因式分解提优



题型 01.提公因式与公式法综合

1．分解因式：$x^2+xy-6y^2+x+13y-6=$____.

2．若多项式$6m^2-6n+4mn-9m$可因式分解成$(am+bn)(cm+d)$，其中a，b，c，d均为整数，则$|a+b|\times|c+d|$的值是（　）

A．5　　B．6　　C．25　　D．30

3．因式分解：$(x+1)^4+(x+3)^4-272$.



题型 02.多步连续彻底因式分解

4．因式分解：$\left(y^2-8\right)^2-64=$_____.

5．分解因式：$3x^4-48=$_____.

6．分解因式：$-m^2n+6mn-9n=$_____.



题型 03.完全平方式参数求解

7．已知$M=2^n+2^8+1$，若M可以转换成某数平方的形式，则n的取值为_____.

8．若$a^2+(2t-1)ab+4b^2$是完全平方式，则实数t的值为（　）

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$或$-\frac{3}{2}$　　C．5　　D．4

9．若多项式x^2+mx+4能用完全平方公式分解因式，则整数m=_____.



题型 04.平方差公式单独变形分解

10．因式分解：$x^2-9y^2=$_____

11．分解因式：$x^2-\frac{4}{9}=$_____.

12．如果一个正整数能表示为两个正整数的平方差，那么这个正整数就称为“智慧数”，例如：$5=3^2-2^2$，5 就是一个“智慧数”．下列各数不是“智慧数”的是（　）

A．15　　B．16　　C．17　　D．18



题型 05.平方差完全平方公式混合分解

13．若 a，b，c 是一组勾股数，且 $a=2025^2+2026^2$，$b=4050\times2026$，$a>c$，则 $c=$_____．

14．因式分解：$16a^4-8a^2b^2+b^4=$_____．

15．因式分解：$a^4-27a^2b^2+b^4$．



题型 06.基础四项分组因式分解

16．因式分解：$x^3-3x^2+(a+2)x-2a$．

17．因式分解：$a^2(1-b)^2-1+2b-b^2$．

18．因式分解：$x^4+2x^3+5x^2+4x-12$．



题型 07.分组后结合公式因式分解

19．因式分解：$a^3-a^2b-ab^2+b^3=$_____．

20．分解因式：$9-4x^2+4xy-y^2=$_____．

21．因式分解：$x^3-2x^2y-7xy^2-4y^3=$_____.



题型 08.因式分解整体代入求值

22．已知$ab=2$，$a-b=4$，则代数式$a^3b-2a^2b^2+ab^3=$_____.

23．已知$m-n=5$，$mn=4$，那么$m^3n-2m^2n^2+mn^3=$_____.

24．若多项式$2\left(x^2+y^2\right)(x+y)^2-\left(x^2-y^2\right)^2$的值为0，则$x+y$的值为_____.



题型 09.因式分解简便运算

25．利用因式分解计算：$303^2-606\times297+297^2=$_____.

26．$\dfrac{(2^3-1)(3^3-1)(4^3-1)...(2020^3-1)}{(2^3+1)(3^3+1)(4^3+1)...(2020^3+1)}$的值最接近（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

27．利用因式分解计算：$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{16}\right)\times\lambda\times\left(1-\frac{1}{100}\right)\times\left(1-\frac{1}{121}\right)$.



题型 10.因式分解判定三角形形状

28．已知a,b,c为$\triangle ABC$的三边，且满足$a^2-b^2=ac-bc$，则$\triangle ABC$的形状是_____三角形.

29．已知$\triangle ABC$的三边的边长分别是a，b，c，且满足$a^2+2b^2-2b(a+c)+c^2=0$，判断此三角形的形状为_____.

30．分解因式$x^2-4y^2-2x+4y$，细心观察这个式子就会发现，前两项符合平方差公式，后两项可提取公因式，前后两部分分别分解因式后会产生公因式，然后提取公因式就可以完成整个式子的分解因式了，过程为：$x^2-4y^2-2x+4y=(x+2y)(x-2y)-2(x-2y)=(x-2y)(x+2y-2)$这种分解因式的方法叫分组分解法，利用这种方法解决下列问题：

(1)分解因式：a^2-4a-b^2+4b；

(2)$\triangle ABC$三边a，b，c满足$a^2-ab-ac+bc=0$，判断$\triangle ABC$的形状.



题型 11.因式分解证明整除问题

31．若关于x的二次三项式$2x^2+7x+m$能被$x+3$整除，则m的值为_____.

32．已知m,n均为正整数，且满足：$mn-2m-n-2025=0$，则$m+n=$_____.

33．若正整数$a_1,a_2,a_3,\ldots,a_9$满足$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_9^2$整除$(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9)^2-1$．请写出符合条件的$a_1,a_2,a_3,\ldots,a_9$的一组数：_____.

题型 12.因式分解式子规律探究

34．我国古代数学的许多发现都位居世界前列，其中“杨辉三角”就是一例，如图所示，它给出了$(a+b)^n$（n为非负整数）的展开式（按a的次数由大到小的顺序排列）的系数规律，例如：

1
1 1 …… $(a+b)^1=a+b$
1 2 1 …… $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
1 3 3 1 …… $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

请利用以上规律求出$(2x+1)^6$的展开式$a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则$a_5$的值是_____.

35．观察规律：$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$，

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$，

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{8}\cdots\cdots$，

若$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{1013}{2025}$（$n$为正整数），则$n$的值为_____.

36．我国古代数学的许多创新与发展都曾居世界前列．其中“杨辉三角”（图1）就是一例，其规律是：从第三行起，每行两端的数都是“1”，其余各数都等于该数“两肩”上的数之和．如图2中虚线标记的一列数：1,3,6,10,15,……，我们把第一个数记为a_1，第二个数记为a_2，第三个数记为a_3,……，第n个数记为a_n，若$a_{n+1}+a_n=2027^2$，则n的值是_____.

1 …… 第1行
1 1 …… 第2行
1 2 1 …… 第3行
1 3 3 1 …… 第4行
1 4 6 4 1 …… 第5行
1 5 10 10 5 1 …… 第6行
1 6 15 20 15 6 1 …… 第7行
…

图1

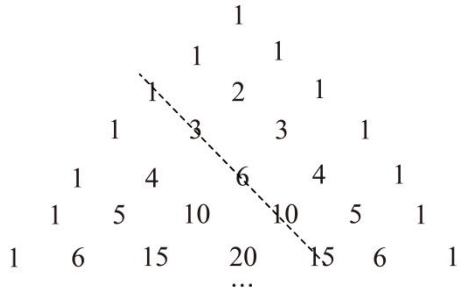


图2



题型 13.新定义运算

37．定义：若一个正整数 M 能表示成两个相邻偶数 a，$b(a>b\geq 0)$ 的平方差，即 $M=a^2-b^2$，且 M 的算术平方根是一个正整数，则称正整数 M 是“双方数”．例如：$36=10^2-8^2$，$\sqrt{36}=6$，36 就是一个“双方数”．若将“双方数”从小到大排列，第 100 个“双方数”为_____．

38．我们规定：若一个正整数 A 能写成 $A=m^2-mn$，其中 m 与 n 都是两位数，且 m 与 n 的十位数字相同，个位数字之和为 7，则称 A 为“积减数”，并把 A 分解成 $A=m^2-mn$ 的过程称为“积减分解”．例如：因为 $45=15^2-15\times 12$，15 与 12 的十位数字相同，个位数字 5 与 2 的和为 7，所以 45 是“积减数”．按照这个规定，最小的“积减数”是_____，把一个“积减数”A 进行“积减分解”，即 $A=m^2-mn$，将 m 放在 n 的左边组成一个新的四位数 B，若 B 与 m 的差除以 17 的余数为 15，则满足条件的所有正整数 A 的和为_____．

39．定义：对于任意四个有理数 a，b，c，d，定义一种新运算：$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=a^2+d^2+bc$．

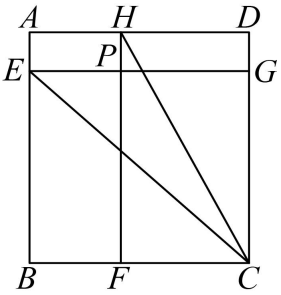
(1)求 $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 的值；

(2)若 $\begin{bmatrix} m & -n \\ km & 2n \end{bmatrix}=(m-2n)^2$，则 $k=$_____；

(3)若有理数 m，n 满足 $m+3n=5$，且 $\begin{bmatrix} m+4n & -4 \\ 4m^2+2n^2 & 4m-n \end{bmatrix}=13$．

①求 mn 的值；

②如图，四边形 $ABCD$ 是长方形，点 E，F，G，H 分别在边 AB，BC，CD，DA 上，连接 EG，FH 交于点 P，且 EG，FH 将长方形 $ABCD$ 分割成四个小长方形．若 $AB=9n$，$BF=3n$，$CF=3m$，$DG=m$，在①的条件下，请直接写出由线段 EP，PH，HC，CE 围成的图形的面积．





题型 14.因式分解中配方法应用

40．将多项式 $ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 变形为 $a(x+m)^2+n$ 的形式，这样的方法叫做配方法．利用配方法和非负数的性质可以求出多项式的最大（小）值．例如：$x^2-4x-5=x^2-4x+2^2-2^2-5=(x-2)^2-9$，

$\because (x-2)^2\geq 0$，$\therefore (x-2)^2-9\geq -9$，$\therefore$ 当 $x=2$ 时，多项式 x^2-4x-5 有最小值 -9．

已知 a，b 为实数，多项式 $(x+3)(3x+a)$ 展开后 x 的一次项系数为 m，多项式 $(3x+2)(x+b)$ 展开后 x 的一次项系数为 n，且 m，n 均为正整数，则当 $m+n=17$ 时，ab 的最大值为_____．

41．我们知道，$a^2+2ab+b^2$ 和 $a^2-2ab+b^2$ 这样的式子可以运用完全平方公式进行因式分解．有些多项式不是完全平方式，我们可以用配方法将多项式进行分解，并解决一些最值问题．

例如：①分解因式：x^2-2x-3；

解：原式 $=x^2-2x+1-1-3=(x-1)^2-4=(x-1)^2-2^2=(x-1+2)(x-1-2)$

$=(x+1)(x-3)$；

②求代数式 x^2-2x-3 的最小值．

解：原式 $=x^2-2x+1-1-3=(x-1)^2-4$，

$\because (x-1)^2\geq 0$，$\therefore (x-1)^2-4\geq -4$，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，代数式 x^2-2x-3 有最小值 -4．

结合以上材料解决下面的问题：

(1)分解因式：x^2-8x+7；

(2)当 x 为何值时，x^2-8x+7 有最小值？最小值为多少？

(3)求证：无论 x，y 取任何实数，代数式 $x^2+y^2+4x-6y+15$ 的值恒为正数．

42.【阅读理解，自主探究】把代数式通过配凑等手段，得到完全平方式，再运用完全平方式是非负数这一性质增加问题的条件，这种解题方法叫做配方法，配方法在代数式求值、解方程、最值问题等都有着广泛的应用.

例 1：因式分解：a^2+6a+8.

解：原式$=a^2+6a+9-1=(a+3)^2-1=(a+3-1)(a+3+1)=(a+2)(a+4)$.

例 2：若$M=a^2-2ab+2b^2-2b+2$，利用配方法求M的最小值.

解：$a^2-2ab+2b^2-2b+2=a^2-2ab+b^2+b^2-2b+1+1=(a-b)^2+(b-1)^2+1$.

$\because (a-b)^2\geq 0$，$(b-1)^2\geq 0$，

$\therefore$当$a=b=1$时，M有最小值 1.

请根据上述阅读材料，解决下列问题：

(1)用配方法因式分解：$a^2-12a+35=$_____；

(2)已知$a^2+2b^2+c^2-2ab+4b-6c+13=0$，求$a+b+c$的值.

(3)已知$P=x^2-y^2+6x-1$，$Q=2x^2+4y+13$，试比较P，Q的大小.

(4)若a,b为有理数且满足$ab=a+b,P=a^2-4ab+b^2+11$，求P的最小值.

未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027



如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872