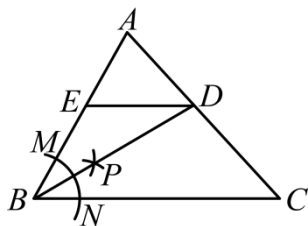


等腰三角形常见模型

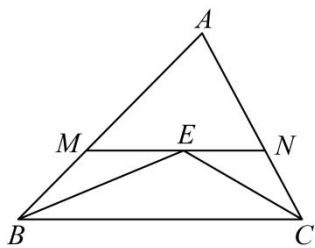
平行+平分现等腰模型

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以顶点 B 为圆心，适当长为半径画弧，交 BA 于点 M ，交 BC 于点 N ，再分别以点 M ， N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧在 $\angle ABC$ 内部交于一点 P ，过点 P 作射线 BP 交 AC 于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，交 AB 于点 E 。若 $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle BDC = 95^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数为（ ）



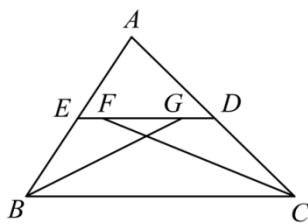
- A. 85° B. 75° C. 60° D. 55°

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E ，过点 E 作 $MN \parallel BC$ 交 AB 于 M ，交 AC 于 N ，若 $BM = 4$ ， $CN = 3$ ，则线段 MN 的长为（ ）



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线分别交 ED 于点 G ， F ，若 $FG = 4$ ， $ED = 9$ ，则 $BE + DC$ 的值为（ ）



- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

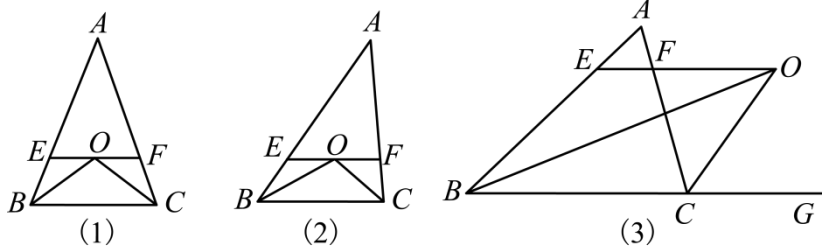
4. 已知如图 (1), $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle B$ 、 $\angle C$ 的平分线相交于点 O , 过点 O 作 $EF \parallel BC$ 交

AB 、 AC 于 E 、 F . (1) EF 与 BE 、 CF 间有怎样的关系? 写出你的猜想. (不用证明)

(2) 若 $AB \neq AC$, 第①问中 EF 与 BE 、 CF 间的关系还存在吗? 若不存在, 请说明理由, 若存在, 请写出证

明过程. (3) 若 $\triangle ABC$ 中, $AB \neq AC$, $\angle B$ 的平分线与三角形外角 $\angle ACG$ 的平分线 CO 交于 O , 过 O 点作

$OE \parallel BC$ 交 AB 于 E , 交 AC 于 F . 如图 (3), EF 与 BE 、 CF 间的关系如何? 为什么?



5. (1) 如图 1, $AE \parallel BC$, AE 平分 $\angle DAC$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是_三角形; (2) 如图 2, BC 平分 $\angle ABD$, $AC \parallel BD$, $AC=3$, 则 $AB=_$.

(3) 如图 3, 有 $\triangle ABC$ 中, BE 是角平分线, $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D . 若 $DE=7, AD=5$, 则 $AB=_$.

(4) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 F , 过点 F 作 $DE \parallel BC$, 分别交 AB , AC 于点 D , E . 若 $AB=12, AC=18, BC=24$, 则 $\triangle ADE$ 的周长为_. (5) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=5\text{ cm}$, BP, CP 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线, 且 $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$ 则 $\triangle PDE$ 的周长是_.

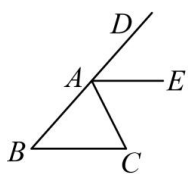


图 1

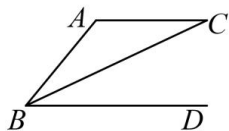


图 2



图 3

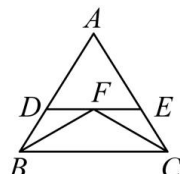


图 4

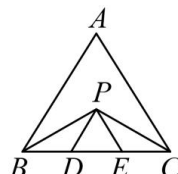
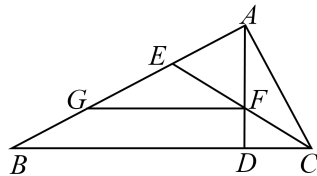
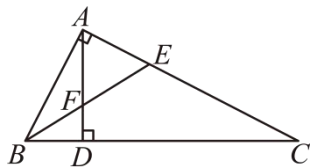


图 5

平分+射影现等腰模型

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于 F ，交 AC 于 E ，若 $AE = 3$ ， $DF = 2$ ，则 $AD =$ _____.



7. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， $\angle BCA$ 的角平分线交 AD 于 F ，交 AB 于 E ， $FG \parallel BC$ 交 AB 于 G 。若 $AE = 4\text{cm}$ ， $AB = 12\text{cm}$ ，则 $BG =$ _____， $GE =$ _____.

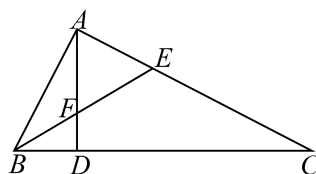
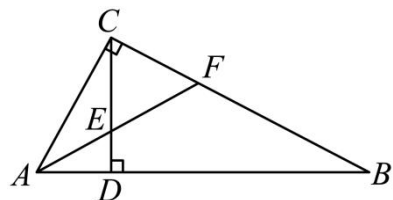
8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， AF 平分 $\angle CAB$ ，交 CD 于点 E ，交 CB 于点 F ，则下列结论成立的是（ ）

A. $EC = EF$

B. $FE = FC$

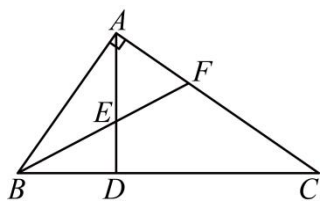
C. $CE = CF$

D. $CE = CF = EF$



9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于 F ，交 AC 于 E ，若 $AE = 3$ ， $DF = 2$ ，则 $AD =$ _____.

10. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 边上，连接 AD ， $\angle ABC$ 的平分线分别交 AD ， AC 于点 E ， F 。(1)尺规作图：求作 $\triangle BCF$ 的高线 FG ；(要求：保留作图痕迹，标明字母，不写作法；如果完成有困难，可画出草图后解答(2)题)；(2)若 $AD \perp BC$ ，求证： $AE = FG$ 。



等腰三角形中的维维尼亚模型

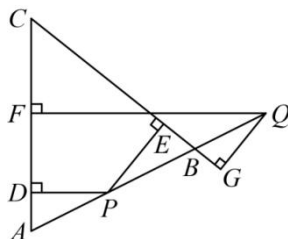
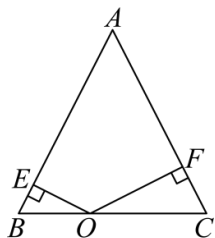
11. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，点 O 是底边 BC 上任意一点， OE 、 OF 分别与两边垂直，等腰三角形的腰长为 8，面积为 20，则 $OE + OF$ 的值为（ ）

A. 5

B. 7.5

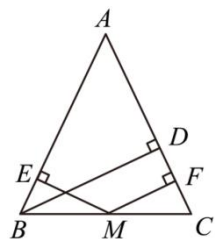
C. 9

D. 10

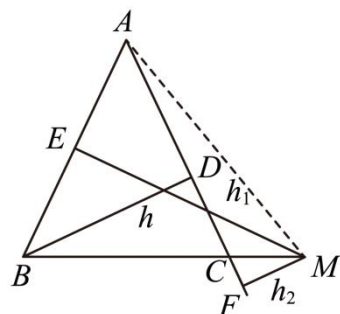


12. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ，点 P 是边 AB 上任意一点，点 Q 是 AB 延长线上任意一点，过点 P 分别作 $PD \perp AC$ 于点 D ， $PE \perp BC$ 于点 E ，过点 Q 分别作 $QF \perp AC$ 于点 F ， $QG \perp BC$ 于点 G ，则 $PD + PE + QG$ _____ FQ 。（填“>”“<”或“=”）

13. (1) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，其一腰上的高为 h ， M 是底边 BC 上的任意一点， M 到腰 AB ， AC 的距离分别为 h_1 ， h_2 ，证明： $h_1 + h_2 = h$ 。



(2) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，其一腰上的高为 h ，且 M 在 BC 延长线上， M 到腰 AB ， AC 的距离分别为 h_1 ， h_2 。 h_1 ， h_2 ， h 之间有什么样的结论？依据所画图形，证明你的结论。



14. 数学课上，老师画出一等腰 $\triangle ABC$ 并标注： $AB = AC = 10$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，然后让同学们提出有效问题并解决请你结合同学们提出的问题给予解答.

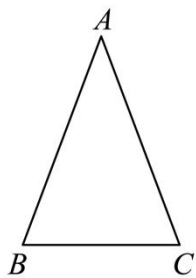


图1

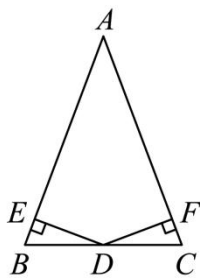


图2

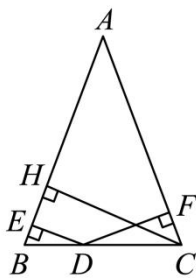


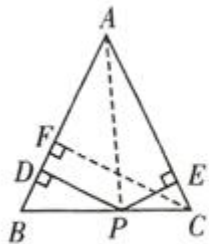
图3

- (1)甲同学提出： $\angle B = \angle C =$ _____度；(2)乙同学提出： $\triangle ABC$ 的面积为：_____；
- (3)丙同学提出：点 D 为边 BC 的中点， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足为 E 、 F ，请求出 $DE + DF$ 的值；
- (4)丁同学说受丙同学启发，点 D 为边 BC 上任一点， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ， $CH \perp AB$ ，垂足为 E 、 F 、 H ，则有 $DE + DF = CH$ ．请你为丁同学说明理由．

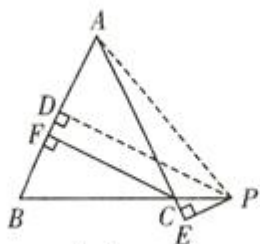
15. (1) 如图 (1), 已知在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 点 P 是底边 BC 上的一点, $PD \perp AB$, 垂足为点 D , $PE \perp AC$, 垂足为点 E . 求证: $PD + PE$ 为定长.

(2) 如图 (2), 已知在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 点 P 是底边 BC 的延长线上的一点, $PD \perp AB$, 垂足为点 D , $PE \perp AC$, 垂足为点 E . 求证: $PD - PE$ 为定长.

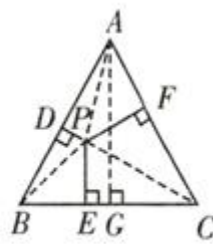
(3) 如图 (3), 已知: 点 P 为等边三角形 ABC 内任意一点, 过 P 分别作三边的垂线, 分别交三边与 D 、 E 、 F . 求证: $PD + PE + PF$ 为定长.



(1)



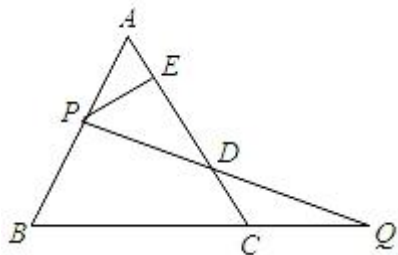
(2)



(3)

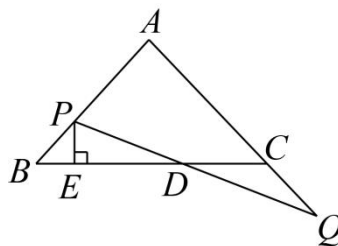
等腰三角形中的重要模型-帽子模型（长短手模型）

16. 如图，过边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点 P ，作 $PE \perp AC$ 于 E ， Q 为 BC 延长线上一点，连 PQ 交 AC 边于 D ，当 $PA=CQ$ 时， DE 的长为（ ）

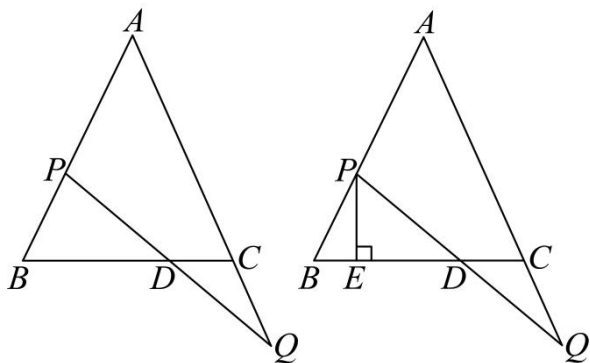


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 P 从点 B 出发沿线段 BA 移动（点 P 不与 A ， B 重合），同时，点 Q 从点 C 出发沿线段 AC 的延长线移动，已知点 P 、 Q 移动的速度相同， PQ 与直线 BC 相交于点 D 。(1)求证： $PD=QD$ ；(2)过点 P 作直线 BC 的垂线，垂足为 E ， P 、 Q 在移动过程中，线段 BE, DE, CD 中是否存在长度保持不变的线段？请说明理由。



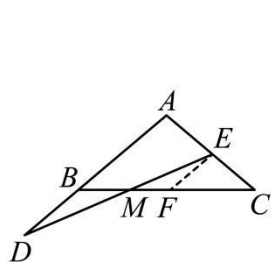
18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=10$, 点 P 从点 B 出发沿线段 BA 移动到点 A 停止, 同时点 Q 从点 C 出发沿 AC 的延长线移动, 并与点 P 同时停止. 已知点 P, Q 移动的速度相同, 连接 PQ 与线段 BC 相交于点 D (不考虑点 P 与点 A, B 重合时的情况).



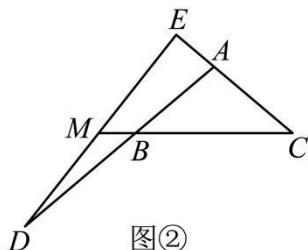
(1) 求证: $AP+AQ=2AB$; (2) 求证: $PD=DQ$; (3) 如图, 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 在点 P, Q 移动的过程中, 线段 DE 的长度是否变化? 如果不变, 请求出这个长度; 如果变化, 请说明理由.

19. 综合与探究

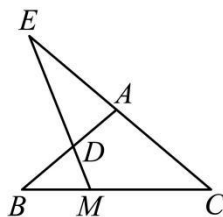
问题情境：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，在射线 AB 上截取线段 BD ，在射线 CA 上截取线段 CE ，连结 DE ， DE 所在直线交直线 BC 于点 M 。



图①



图②



图③

猜想判断：（1）当点 D 在边 AB 的延长线上，点 E 在边 AC 上时，过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 BC 于点 F ，如图

①. 若 $BD = CE$ ，则线段 DM 、 EM 的大小关系为_____。

深入探究：（2）当点 D 在边 AB 的延长线上，点 E 在边 CA 的延长线上时，如图②. 若 $BD = CE$ ，判断线段 DM 、 EM 的大小关系，并加以证明。

20. 【问题初探】(1) 数学课上, 李老师出示了这样一个问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 F 是 AC 上一点, 点 E 是 AB 延长线上的一点, 连接 EF , 交 BC 于点 D , 若 $ED = DF$, 求证: $BE = CF$.

①如图 2, 小乐同学从中点的角度, 给出了如下解题思路: 在线段 DC 上截取 DM , 使 $DM = BD$, 连接 FM , 利用两个三角形全等和已知条件, 得出结论;

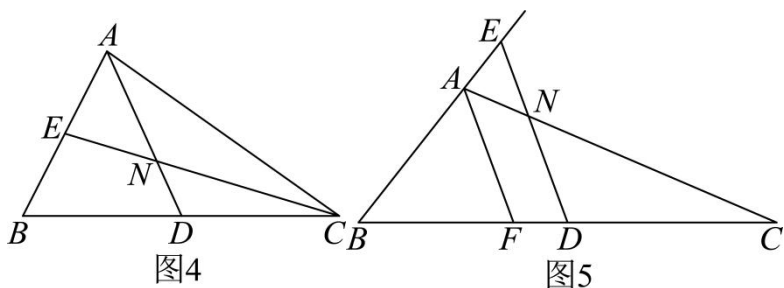
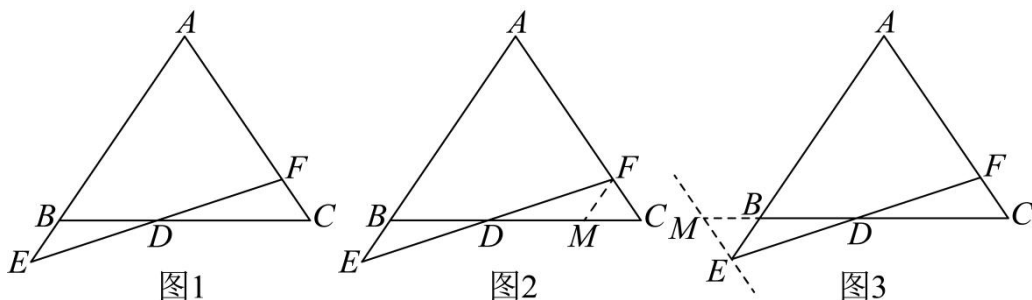
②如图 3, 小亮同学从平行线的角度给出了另一种解题思路: 过点 E 作 $EM \parallel AC$ 交 CB 的延长线于点 M , 利用两个三角形全等和已知条件, 得出了结论;

请你选择一位同学的解题思路, 写出证明过程;

【类比分析】(2) 李老师发现两位同学的做法非常巧妙, 为了让同学们更好的理解这种转化的思想方法, 李老师提出了新的问题, 请你解答,

如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 在线段 AB 上, D 是 BC 的中点, 连接 CE , AD , CE 与 AD 相交于点 N , 若 $\angle EAD + \angle ANC = 180^\circ$, 求证: $AB = CN$;

【学以致用】(3) 如图 5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, AF 平分 $\angle BAC$, 点 E 在线段 BA 的延长线上运动, 过点 E 作 $ED \parallel AF$, 交 AC 于点 N , 交 BC 于点 D , 且 $BD = CD$, 请直接写出线段 AE , CN 和 BC 之间的数量关系.



未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027



如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872