是  $m \geq 8$ 。

【分析】根据不等式组无解得出答案即可。

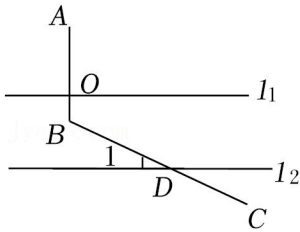
【解答】解： $\because$ 不等式组  $\begin{cases} x < 8 \\ x > m \end{cases}$  无解，

$\therefore m$  的取值范围是  $m \geq 8$ ，

故答案为： $m \geq 8$ .

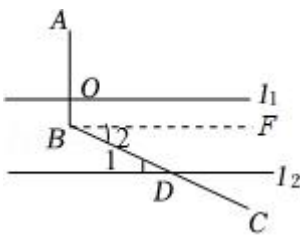
【点评】本题考查了不等式组的解集，能熟记求不等式组解集的规律是解此题的关键.

17. (2分) 如图，直线  $l_1 \parallel l_2$ ,  $AB \perp l_1$ , 垂足为点  $O$ ,  $BC$  与  $l_2$  相交于点  $D$ , 若  $\angle 1 = 30^\circ$ , 则  $\angle ABC = \underline{120^\circ}$ .



【分析】过点  $B$  作  $BF \parallel l_1$ , 利用平行线的性质求出  $\angle 2$  的度数即可.

【解答】解：过点  $B$  作  $BF \parallel l_1$ ,



$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore BF \parallel l_2,$$

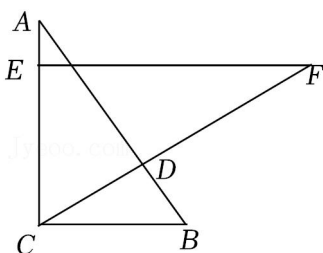
$$\therefore \angle ABF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ, \quad \angle 2 = \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABF + \angle 2 = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ.$$

故答案为： $120^\circ$ .

【点评】本题考查平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键.

18. (2分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BC = 4\text{cm}$ ,  $CD \perp AB$ , 在  $AC$  上取一点  $E$ , 使  $EC = 4\text{cm}$ , 过点  $E$  作  $EF \perp AC$  交  $CD$  的延长线于点  $F$ . 若  $AE = 1\text{cm}$ , 则  $EF = \underline{5}\text{cm}$ .



【分析】由  $CD \perp AB$ ,  $EF \perp AC$  就可以得出  $\angle FEC = \angle ADC = 90^\circ$ , 就有  $\angle A = \angle F$ , 就可以得出  $\triangle ABC \cong \triangle FCE$ , 就有  $EF = AC$  而求出结论.

【解答】解： $\because CD \perp AB$ ,  $EF \perp AC$ ,

$$\therefore \angle FEC = \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle A = \angle ACD + \angle F = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle F,$$

$$\therefore BC = EC = 4\text{cm},$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle FCE$  中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle FEC \\ \angle A = \angle F \\ BC = EC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AC = FE,$$

$$\therefore AC = AE + EC,$$

$$\therefore FE = AE + EC,$$

$$\therefore EC = 4\text{cm}, AE = 1\text{cm},$$

$$\therefore FE = 4 + 1 = 5\text{cm}.$$

故答案为: 5.

**【点评】** 本题考查了垂直的性质的运用, 直角三角形的性质的运用, 全等三角形的判定与性质的运用, 解答时证明三角形全等是关键.

### 三. 解答题 (共 9 小题, 满分 64 分)

19. (6 分) 计算

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-\sqrt{2})^0 + (-3)^2$$

$$(2) -3xy(2x^2y^2 - \frac{5}{6}xy^3 + 1)$$

**【分析】** (1) 先根据负整数指数幂, 零指数幂, 有理数的乘方进行计算, 再求出即可;

(2) 根据单项式乘以多项式法则求出即可.

**【解答】** 解: (1) 原式 = -2 - 1 + 9

$$= 6;$$

$$(2) -3xy(2x^2y^2 - \frac{5}{6}xy^3 + 1)$$

$$= -6x^3y^3 + \frac{5}{2}x^2y^4 - 3xy.$$

**【点评】** 本题考查了单项式乘以多项式, 负整数指数幂, 零指数幂, 有理数的乘方, 幂的乘方等知识点, 能灵活运用法则进行计算和化简是解此题的关键.

20. (6分) 分解因式:

$$\begin{aligned}
 & (1) (4m^2+9)^2 - 144m^2; \\
 & = (4m^2+9+12m)(4m^2+9-12m) \\
 & = (2m+3)^2(2m-3)^2; \\
 & (2) x^2 - xy + 4x - 4y \\
 & = (x^2 - xy) + (4x - 4y) \\
 & = x(x - y) + 4(x - y) \\
 & = (x - y)(x + 4);
 \end{aligned}$$

21. (6分) 解方程组或不等式组:

$$\begin{aligned}
 (1) & \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}; \\
 (2) & \begin{cases} x - 2(x - 1) \leq 1 \\ \frac{1+x}{3} > x - 1 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

【分析】(1) 利用加减消元法求解即可;

(2) 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解: (1)  $\begin{cases} x + 2y = 0 & \text{①} \\ 2x - 3y = 7 & \text{②} \end{cases}$ ,

①×2 - ②, 得:  $7y = -7$ ,

解得  $y = -1$ ,

将  $y = -1$  代入①, 得:  $x - 2 = 0$ ,

解得  $x = 2$ ,

则方程组的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ ;

(2) 解不等式  $x - 2(x - 1) \leq 1$ , 得:  $x \geq 1$ ,

解不等式  $\frac{1+x}{3} > x - 1$ , 得:  $x < 2$ ,

则不等式组的解集为  $1 \leq x < 2$ .

【点评】本题考查的是解二元一次方程组和一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.



22. (5分) 求值:  $(m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2)$ , 其中  $m = -2$ ,  $n = -1$ .

【分析】将  $m = -2$ ,  $n = -1$  代入  $m - 2n$ , 得到  $m - 2n = 0$ , 依此即可求解.

【解答】解: 将  $m = -2$ ,  $n = -1$  代入  $m - 2n$ , 得  $m - 2n = -2 + 2 = 0$ ,

则  $(m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2) = 0$ .

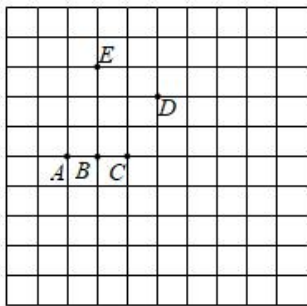
【点评】本题考查了整式的混合运算—化简求值, 关键是熟悉 0 乘任何数都得 0 的知识点.

23. (6分) 如图,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  为正方形网格中的“格点”(格线的交点).

(1) 以  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  这 5 个点中的 3 个点为顶点画三角形, 一共可以画 9 个, 其中等腰三角形有 2 个;

(2) 请画出  $\triangle ABD$  先向右平移 4 格, 再向下平移 2 格所得的  $\triangle A'B'D'$ ;

(3) 请直接写出 (1) 中所有与  $\triangle A'B'D'$  面积相等的三角形:  $\triangle BCD$ ,  $\triangle ABD$ .



【分析】(1) 根据三角形的定义以及等腰三角形的定义解决问题即可.

(2) 利用平移变换的性质分别作出  $A$ ,  $B$ ,  $D$  对应点  $A'$ ,  $B'$ ,  $D'$  即可.

(3) 利用三角形的面积公式判断即可.

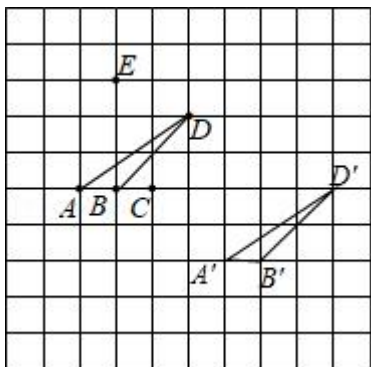
【解答】解: (1) 一共可以画 9 个, 其中等腰三角形有 2 个.

故答案为: 9, 2.

(2) 如图,  $\triangle A'B'D'$  即为所求.

(3) (1) 中所有与  $\triangle A'B'D'$  面积相等的三角形有  $\triangle BCD$ ,  $\triangle ABD$ ,

故答案为:  $\triangle BCD$ ,  $\triangle ABD$ .



【点评】本题考查作图—平移变换, 等腰三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用

用所学知识解决问题.

24. (8分) 某厂计划生产 A, B 两种产品若干件, 已知两种产品的成本价和销售价如表:

类别	A 种产品	B 种产品
价格		
成本价 (元/件)	400	300
销售价 (元/件)	560	450

(1) 第一次工厂用 220000 元资金生产了 A, B 两种产品共 600 件, 求两种产品各生产多少件?

(2) 第二次工厂生产时, 工厂规定 A 种产品生产数量不得超过 B 种产品生产数量的一半. 工厂计划生产两种产品共 3000 件, 应如何设计生产方案才能获得最大利润, 最大利润是多少?

**【分析】**(1) 设生产了 A 种产品  $x$  件, B 种产品  $y$  件, 由表中数据列出二元一次方程组, 解方程组即可;

(2) 设 A 种产品生产  $m$  件, 总利润为  $w$  元, 由题意: 工厂规定 A 种产品生产数量不得超过 B 种产品生产数量的一半. 列出一元一次不等式, 得  $m \leq 1000$ , 再求出  $w = 10m + 450000$ , 然后由一次函数的性质求解即可.

**【解答】**解: (1) 设生产了 A 种产品  $x$  件, B 种产品  $y$  件,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x + y = 600 \\ 400x + 300y = 220000 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 400 \\ y = 200 \end{cases}$$

答: 生产了 A 种产品 400 件, B 种产品 200 件;

(2) 设 A 种产品生产  $m$  件,

$$\text{由题意得: } m \leq \frac{1}{2} (3000 - m),$$

$$\therefore m \leq 1000,$$

设总利润为  $w$  元,

$$\text{由题意得: } w = (560 - 400)m + (450 - 300)(3000 - m) = 10m + 450000,$$

$$\therefore 10 > 0,$$

$\therefore w$  随  $m$  的增大而增大,

$\therefore$  当  $m = 1000$  时,  $w$  最大 = 460000,

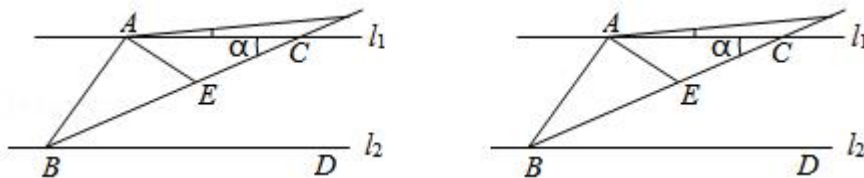
此时  $3000 - m = 2000$ ,

答: 生产 A 种产品 1000 件, B 种产品 2000 件, 才能获得最大利润, 最大利润是 460000 元.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出二元一次方程组；(2) 找出数量关系，正确列出一元一次不等式。

25. (8分) 如图， $AC \parallel BD$ ， $BC$  平分  $\angle ABD$ ，设  $\angle ACB$  为  $\alpha$ ，点  $E$  是射线  $BC$  上的一个动点。

- (1) 若  $\alpha = 25^\circ$  时，且点  $E$  在  $l_1$  下方， $\angle BAE = \angle CAE$ ，求  $\angle CAE$  的度数；
- (2) 若点  $E$  运动到  $l_1$  上方，且满足  $\angle BAE = 120^\circ$ ， $\angle BAE : \angle CAE = 6 : 1$ ，求  $\alpha$  的值；
- (3) 若  $\angle BAE : \angle CAE = m$  ( $m > 1$ )，求  $\angle CAE$  的度数 (用含  $m$  和  $\alpha$  的代数式表示)。



【分析】(1) 根据平行线的性质可得  $\angle CBD$  的度数，再根据角平分线的性质可得  $\angle ABE$  的度数，应用三角形内角和计算  $\angle BAC$  的度数，由已知条件  $\angle BAE = \angle CAE$ ，可计算出  $\angle CAE$  的度数；

(2) 根据题意画出图形，先根据  $\angle BAE : \angle CAE = 6 : 1$  可计算出  $\angle CAE$  的度数，由  $\angle BAE = 120^\circ$  可计算出  $\angle BAC$  的度数，再根据平行线的性质和角平分线的性质，计算出  $\angle CBD$  的度数，即可得出结论；

(3) 根据题意可分两种情况，

①若点  $E$  运动到  $l_1$  上方，根据平行线的性质由  $\alpha$  可计算出  $\angle CBD$  的度数，再根据角平分线的性质和平行线的性质，计算出  $\angle BAC$  的度数，再  $\angle BAE : \angle CAE = n$ ， $\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE$ ，列出等量关系求解即可等结论；

②若点  $E$  运动到  $l_1$  下方，根据平行线的性质由  $\alpha$  可计算出  $\angle CBD$  的度数，再根据角平分线的性质和平行线的性质，计算出  $\angle BAC$  的度数，再  $\angle BAE : \angle CAE = n$ ， $\angle BAE = \angle BAC - \angle CAE$  列出等量关系求解即可等结论。

【解答】解：(1)  $\because \alpha = 25^\circ$ ， $AC \parallel BD$ ，

$$\therefore \angle CBD = 25^\circ,$$

$\because BC$  平分  $\angle ABD$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle CBD = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABE - \alpha = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ,$$

又  $\because \angle BAE = \angle CAE$ ，

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ;$$

(2) 根据题意画图，如图 1 所示，

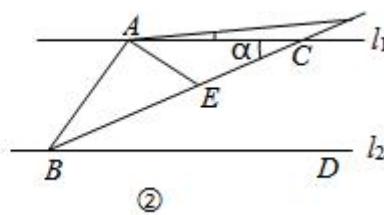
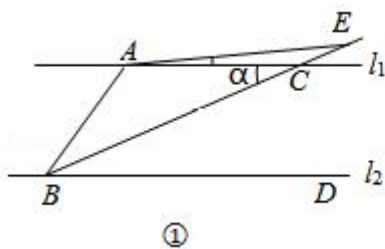
$$\because \angle BAE = 120^\circ, \angle BAE : \angle CAE = 6 : 1,$$

$\therefore \angle CAE = 20^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BAC = \angle BAE - \angle CAE = 120^\circ - 20^\circ = 100^\circ$  ,  
 $\therefore AC \parallel BD$  ,  
 $\therefore \angle ABD = 180^\circ - \angle BAC = 80^\circ$  ,  
 又  $\therefore BC$  平分  $\angle ABD$  ,  
 $\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABD = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$  ,  
 $\therefore \alpha = \angle CBD = 40^\circ$  ;

(3) ①如图①所示,

$\therefore AC \parallel BD$  ,  
 $\therefore \angle CBD = \angle ACB = \alpha$  ,  
 $\therefore BC$  平分  $\angle ABD$  ,  
 $\therefore \angle ABD = 2 \angle CBD = 2\alpha$  ,  
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 2\alpha$  ,  
 又  $\therefore \angle BAE : \angle CAE = n$  ,  
 $\therefore (\angle BAC + \angle CAE) : \angle CAE = n$  ,  
 $(180^\circ - 2\alpha + \angle CAE) : \angle CAE = n$  ,

解得  $\angle CAE = \frac{180^\circ - 2\alpha}{n-1}$  ;



②如图②所示,

$\therefore AC \parallel BD$  ,  
 $\therefore \angle CBD = \angle ACB = \alpha$  ,  
 $\therefore BC$  平分  $\angle ABD$  ,  
 $\therefore \angle ABD = 2 \angle CBD = 2\alpha$  ,  
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 2\alpha$  ,  
 又  $\therefore \angle BAE : \angle CAE = n$  ,

$$\therefore (\angle BAC - \angle CAE): \angle CAE = n,$$

$$(180^\circ - 2\alpha - \angle CAE): \angle CAE = n,$$

$$\text{解得 } \angle CAE = \frac{180^\circ - 2\alpha}{n+1}.$$

$$\text{综上 } \angle CAE \text{ 的度数为: } \frac{180^\circ - 2\alpha}{n-1} \text{ 或 } \frac{180^\circ - 2\alpha}{n+1}.$$

**【点评】** 本题主要考查平行线的性质和角平分线的性质，两直线平行，同位角相等。两直线平行，同旁内角互补。两直线平行，内错角相等，合理应用平行线的性质是解决本题的关键。

26. (10分) 阅读下列材料:

(1) 将一个多项式化成几个整式的积的形式，像这样的式子变形，叫做这个多项式的因式分解：例如  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ;

(2) 我们把多项式  $a^2+2ab+b^2$  及  $a^2 - 2ab+b^2$  叫做完全平方式，如果一个多项式不是完全平方式，我们常做如下变形：先添加一个适当的项，使式子中出现完全平方式，再减去这个项，使整个式子的值不变，这种方法叫做配方法；

配方法是一种重要的解决问题的数学方法，不仅可以将一个看似不能分解的多项式分解因式，还能解决一些与非负数有关的问题或求代数式最大值，最小值等。

例如：分解因式

$$x^2+2x-3 = (x^2+2x+1) - 4 = (x+1)^2 - 4 = (x+1+2)(x+1-2) = (x+3)(x-1);$$

再例如求代数式  $2x^2+4x-6$  的最小值。  $2x^2+4x-6 = 2(x^2+2x-3) = 2(x+1)^2 - 8$ 。可知当  $x = -1$  时，  $2x^2+4x-6$  有最小值，最小值是  $-8$ ，根据阅读材料用配方法解决下列问题：

(1) 分解因式：  $m^2 - 4m - 5$ ;

(2) 当  $a, b$  为何值时，多项式  $a^2+b^2 - 4a+6b+18$  有最小值，并求出这个最小值；

(3) 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边，且满足  $a^2+2b^2+c^2 - 2b(a+c) = 0$ ，试判断此三角形的形状。

**【分析】** (1) 根据完全平方公式把原式变形，根据平方差公式进行因式分解；

(2) 根据完全平方公式把原式变形，根据偶次方的非负性解答即可；

(3) 先根据单项式乘多项式把原式化简，根据完全平方公式变形，根据偶次方的非负性得到  $a=b, b=c$ ，根据等边三角形的概念解答即可。

**【解答】** 解：(1)  $m^2 - 4m - 5$

$$= m^2 - 4m + 4 - 9$$

$$= (m-2)^2 - 3^2$$

$$= (m - 2 + 3)(m - 2 - 3)$$

$$= (m + 1)(m - 5);$$

$$(2) a^2 + b^2 - 4a + 6b + 18$$

$$= a^2 - 4a + 4 + b^2 + 6b + 9 + 5$$

$$= (a - 2)^2 + (b + 3)^2 + 5,$$

当  $a = 2, b = -3$  时,  $a^2 + b^2 - 4a + 6b + 18$  有最小值 5;

$$(3) \because a^2 + 2b^2 + c^2 - 2b(a + c) = 0,$$

$$\therefore a^2 + 2b^2 + c^2 - 2ab - 2bc = 0,$$

$$\therefore a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 = 0,$$

$$\therefore (a - b)^2 + (b - c)^2 = 0,$$

$$\therefore a = b, b = c,$$

$$\therefore a = b = c,$$

$\therefore \triangle ABC$  为等边三角形.

**【点评】** 本题考查的是配方法的应用, 掌握完全平方公式、偶次方的非负性是解题的关键.

27. (10分) (1) 某学习小组在探究三角形全等时, 发现了下面这种典型的基本图形. 如图 1, 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 直线  $l$  经过点  $A$ ,  $BD \perp$  直线  $l$ ,  $CE \perp$  直线  $l$ , 垂足分别为点  $D, E$ . 证明:  $DE = BD + CE$ .

(2) 组员小刘想, 如果三个角不是直角, 那结论是否会成立呢? 如图 2, 将 (1) 中的条件改为: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D, A, E$  三点都在直线  $l$  上, 并且有  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ , 其中  $\alpha$  为任意锐角或钝角. 请问结论  $DE = BD + CE$  是否成立? 如成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

(3) 数学老师赞赏了他们的探索精神, 并鼓励他们运用这个知识来解决问题: 如图 3, 过  $\triangle ABC$  的边  $AB, AC$  向外作正方形  $ABDE$  和正方形  $ACFG$ ,  $AH$  是  $BC$  边上的高, 延长  $HA$  交  $EG$  于点  $I$ , 求证:  $I$  是  $EG$  的中点.

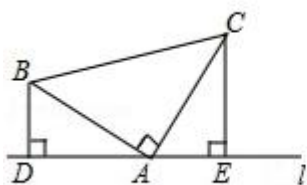


图1

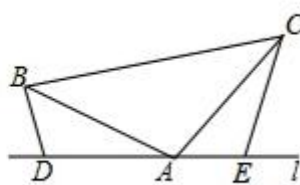


图2

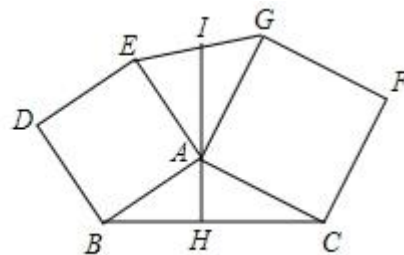


图3

**【分析】** (1) 由条件可证明  $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ , 可得  $DA = CE, AE = BD$ , 可得  $DE = BD + CE$ ;

(2) 由条件可知  $\angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha$ , 且  $\angle DBA + \angle BAD = 180^\circ - \alpha$ , 可得  $\angle DBA = \angle CAE$ , 结合条件可证明  $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ , 同 (1) 可得出结论;

(3) 由条件可知  $EM=AH=GN$ ，可得  $EM=GN$ ，结合条件可证明  $\triangle EMI \cong \triangle GNI$ ，可得出结论  $I$  是  $EG$  的中点.

【解答】解：(1) 如图 1，

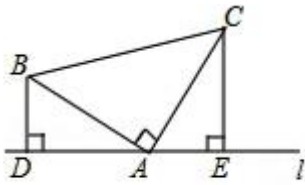


图1

$\because BD \perp$  直线  $l$ ,  $CE \perp$  直线  $l$ ,

$\therefore \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$ ,

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$

$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CAE = \angle ABD$

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle CEA$  中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle CEA \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$  (AAS),

$\therefore AE = BD, AD = CE,$

$\therefore DE = AE + AD = BD + CE;$

(2)  $DE = BD + CE.$

如图 2，

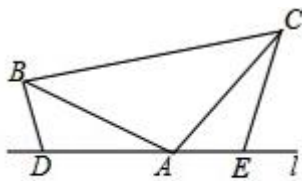


图2

证明如下：

$\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha$ ,

$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha$ ,

$\therefore \angle DBA = \angle CAE,$

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle CEA$  中.

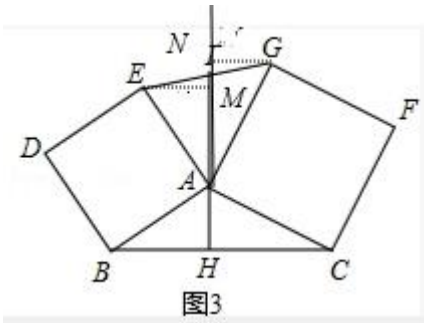
$$\begin{cases} \angle BDA = \angle AEC \\ \angle DBA = \angle CAE \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$  (AAS),

$\therefore AE = BD, AD = CE,$

$\therefore DE = AE + AD = BD + CE$

(3) 如图 3,



过  $E$  作  $EM \perp HI$  于  $M$ ,  $GN \perp HI$  的延长线于  $N$ .

$\therefore \angle EMI = \angle GNI = 90^\circ$

由 (1) 和 (2) 的结论可知  $EM = AH = GN$

$\therefore EM = GN$

在  $\triangle EMI$  和  $\triangle GNI$  中,

$$\begin{cases} \angle EIM = \angle GIN \\ \angle EMI = \angle GNI \\ EM = GN \end{cases}$$

$\therefore \triangle EMI \cong \triangle GNI$  (AAS),

$\therefore EI = GI,$

$\therefore I$  是  $EG$  的中点.

**【点评】** 本题主要考查全等三角形的判定和性质，由条件证明三角形全等得到  $BD = AE$ 、 $CE = AD$  是解题的关键