2026苏州中考数学中档及压轴题回忆版

选择8题 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=2$，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 AD 上，且 $\angle FEC=90°$.求 $AF+AE$ 的最大值为 （ C ）

A. $\dfrac{21}{8}$　　B. 3　　C. $\dfrac{25}{8}$　　D. $\dfrac{27}{8}$

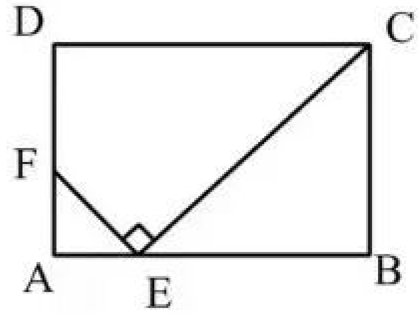
答案：设 $AE=x$，则 $EB=3-x$.

由 $\triangle AEF\backsim\triangle BCE$（两角对应相等），得 $\dfrac{AF}{EB}=\dfrac{AE}{BC}\Rightarrow AF=\dfrac{x(3-x)}{2}$

$AF+AE=\dfrac{x(3-x)}{2}+x=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{5}{2}x$

对称轴为 $x=\dfrac{5}{2}$，代入得最大值 $\dfrac{25}{8}$

答案：C



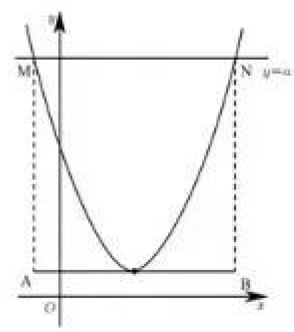
填空15题 已知二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+1$，直线 $y=a$ 与该函数图象交于 M、N 两点，且函数图象的顶点在线段 AB 上，若四边形 $MNBA$ 为正方形，则 a 的值为___5___.

答案：方法一：$y=(x-m)^2+1$，顶点 $(m,1)\Longrightarrow NB=a-1$

$\Longrightarrow N\left(m+\dfrac{a-1}{2},a\right)$，代入抛物线 $\Longrightarrow a=\left(\dfrac{a-1}{2}\right)^2+1$

$\Longrightarrow a^2-6a+5=0$，得 $a_1=1$(舍去)，$a_2=5$

方法二：$NB=MN\Longrightarrow a-1=2\sqrt{a-1}$



填空16题 如图，等边 $\triangle ABC$ 边长为 2，点 D 在边 AB 上，将 $\triangle ABC$ 沿过点 D 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的 A' 处，则 AD 的最小值______.

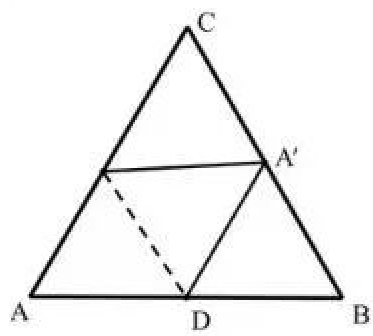
【答案】方法一：几何直观

设 $AD=A'D=x$，$BD=2-x$，过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDH$ 中，$\angle B=60°$　$\therefore DH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(2-x)$

由垂线段最短：$A'D\geqslant DH$

$\therefore x\geqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}(2-x)$，$\therefore x\geqslant\dfrac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=4\sqrt{3}-6$



方法二：余弦定理＋判别式

设 $AD=A'D=x$，$BD=2-x$，$A'B=y$，其中 $0<x<2$，$y>0$

在 $\triangle A'BD$ 中，由余弦定理 $x^2=(2-x)^2+y^2-2(2-x)y\cos 60°$

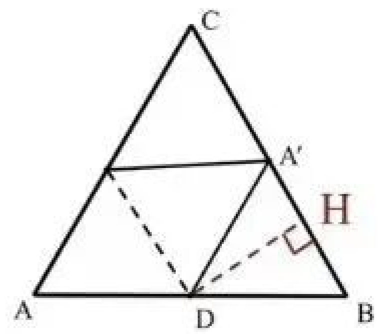
$x^2=x^2-4x+4+y^2-(2-x)y$，$y^2+(x-2)y+(4-4x)=0$

将式子看作以 y 为主元的一元二次方程，题意等价于方程存在正实数根.

$\because\Delta=(x-2)^2-4(4-4x)\geqslant 0$，$\therefore x^2+12x-12\geqslant 0$(二次函数作图分析)

$\therefore$ 解方程 $x^2+12x-12=0$ $\therefore x=\dfrac{-12\pm\sqrt{144+48}}{2}=-6\pm 4\sqrt{3}$

$\therefore x\geqslant -6+4\sqrt{3}$　　　$x\leqslant -6-4\sqrt{3}$(舍)



方法三：解三角形＋勾股＋分离常数＋基本不等式

设 $A'B=x$（$0<x<2$），$AD=A'D=y$，则 $DB=2-y$. 过 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，

在 $Rt\triangle DHB$ 中：$BH=\dfrac{1}{2}(2-y)$，$DH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(2-y)$，$A'H=\left|x-\dfrac{1}{2}(2-y)\right|$.

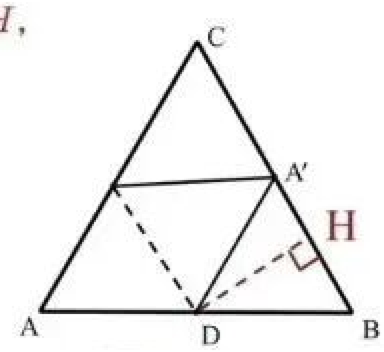
由 $A'D^2=DH^2+A'H^2$，代入得：$y^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}(2-y)\right)^2+\left(x-\dfrac{1}{2}(2-y)\right)^2$

整理得：$y=\dfrac{x^2-2x+4}{4-x}$ $(0<x<2)$，令 $t=4-x$，则 $x=4-t$，且 $2<t<4$

$y=\dfrac{t^2-6t+12}{t}=t+\dfrac{12}{t}-6$

由基本不等式：$t+\dfrac{12}{t}\geqslant 2\sqrt{t\cdot\dfrac{12}{t}}=2\sqrt{12}=4\sqrt{3}$，

$\therefore y_{\min}=4\sqrt{3}-6$



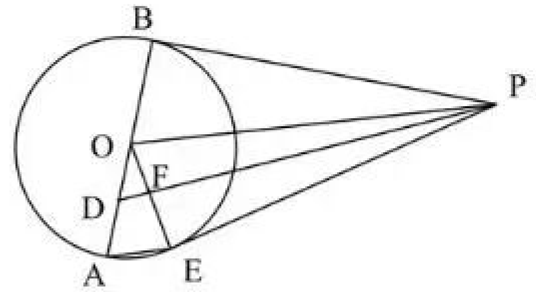
解答题25 如图，BP 是 $\odot O$ 的切线，切点为 B，$OP \parallel AE$，D 为 AO 中点.

(1) 求证：PE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $BP=4$，$BO=2$

①求 AE 的长；

② 求 $\tan\angle PFE$ 的值.



答案：(1) 证明：由 $OP \parallel AE$ 得 $\angle A=\angle POB$，$\angle AEO=\angle POE$，

又 $\because OA=OE$，故 $\angle A=\angle AEO$，得 $\angle POB=\angle POE$.

又 $\because OB=OE$，$OP=OP$，

故 $\triangle POB \cong \triangle POE$（SAS）

$\therefore \angle PEO=\angle PBO=90^\circ$，

$\therefore PE$ 是切线.

(2) 过 O 作 $OH\perp AE$(求弦长的经典辅助线)

由垂径定理得：$AH=HE=\frac{1}{2}AE$

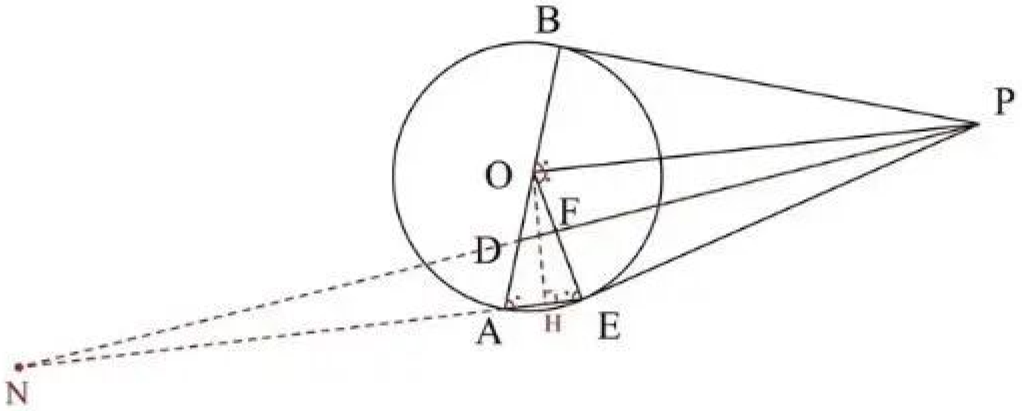
在 $Rt\triangle OBP$ 中 $OP=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

又 $\because \angle OHA=\angle OBP=90^\circ$，$\angle AOH=\angle POB$

$\therefore \triangle OHA \backsim \triangle OBP$

$\therefore \frac{AH}{OB}=\frac{OA}{OP}$，$\therefore AH=\frac{2\times 2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore AE=2AH=\frac{4\sqrt{5}}{5}$



(3) 延长 PD，EA 交于点 D(中点＋平行线的经典辅助线构造)

$\because OP\parallel AN$，$\therefore \angle N=\angle OPD$

又 $\because AD=DO=1$，$\angle ADN=\angle ODP$

$\therefore \triangle NAD\cong\triangle POD(AAS)$，$\therefore AN=OP=2\sqrt{5}$.

$\therefore NE=AN+AE=\frac{4\sqrt{5}}{5}+2\sqrt{5}=\frac{14\sqrt{5}}{5}$

$\because OP\parallel AN$，$\therefore \triangle NEF\backsim\triangle POF$

$\therefore \frac{EF}{OF}=\frac{NE}{OP}=\frac{\frac{14\sqrt{5}}{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{7}{5}$

$\therefore EF=\frac{7}{5+7}OE=\frac{7}{6}$.

$\therefore$ 在 $Rt\triangle PEF$ 中 $\tan\angle PFE=\frac{PE}{EF}=\frac{4}{\frac{7}{6}}=\frac{24}{7}$

解答题23 已知一次函数 $y=ax+b$ 的图象过点 $A(-4,0)$、$B(0,2)$.

(1) 求 a、b 的值；

(2) 点 P 在一次函数图象上，将点 P 向下平移 3 个单位得到点 M，点 M、N 在反比例 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 上，且 $\triangle PNM$ 为等腰直角三角形，求点 k 的值及点 M 的坐标.

答案：(1) 把 $A(-4,0)$、$B(0,2)$ 代入 $y=ax+b$：

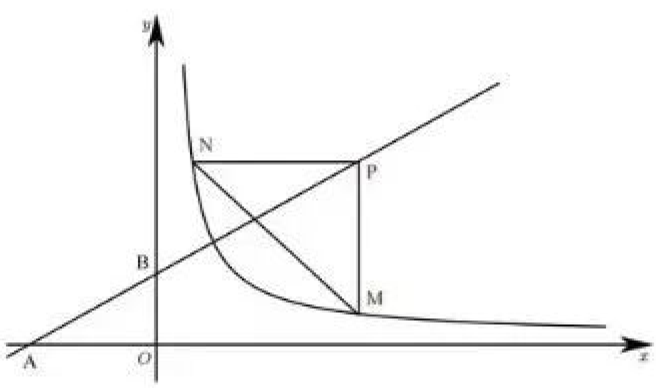
得 $\begin{cases}b=2\\0=-4a+b\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}b=2\\a=\frac{1}{2}\end{cases}$

(2) 由 (1) 得 $\begin{cases}b=2\\a=\frac{1}{2}\end{cases}$ $\therefore y=\frac{1}{2}x+2$，设 $P\left(t,\frac{1}{2}t+2\right)$，

$\because$ 点 P 向下平移 3 个单位得到点 M，$\therefore M\left(t,\frac{1}{2}t-1\right)$

$\because \triangle PNM$ 由等腰直角三角形，且只能 $\angle NPM=90^\circ$，

$\therefore PN=PM=3$，$\therefore N(t-3,\frac{1}{2}2t+2)$



$\because M$、N 在反比例 $y=\frac{k}{x}$ 上，

故 $k=t\left(\frac{1}{2}t-1\right)=(t-3)\left(\frac{1}{2}t+2\right)$，解得 $t=4$

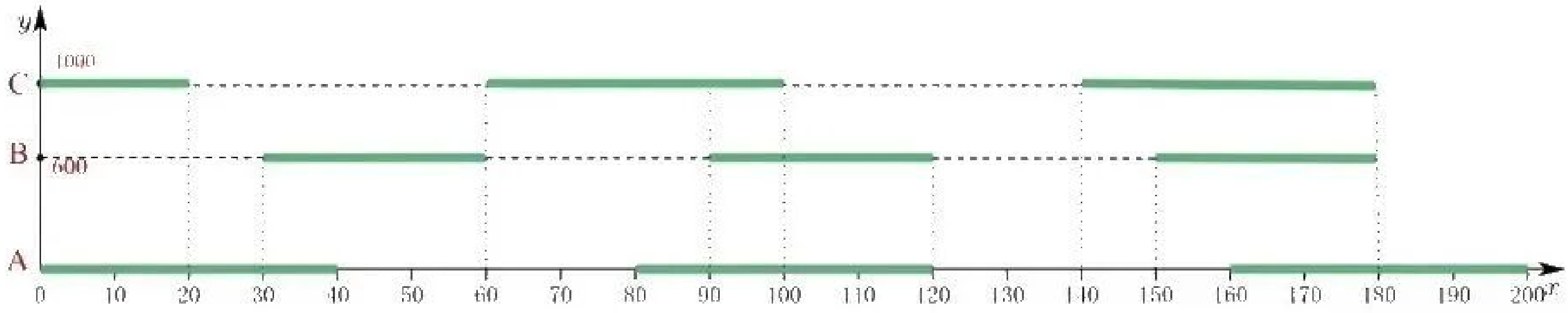
$\therefore M(4,1)$，$k=4\times1=4$

解答题 26 题

绿波带是这样一段路段：车辆以特定范围匀速行驶时，能连续通过多个绿灯．在某段道路上依次有 A、B、C 三个路口．路口 B、C 和路口 A 的距离分别为 $600\,m$、$1000\,m$．各个路口的交通灯设置及启动时间如下：

A、C 路口红灯、绿灯持续 $40\,s$，B 路口绿灯、红灯持续 $30\,s$，黄灯时长忽略不计，红灯和绿灯依次交替亮起，循环往复．在路口 A 绿灯亮起 $20s$，C 路口绿灯熄灭；A 路口绿灯亮起 $30\,s$ 后路口 B 的绿灯亮起．

若汽车在第 0 秒出发，以"时间 $t(s)$"为横轴，"距离 $S(m)$"为纵轴，绘制各路口红绿灯时序带，(实线段为绿灯时段，虚线段为红灯时段)．



(1) 一辆汽车从 A 路口在绿灯亮起时刻出发（$t=0$），行驶速度 $v=15\,\text{m/s}$，该车能否顺利通过 B 路口，请说明理由．

(2) 一辆汽车从 A 路口在绿灯亮起 10 s 后出发（$t=10$），以速度 v 匀速行驶，在 $0<t\leqslant100$ 的时间范围内，在绿灯时段经过 B 路口，求 v 的取值范围．

(3) 一辆汽车从 A 路口在绿灯亮起 $0\sim20\,s$ 时间段内出发，以速度 v 匀速行驶，在 $0<t\leqslant180$ 时间范围内，是否存在速度 v，使得在绿灯时段经过 B、C 路口．若存在，直接写出 v 的取值范围；若不存在，请说明理由．

【答案】(1) ∵到达 B 的时间：$t=\dfrac{600}{15}=40\,s$ 且 B 路口绿灯时段：$30\leqslant t\leqslant60$，

$\therefore t=\dfrac{600}{15}=40\,s$ 此时 B 为绿灯 ∴能顺利通过 B 路口

(2) 到达 B 的时间 $t=\dfrac{600}{v}+10s$

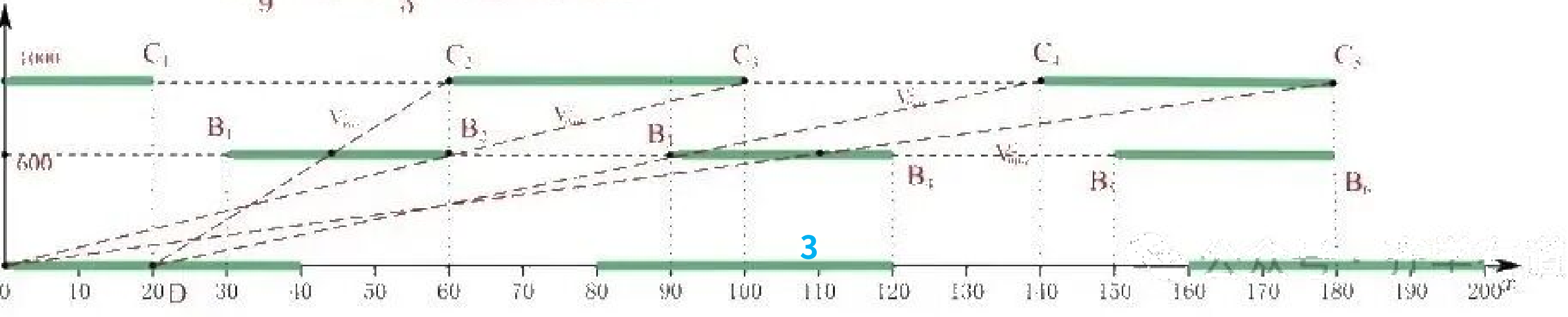
又∵$0<t\leqslant180$ 时间范围内 B 路口绿灯时段：$30\leqslant t\leqslant60$ 或 $90\leqslant t\leqslant100$

∴绿灯时段经过 B 路口，可得 $30\leqslant10+\dfrac{600}{v}\leqslant60$ 或 $90\leqslant10+\dfrac{600}{v}\leqslant100$

∴解 $\dfrac{20}{3}\leqslant v\leqslant7.5$ 或 $12\leqslant v\leqslant30$

(3) 由图可得 $v^1_{max}=\dfrac{1000}{40}=25$、$v^1_{min}=\dfrac{1000}{100}=10$、$v^2_{max}=\dfrac{1000}{120}=\dfrac{25}{3}$、$v^2_{min}=\dfrac{1000}{180}=\dfrac{50}{9}$

故 $\dfrac{50}{9}\leqslant v\leqslant\dfrac{25}{3}$ 或 $10\leqslant v\leqslant25$



解答题27题 定义：将二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与一次函数 $y=mx+n$ 的解析式相加，得到新二次函数 $y=ax^2+(b+m)x+c+n$，我们称二次函数对一次函数进行"吸收".

(1) $y=x^2$ 对 $y=mx+n$ 进行吸收，所得吸收函数经过点 $(-4,0)$，$(2,0)$，求 m、n 的值.

(2) 二次函数 $y=x^2+2x-3$ 对一次函数 $y=mx+n$ 进行吸收.

① 若原二次函数与吸收之后得到的新二次函数的最小值相等，求 n 的取值范围.

② 若吸收后的二次函数与一次函数 $y=mx+n$ 交于 A，B 两点，吸收后二次函数的顶点为 M，$S_{\triangle ABM}=4$，求 m 的值.

【答案】(1) $y=x^2$ 吸收 $y=mx+n$，新函数为：$y=x^2+mx+n$

函数过 $(-4,0),(2,0)$，代入两点：$\begin{cases}(-4)^2-4m+n=0\\2^2+2m+n=0\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}m=2,\\n=-8\end{cases}$

(2) ∵二次函数 $y=x^2+2x-3$ 吸收 $y=mx+n$

∴新函数：$y=x^2+(2+m)x+(n-3)$

①原函数配方：$y=(x+1)^2-4$，最小值为 -4.

吸收函数配方：$y=\left(x+\dfrac{m+2}{2}\right)^2+n-3-\dfrac{(m+2)^2}{4}$

由最小值相得 $n-3-\dfrac{(m+2)^2}{4}=-4$，整理得 $n=\dfrac{(m+2)^2}{4}-1$.

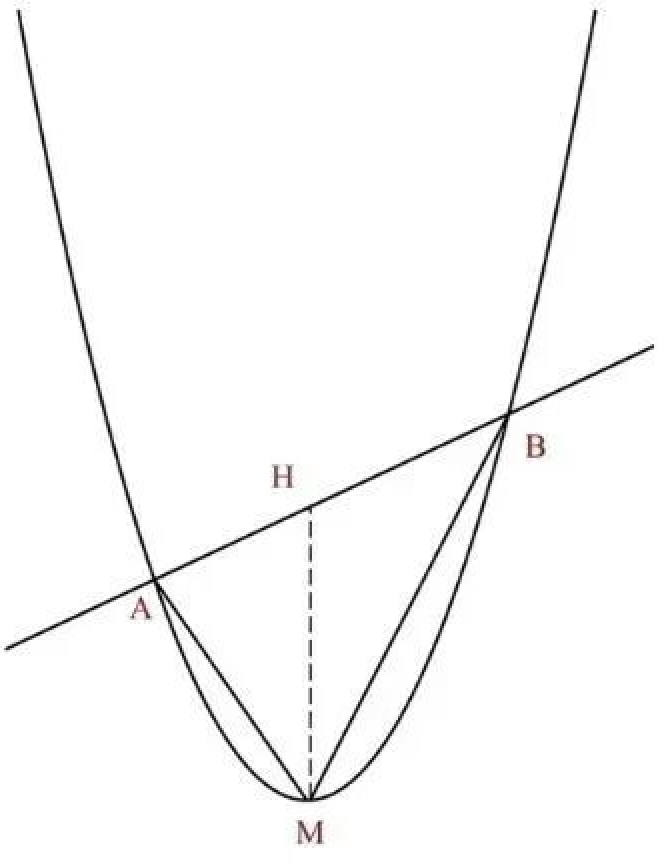
∵ $\dfrac{(m+2)^2}{4}\geqslant 0$，可得 $n\geqslant -1$，

又∵ m 为一次函数系数即 $m\neq 0$，

∴考虑到 $m=0$ 时 $n=\dfrac{(m+2)^2}{4}-1=0$，

但对称点 $m=-4$ 时 $n=\dfrac{(m+2)^2}{4}-1=0$ 故 $n=0$ 可取

∴综上所述 $n\geqslant -1$.



(3) 联立方程 $\begin{cases}y=mx+n\\y=x^2+(m+2)x+n-3\end{cases}$

化简得到 $x^2+2x-3=0$，解得 $x_A=-3$，$x_B=1$

吸收函数顶点 $M\left(-\dfrac{m+2}{2},n-3-\dfrac{(m+2)^2}{4}\right)$.

把 x_M 代入一次函数，$y_H=-\dfrac{m(m+2)}{2}+n$.

计算铅垂高 $MH=\left|n-3-\dfrac{(m+2)^2}{4}-\left(-\dfrac{m(m+2)}{2}+n\right)\right|=\dfrac{|m^2-16|}{4}$

由铅垂法面积公式 $S=\dfrac{1}{2}\times 4\times\dfrac{|m^2-16|}{4}=4$

$\therefore |m^2-16|=8$

$m^2=8$ 或 $m^2=24$，解得 $m=\pm 2\sqrt{2}$，$m=\pm 2\sqrt{6}$