

三角形

1. 已知，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的对边分别用 a ， b ， c 表示，其中 a ， b 满足

$$(a-5)^2 + |b-10| = 0.$$

(1) 请直接写出 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，请求出 $\triangle ABC$ 的周长；

【答案】 (1) 5, 10

(2) $\triangle ABC$ 的周长为 25

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质、非负数的性质及三角形三边关系，掌握相关知识是解题的关键。

(1) 根据非负数的性质求解即可；

(2) 根据 a 是腰长和底边长两种情况讨论求解。

【详解】 (1) 解： $\because (a-5)^2 + |b-10| = 0$,

$$\therefore a-5=0, b-10=0,$$

$$\therefore a=5, b=10,$$

故答案为：5, 10；

(2) 由(1)得， $a=5$ ， $b=10$ ，

若 5 是腰长，则三角形的三边长为：5、5、10，

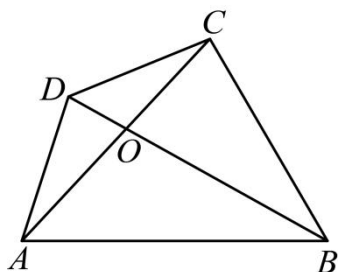
$5+5=10$ ，不能组成三角形；

若 5 是底边长，则三角形的三边长为：5、10、10，

$5+10>10$ ，能组成三角形，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $5+10+10=25$ 。

2. 已知，如图四边形 $ABCD$ 中， O 是 AC 与 BD 的交点，试说明： AC 与 BD 的和小于四边形 $ABCD$ 的周长。



【答案】 见解析

【分析】 本题考查了三角形三边关系的应用，根据三角形两边之和大于第三边得出 $AD+AB>BD$ ， $CD+BC>BD$ ， $AD+CD>AC$ ， $AB+BC>AC$ ，计算得出 $AD+AB+CD+BC>AC+BD$ ，即可得证，

熟练掌握三角形三边关系是解此题的关键.

【详解】证明：在 $\triangle ABD$ 中， $AD + AB > BD$ ，

在 $\triangle BCD$ 中， $CD + BC > BD$ ，

在 $\triangle ACD$ 中， $AD + CD > AC$ ，

在 $\triangle ABC$ 中， $AB + BC > AC$ ，

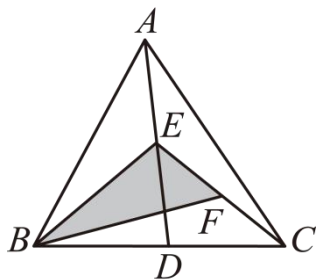
$\therefore AD + AB + CD + BC + AD + CD + AB + BC > BD + BD + AC + AC$ ，

$\therefore 2(AD + AB + CD + BC) > 2(AC + BD)$ ，

$\therefore AD + AB + CD + BC > AC + BD$ ，

$\therefore AC$ 与 BD 的和小于四边形 $ABCD$ 的周长.

3. 已知：如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E ， F 分别为 BC ， AD ， CE 的中点，且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$ ，则阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}^2$.



【答案】1

【分析】此题考查了三角形中线的性质，解答此题的关键是知道同底等高的三角形面积相等. 易得 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACD$ 的面积均为 $\triangle ABC$ 面积的一半，同理可得 $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = 1\text{cm}^2$ ，进而得到 $S_{\triangle BCE} = 2\text{cm}^2$ ，由 F 为 EC 中点，可得阴影部分的面积等于 $\triangle BEC$ 的面积的一半.

【详解】解： $\because D$ 为 BC 中点，

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2\text{cm}^2$ ，

$\because E$ 为 AD 中点，

$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{cm}^2$ ，

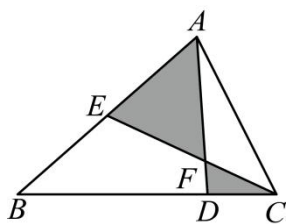
$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} = 2\text{cm}^2$ ，

$\because F$ 为 EC 中点，

$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCE} = 1\text{cm}^2$ ，即阴影部分的面积为 1cm^2 ，

故答案为：1.

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CE 是 AB 边上的中线, $BC = 4DC$, AD 与 CE 交于点 F , 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 16.



(1) $\triangle ADC$ 的面积为_____;

(2) 设 $\triangle AEF$ 的面积为 m , $\triangle DFC$ 的面积为 n , 则 $m + n =$ _____.

【答案】 4 $\frac{28}{5}/5.6$

【分析】本题考查了三角形中线的意义, 三角形面积的性质, 解方程, 熟练掌握中线的意义是解题的关键.

(1) 设 BC 边上的高为 h , 根据题意, 得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h = 16$, $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}DC \cdot h$, 结合 $BC = 4DC$ 得 $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BC \cdot h$, 代入计算即可.

(2) 根据 CE 是 AB 边上的中线, $\triangle ABC$ 的面积等于 16, 得到 $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 8$, 结合 $\triangle AEF$ 的面积为 m , $\triangle DFC$ 的面积为 n , 得到 $4 - n = 8 - m$ 即 $m = n + 4$, 连接 BF , 根据 $BC = 4DC$, 得到 $S_{\triangle DFB} = 3S_{\triangle DFC} = 3n$, 根据 CE 是 AB 边上的中线, $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BEFC} = n + 4$, 继而得到 $4n + n + 4 = 8$, 得到 $n = \frac{4}{5}$, 代入解答即可.

【详解】(1) 解: 设 BC 边上的高为 h , 根据题意, 得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h = 16$,

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}DC \cdot h,$$

$$\because BC = 4DC,$$

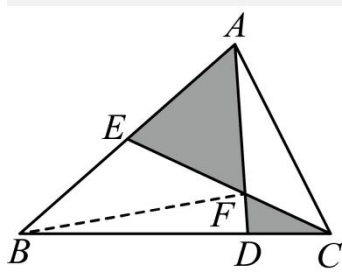
$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BC \cdot h = \frac{1}{4} \times 16 = 4,$$

故答案为: 4.

(2) 解: 根据 CE 是 AB 边上的中线, $\triangle ABC$ 的面积等于 16, 得到 $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 8$,

又 $\triangle AEF$ 的面积为 m , $\triangle DFC$ 的面积为 n , 得到 $4 - n = 8 - m$ 即 $m = n + 4$,

如图, 连接 BF , 根据 $BC = 4DC$,



得到 $S_{\triangle DFB} = 3S_{\triangle DFC} = 3n$,

又 CE 是 AB 边上的中线, $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BEF} = n + 4$,

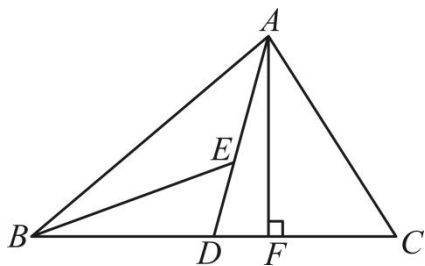
故 $4n + n + 4 = 8$,

解得 $n = \frac{4}{5}$,

故 $m + n = 2 \times \frac{4}{5} + 4 = \frac{28}{5}$.

故答案为: $\frac{28}{5}$.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD , AF 分别是 $\triangle ABC$ 的中线和高, BE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线.



(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 60, $BD = 10$, 求 AF 的长;

(2) 若 $\angle BED = 42^\circ$, $\angle BAD = 25^\circ$, 求 $\angle BAF$ 的大小.

【答案】 (1) $AF = 6$

(2) $\angle BAF = 56^\circ$

【分析】 本题考查了三角形的中线、高和角平分线, 三角形的内角和定理, 三角形的外角性质, 解题的关键是掌握相关知识.

(1) 由三角形的中线定理可得: $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 30$, $CD = BD = 10$, 再结合 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}CD \cdot AF = 30$, 即可求解;

(2) 根据三角形的外角性质可求出 $\angle ABE = 17^\circ$, 根据角平分线的定义可得 $\angle ABF = 34^\circ$, 最后根据三角形的内角和定理即可求解.

【详解】 (1) 解: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\triangle ABC$ 的面积为 60,

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 30$, $CD = BD = 10$,

$$\because S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}CD \cdot AF = 30,$$

$$\therefore AF = \frac{2 \times 30}{CD} = \frac{60}{10} = 6,$$

$$\therefore AF = 6;$$

$$(2) \because \angle BED = 42^\circ, \angle BAD = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BED - \angle BAD = 42^\circ - 25^\circ = 17^\circ,$$

$\because BE$ 是 $\triangle ABD$ 的角平分线,

$$\therefore \angle ABF = 2\angle ABE = 34^\circ,$$

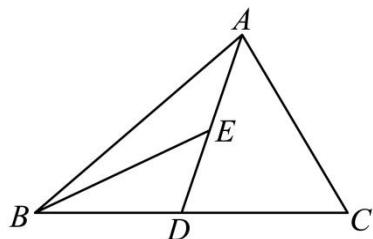
$\because AF$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 180^\circ - \angle ABF - \angle AFB = 180^\circ - 34^\circ - 90^\circ = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 56^\circ.$$

6. 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, BE 为 $\triangle ABD$ 的中线.



(1) $\angle ABE = 15^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 40, $BD = 5$, 则 $\triangle BDE$ 中 BD 边上的高为多少?

【答案】 (1) 55°

(2) 4

【分析】 本题考查了三角形的面积, 三角形的中线和高, 三角形外角的性质, 熟练掌握这些知识点是解题的关键.

(1) 根据三角形外角的性质即可求解;

(2) 根据三角形中线的性质先求出 $\triangle ABD$ 的面积, 再求出 $\triangle BDE$ 的面积, 最后根据三角形面积公式即可求出 BD 边上的高.

【详解】 (1) 解: $\because \angle BED$ 是 $\triangle ABE$ 的一个外角, $\angle ABE = 15^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$,

$$\therefore \angle BED = \angle ABE + \angle BAD,$$

$$\because \angle ABE = 15^\circ, \angle BAD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = 15^\circ + 40^\circ = 55^\circ;$$

(2) $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的中线, $\triangle ABC$ 的面积为 40,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 20,$$

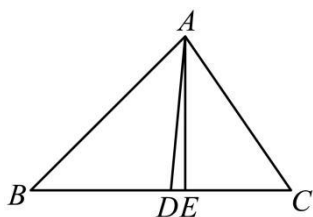
$\because BE$ 为 $\triangle ABD$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 10,$$

$$\because BD = 5,$$

$$\therefore \triangle BDE \text{ 中 } BD \text{ 边上的高为 } 2 \times 10 \div 5 = 4.$$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是角平分线.



(1) 若 $2AB = 3AC$, 求 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD}$;

(2) 若 AE 是 $\triangle ABC$ 的高线, 且 $\angle B = 38^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.

【答案】 (1) 3:2

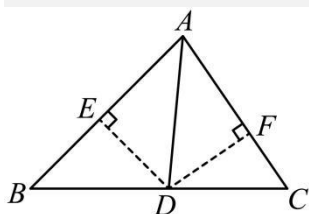
(2) 6°

【分析】 本题主要考查角平分线性质的定理以及三角形内角和定理, 熟练掌握角平分线性质的定理是解答本题的关键.

(1) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 由角平分线性质的定理得 $DE = DF$, 根据三角形面积公式可得结论;

(2) 由三角形内角和定理得 $\angle BAC = 92^\circ$, 由角平分线定义得 $\angle CAD = 46^\circ$, 由直角三角形两锐角互余得出 $\angle CAE = 40^\circ$, 从而可求出 $\angle DAE$.

【详解】 (1) 解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F ,



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore DE = DF,$$

$$\because 2AB = 3AC,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE : \frac{1}{2} AC \cdot DF = AB : AC = 3 : 2;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle B = 38^\circ, \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 38^\circ - 50^\circ = 92^\circ;$$

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 46^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle CAE = 46^\circ - 40^\circ = 6^\circ.$$

8. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 且满足 $\sqrt{a-1} + 2b^2 + 18 = 12b$, 则 c 的取值范围是 ()

A. $c > 2$

B. $c < 4$

C. $2 < c < 4$

D. $3 < c < 6$

【答案】C

【分析】本题主要考查了非负数的性质，完全平方公式，三角形三边关系的应用，根据已知条件得到 $\sqrt{a-1} + 2(b-3)^2 = 0$ ，再由非负数的性质求出 a, b 的值，再根据三角形中，任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，据此求解即可。

【详解】解： $\because \sqrt{a-1} + 2b^2 + 18 = 12b$,

$$\therefore \sqrt{a-1} + 2b^2 - 12b + 18 = 0,$$

$$\therefore \sqrt{a-1} + 2(b^2 - 6b + 9) = 0,$$

$$\therefore \sqrt{a-1} + 2(b-3)^2 = 0,$$

$$\therefore \sqrt{a-1} \geq 0, 2(b-3)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{a-1} = 2(b-3)^2 = 0,$$

$$\therefore a-1 = 0, b-3 = 0,$$

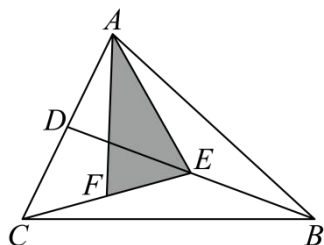
$$\therefore a = 1, b = 3,$$

$$\therefore b-a < c < a+b,$$

$$\therefore 3 - 1 = 2 < c < 3 + 1 = 4,$$

故选：C.

9. 如图， BD 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 E, F 分别为 BD, CE 的中点，若 $\triangle AEF$ 的面积为 1cm^2 ，则 $\triangle ABC$ 的面积是（ ）



A. 2cm^2

B. 4cm^2

C. 6cm^2

D. 8cm^2

【答案】B

【分析】本题主要考查了三角形中线的性质，熟知三角形的中线平分三角形的面积是正确解答此题的关键.

根据三角形中线平分三角形面积得到 $S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle AEF} = 2\text{cm}^2$ ，进而得到 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACE} = 1\text{cm}^2$ ，同理可得 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 4S_{\triangle ADE} = 4\text{cm}^2$.

【详解】解： $\because$ 点 F 是 CE 的中点， $\triangle AEF$ 的面积为 1cm^2 ，

$$\therefore S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle AEF} = 2\text{cm}^2,$$

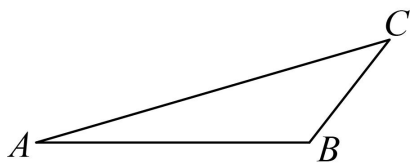
$\because$ 点 D 是 AC 中点，

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACE} = 1\text{cm}^2, \text{ 同理可得 } S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ADE} = 2\text{cm}^2,$$

同理可得， $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 4\text{cm}^2$.

故选 B.

10. 如图是一张钝角三角形纸片 ABC ，小明想通过折纸的方式折出如下线段：① AC 边上的中线 BD ；② $\angle B$ 的平分线 BE ；③ AC 边上的高 BF . 上述三条线段中能通过折纸折出的是（ ）



A. ①②

B. ①③

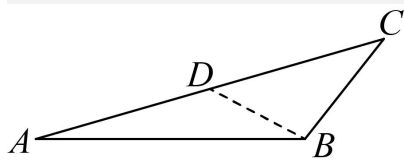
C. ②③

D. ①②③

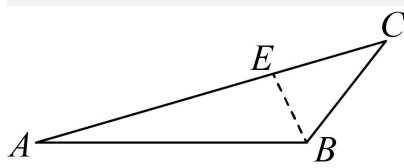
【答案】D

【分析】本题考查的是轴对称的性质，涉及到图形的翻折变换，三角形的角平分线、中线以及高线，掌握三角形的角平分线、中线以及高线的几何意义是解题的关键。根据三角形的中线，角平分线以及高的定义作答。

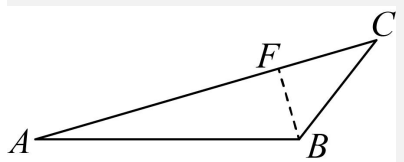
【详解】解：①折叠使点A与点C重合，则：对折点即为AC的中点D，则BD即为AC边上的中线；



②折叠使BC和AB重合，则：折痕BE即为∠B的平分线；



③折叠使CF和AF重合，则：折痕BF即为AC边上的高；



故选 D.

11. 已知：BD、CE是△ABC的高，直线BD、CE相交所成的角中有一个角为 56° ，则∠BAC的度数为_____.

【答案】 56° 或 124°

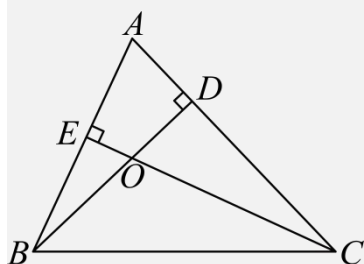
【分析】本题考查了三角形高的定义、四边形的内角和等知识，正确分类并画出图形是解题的关键；分两种情况：∠A为锐角与∠BAC为钝角，分别画出图形，利用四边形的内角和求解即可。

【详解】解：当∠A为锐角时，如图，设三角形的两条高BD、CE交于点O，

则 $\angle DOC = 56^\circ$ ， $\angle AEC = \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DOE = 124^\circ$ ，

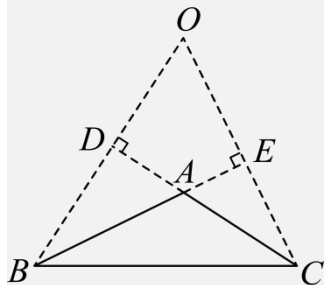
$\therefore \angle A = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 124^\circ = 56^\circ$ ；



当 $\angle BAC$ 为钝角时，如图，设三角形的两条高 BD, CE 所在的直线交于点 O ，

则 $\angle DOC = 56^\circ$ ， $\angle AEO = \angle ADO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 124^\circ$ ；



故答案为： 56° 或 124° 。

12. 已知两个三角形全等，其中一个三角形的三边长分别为 6, 8, 10，另一个三角形的三边长分别为 6, $2m - 2$, $n + 1$ 。

(1) 求 m, n 的值；

(2) 当边长 $n + 1$ 小于边长 $2m - 2$ 时，以 a, m, n 为三角形的三边长，求边长 a 取值范围。

【答案】(1) $m = 5, n = 9$ 或 $m = 6, n = 7$ ；

(2) $1 < a < 13$ ，

【分析】本题考查了全等三角形的性质及三角形三边关系，

(1) 有两种情况： $2m - 2$ 与 8、 $n + 1$ 与 10 分别是对应边； $2m - 2$ 与 10、 $n + 1$ 与 8 分别是对应边；分别求出 m 与 n 即可；

(2) 根据 (1) 中结果，确定 $m = 6, n = 7$ ；再根据三角形三边关系分析即可。

熟练掌握全等三角形的性质及三角形三边关系是解题关键。

【详解】(1) 解：当 $2m - 2$ 与 8、 $n + 1$ 与 10 分别是对应边时，则 $2m - 2 = 8, n + 1 = 10$ ，

$\therefore m = 5, n = 9$ ；

当 $2m - 2$ 与 10、 $n + 1$ 与 8 分别是对应边时，则 $2m - 2 = 10, n + 1 = 8$ ，

$\therefore m = 6, n = 7$ ；

综上， $m = 5, n = 9$ 或 $m = 6, n = 7$ ；

(2) 因为边长 $n + 1$ 小于边长 $2m - 2$ ，所以取 $m = 6, n = 7$ ；

当 $m = 6, n = 7$ 时，以 a, m, n 为三角形的三边长，

则边长 a 取值范围为 $7 - 6 < a < 7 + 6$ 。

$\therefore 1 < a < 13$ 。

未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027



如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872