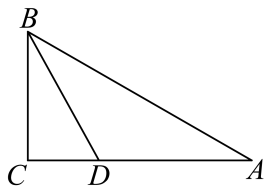


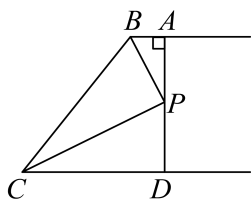
垂直平分线、角平分线的性质与判定

【考试题型 1】利用角平分的性质求线段长度

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，若 $AC = 12$ ， $AD = 8$ ，求点 D 到 AB 的距离.



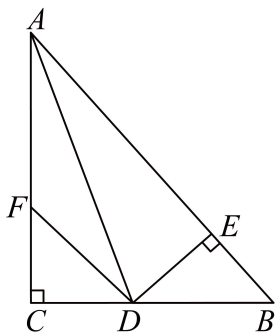
2. 如图， $AB \parallel CD$ ， BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$ ， AD 过点 P ，且与 AB 垂直.



- (1) 求 $\angle BPC$ 的度数.
(2) 若 $AD = 8$ ，求点 P 到 BC 的距离.

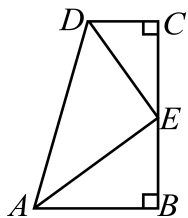
3. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于 E ，点 F 在 AC 上，且 $DF = BD$.

- (1) 求证： $BE = CF$ ；
(2) 若 $AF = 8$ ， $BE = 3$ ，求 AB 的长.



【考试题型 2】利用角平分线的性质求角度

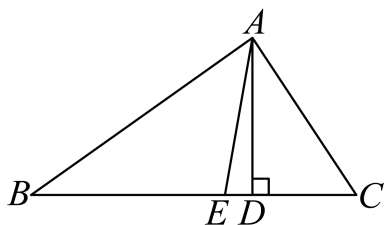
4. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, E 是 BC 的中点, AE 平分 $\angle DAB$. 若 $\angle DAB = 75^\circ$, 求 $\angle ADE$ 的度数.



5. 如图: 已知 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, 且 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$.

(1)求 $\angle DAE$ 的度数.

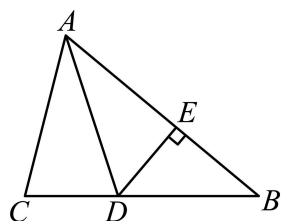
(2)若 $AB = 5$, $AC = 3$, 试求 $\triangle ABE$ 与 $\triangle AEC$ 的面积之比.



6. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$ 于点 E .

(1)若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 76^\circ$, 求 $\angle EDA$ 的度数.

(2)若 $AB = 20, AC = 16, DE = 6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

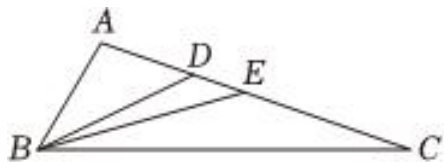


【考试题型3】利用角平分的性质求面积

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, BE 是 $\triangle ABC$ 的 AC 边上的中线.

(1) 若 $\triangle ABE$ 的周长为 26, $BE = 12$, $CE = 8$, 求 AB 的长;

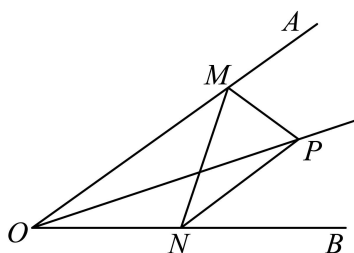
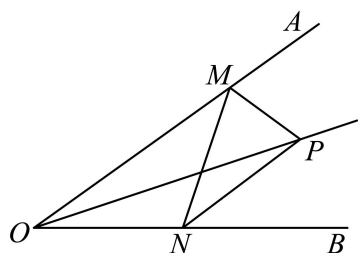
(2) 若 $\angle A = 90^\circ$, $\triangle ABD$ 的面积为 12, $AB = 6$, $BC = 15$, 求 $\triangle BCD$ 的面积.



8. 如图, 在 $\angle AOB$ 的两边 OA 、 OB 上分别取点 M 、 N , 连接 MN . 若 MP 平分 $\angle AMN$, NP 平分 $\angle MNB$.

(1) 求证: OP 平分 $\angle AOB$;

(2) 若 $MN = 8$, 且 $\triangle PMN$ 与 $\triangle OMN$ 的面积分别是 16 和 24, 求线段 OM 与 ON 的长度之和.

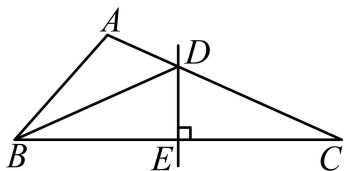


备用图

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 BC , BD 平分 $\angle ABC$.

(1) 若 $\angle ADB = 48^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数;

(2) 若 $AB = 5\text{cm}$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 的周长之差为 8cm , 且 $\triangle ADB$ 的面积为 10cm^2 , 求 $\triangle DBC$ 的面积.



【考试题型 4】利用角平分线的性质探究线段间的数量关系

10. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, CE 平分 $\angle ACB$, BD 与 CE 交于点 O .

(1) 如图 1, 若 $\angle A = 60^\circ$.

① 求 $\angle BOC$ 的度数;

② 作 $OF \perp AB$ 于点 F , 探究 AE 、 AD 、 AF 之间的数量关系并说明理由;

(2) 如图 2, 若 $\angle A = 90^\circ$, $OE = kOC$, $\frac{OD}{OB} = \frac{4}{7}$, 则 k 的值为_____.

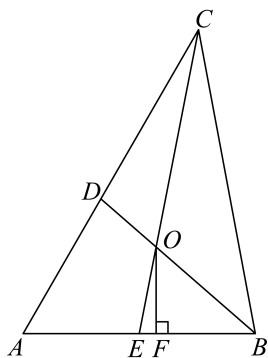


图 1

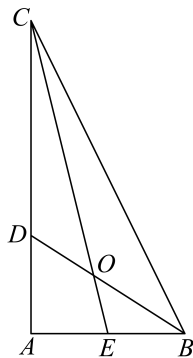


图 2

11. 已知 OM 是 $\angle AOB$ 的平分线, 点 P 是射线 OM 上点, 点 C, D 分别在射线 OA, OB 上, 连接 PC, PD .

(1) 发现问题: 如图 1, 当 $PC \perp OA, PD \perp OB$ 时, 则 PC 与 PD 的数量关系是.

(2) 探究问题: 如图 2, 点 C, D 在射线 OA, OB 上滑动, 且 $\angle AOB = 90^\circ$, 当 $PC \perp PD$ 时, PC 与 PD 在

(1) 中的数量关系还成立吗? 说明理由. (温馨提示: 过 P 作 $PE \perp OA$ 于 $E, PF \perp OB$ 于 F)

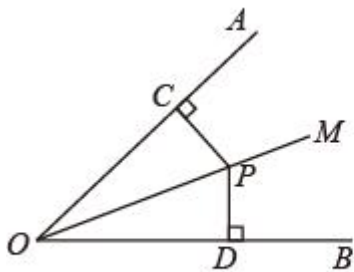


图1

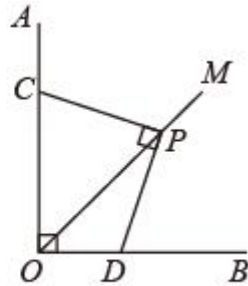
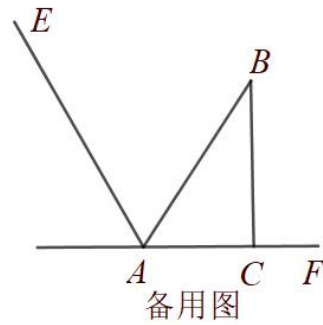
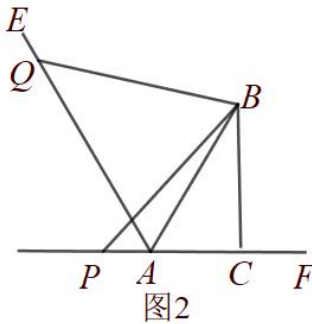
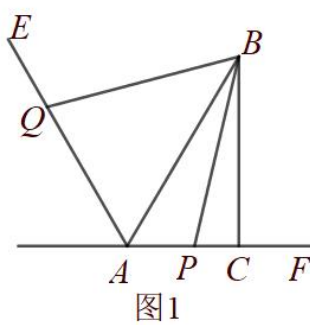


图2

12. 如图，在 $\angle EAF$ 的平分线上取点 B 作 $BC \perp AF$ 于点 C ，在直线 AC 上取一动点 P ，在直线 AE 上取点 Q 使得 $BQ = BP$ 。



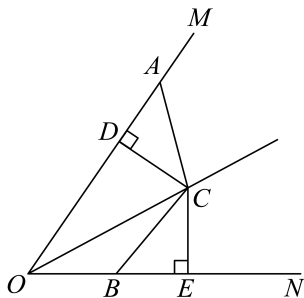
- (1) 如图 1，当点 P 在线段 AC 上时， $\angle BQA + \angle BPA = \underline{\quad}^\circ$ ；
- (2) 如图 2，当点 P 在 CA 延长线上时，探究 AQ 、 AP 、 AC 三条线段之间的数量关系，说明理由；
- (3) 在满足 (1) 的结论条件下，当点 P 运动到在射线 AC 上时，直接写出 AQ 、 AP 、 PC 三条线段之间的数量关系为： $\underline{\quad}$ 。

【考试题型 5】角平分线的判定定理

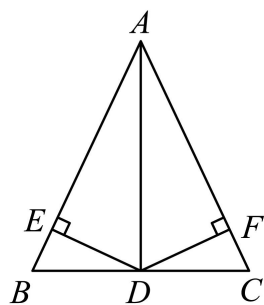
13. 如图, A, B 两点分别在射线 OM, ON 上, 点 C 在 $\angle MON$ 的内部且 $CA = CB$, $CD \perp OM$, $CE \perp ON$, 垂足分别为 D, E , 且 $AD = BE$.

(1) 求证: OC 平分 $\angle MON$;

(2) 如果 $AO = 12$, $BO = 4$, 求 OD 的长.

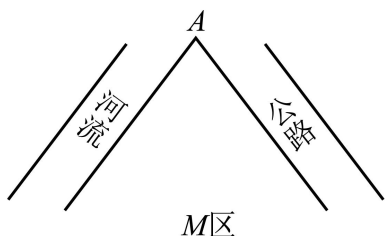


14. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 且 $\angle BDE = \angle CDF$. 那么 AD 平分 $\angle BAC$ 吗? 为什么?

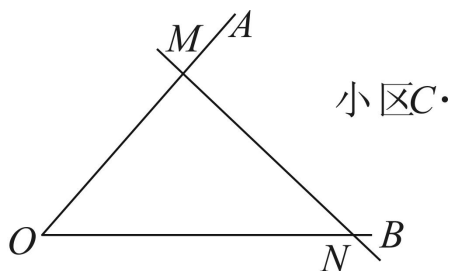


【考试题型 6】角平分线性质的实际应用

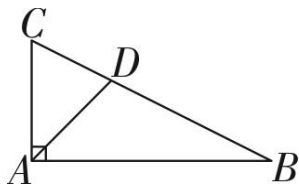
15. 如图，要在河流的右侧、公路的左侧 M 区建一个工厂，位置选在到河流和公路的距离相等，并且到河流与公路交叉点 A 处的距离为 1cm （指图上距离）的地方，则图中工厂的位置应选在哪里？画图并说明理由。



16. 如图，某个居民小区 C 附近有三条两两相交的道路 MN 、 OA 、 OB ，拟在 MN 上建造一个大型超市，使得它到 OA 、 OB 的距离相等，请确定该超市的位置 P 。

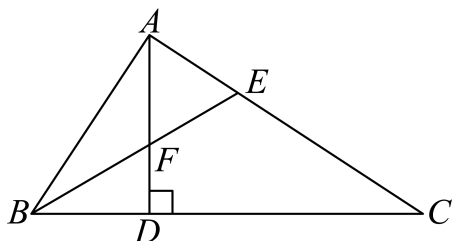


17. 太和中学校园内有一块直角三角形 ($Rt\triangle ABC$) 空地，如图所示，园艺师傅以角平分线 AD 为界，在其两侧分别种上了不同的花草，在 $\triangle ABD$ 区域内种植了月季花，在 $\triangle ACD$ 区域内种植了牡丹花，并量得两直角边 $AB=10\text{m}$ ， $AC=6\text{m}$ ，分别求月季花与牡丹花两种花草的种植面积。

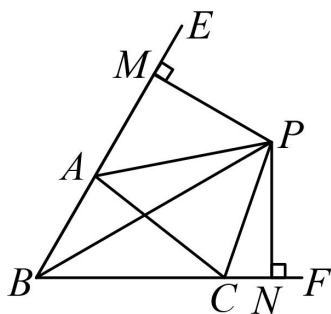


【考试题型 7】利用角平分线的性质解决多结论问题

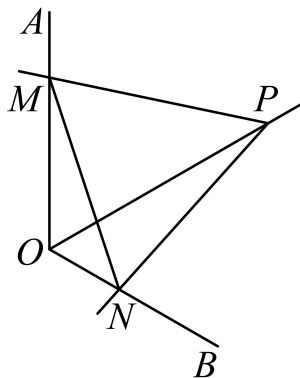
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是 BC 边上的高, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , 交 AD 于点 F , 下面结论: ① $\angle BAD = \angle C$; ② $\angle AFB = \angle BEC$; ③ $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot AE$; ④ $\angle CAD = 2\angle CBE$. 其中正确结论的序号是_____



19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle FCA$ 的平分线 BP 、 CP 交于点 P , 延长 BA , BC , $PM \perp BE$ 于点 M , $PN \perp BF$ 于点 N , 则下列结论: ① AP 平分 $\angle EAC$; ② $\angle ABC + 2\angle APC = 180^\circ$; ③ $\angle ACB = 2\angle APB$; ④ $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle MAP} + S_{\triangle NCP}$. 其中正确结论的序号是_____.

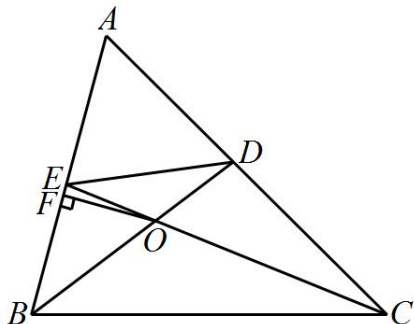


20. 如图, 点 P 为定角 $\angle AOB$ 的平分线上的一个定点, 且 $\angle MPN$ 与 $\angle AOB$ 互补, 其两边分别与 OA 、 OB 相交于 M 、 N 两点, 则以下结论:



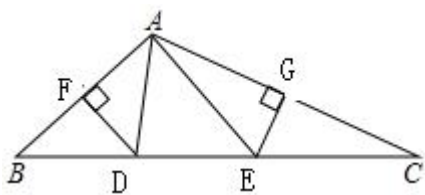
① $PM = PN$ 恒成立; ② $\triangle OMN$ 的周长不变; ③ $OM + ON$ 的值不变; ④ 四边形 $PMON$ 的面积不变, 其中正确的为_____ (请填写正确结论前面的序号).

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$ ($\angle ABC > \angle A$), 角平分线 BD 、 CE 交于点 O , $OF \perp AB$ 于点 F . 下列结论: ① $S_{\triangle BOC} : S_{\triangle BOE} = BC : BE$; ② $\angle EOF = \angle ABC - \angle A$; ③ $BE + CD = BC$; ④ $S_{\text{四边形}BEDC} = 2S_{\triangle BOC} + S_{\triangle EDO}$, 其中正确结论是_____.

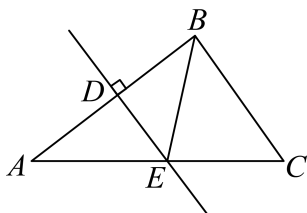


【考试题型 8】利用垂直平分线的性质求线段长度

22. 如图, $\triangle ABC$ 中, AB, AC 边的垂直平分线分别交 BC 于点 D, E , 垂足分别为点 F, G , $\triangle ADE$ 的周长为 6cm
(1)求 $\triangle ABC$ 中 BC 边的长度;(2)若 $\angle B + \angle C = 64^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.



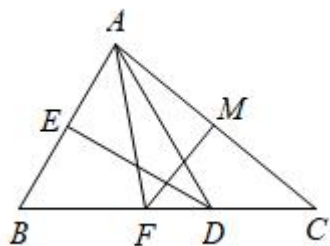
23. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $AC > BC$, $AB \perp DE$, 点 D 是 AB 的中点, 点 E 在 AC 上, 连接 BE . 若 $AC = 12$, $\triangle BCE$ 周长为 17 , 求 BC 的长度.



24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB , 分别交 AB , BC 于点 E , D , FM 垂直平分 AC , 分别交 AC , BC 于点 M , F .

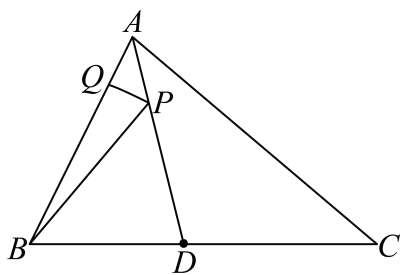
(1) 若 $\triangle AFD$ 的周长为 29, $FD = 4.5$, 求 BC 的长度;

(2) 若 $\angle BAC = 80^\circ$, 求 $\angle FAD$ 的度数.

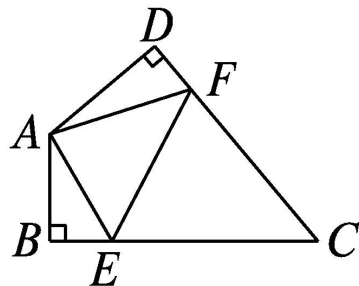


【考试题型 9】利用垂直平分线的性质求角度

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 76^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , P 为线段 AD 上一动点, Q 为边 AB 上一动点, 当 $BP + PQ$ 的值最小时, $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

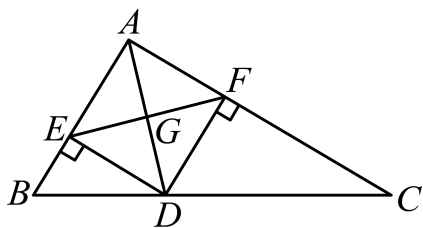


26. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle C = 50^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, E , F 分别是 BC , DC 上的点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为_____.

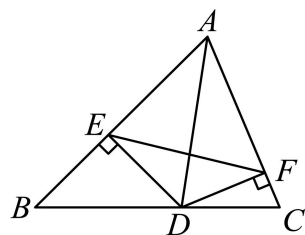


【考试题型 10】线段垂直平分线的判定

27. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别是 E , F , 连接 EF , EF 与 AD 相交于点 G . 求证: AD 是 EF 的垂直平分线.



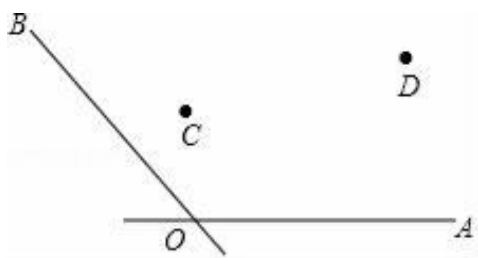
28. 已知, 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, DE 、 DF 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高. 求证: AD 垂直平分 EF .

**【考试题型 11】线段垂直平分线的实际应用**

29. 如图, 两条公路 OA 与 OB 相交于点 O , 在 $\angle AOB$ 的内部有两个小区 C 与 D , 现要修建一个市场 P , 使市场 P 到两条公路 OA 、 OB 的距离相等, 且到两个小区 C 、 D 的距离相等.

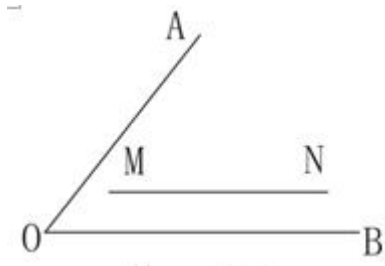
(1) 市场 P 应修建在什么位置? (请用文字加以说明)

(2) 在图中标出点 P 的位置 (要求: 用尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹, 写出结论).



30. 按要求作图（用尺规作图，保留作图痕迹，不要求写出作法和证明）.

如图，已知 $\angle AOB$ 和线段 MN ，求作点 P ，使 P 点到 M 、 N 的距离相等，且到角的两边的距离也相等.



未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027



如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872