昆山市 2026-2027 学年第二学期高二数学期末考试模拟试题

姓名__________得分______

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\left\{x\in \mathbf{N}\left|2^x\le 8\right.\right\}$，$B=\left\{x\in \mathbf{Z}\left|\ln x\le 1\right.\right\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$\{2,3\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{1,2,3\}$　　D．$\{0,1,2,3\}$

2．已知两个随机变量 (X,Y) 的 4 组成对数据为 $(4,2),(6,m),(8,5),(10,6)$.由这 4 组数据可得 Y 关于 X 的线性回归方程为 $\hat{Y}=0.7X-0.9$，则 $m=$（　）

A．2.8　　B．3　　C．3.3　　D．4

3．某校有 5 名教师和 3 名学生参加志愿者活动，需从中选出 3 人组成服务小组，若要求至少包含 1 名教师，则不同的选法有（　）

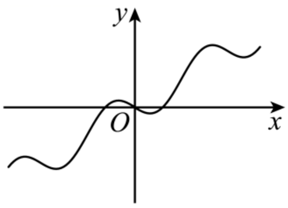
A．56 种　　B．46 种　　C．55 种　　D．45 种

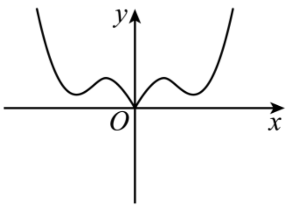
4．已知离散型随机变量 X 的分布列为下表且 $Y=\frac{1}{2}X+2$，则 $D(Y)=$（　）

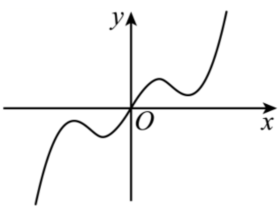
X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

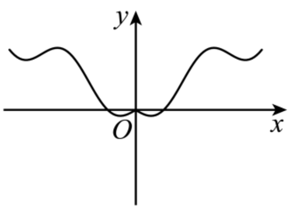
A．1　　B．$\frac{5}{18}$　　C．$\frac{5}{9}$　　D．$\frac{5}{36}$

5．已知函数 $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\cos x$，$f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，则 $f'(x)$ 的图像大致是（　）

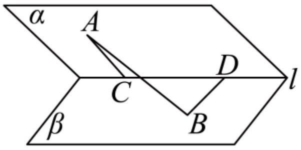
A．

B．

C．

D．

6．如图，二面角$\alpha-l-\beta$的大小为$\frac{\pi}{3}$，点A，B分别在半平面α,β内，$AC\perp l$于点C，$BD\perp l$于点D.若$AC=5,BD=6,CD=\sqrt{33}$，则$AB=$（ ）



A．$\sqrt{94}$　　B．7　　C．8　　D．9

7．已知过点$A(a,0)$作曲线$y=(1-x)\mathrm{e}^x$的切线有且仅有1条，则$a=$（ ）

A．-3　　B．3　　C．-3或1　　D．3或1

8．已知$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)\approx0.6827$，$P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)\approx0.9973$.今有一批数量庞大的零件.假设这批零件的某项质量指标引单位：毫米）服从正态分布$N(5.40,0.05^2)$，现从中随机抽取N个，这N个零件中恰有K个的质量指标ξ位于区间$(5.35,5.55)$.若$K=45$，试以使得$P(K=45)$最大的N值作为N的估计值，则N为（ ）

A．45　　B．53　　C．54　　D．90

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．下列结论正确的是（ ）

A．当研究两个变量之间的关联程度时，若相关系数的绝对值$|r|$越接近于0，则两个变量的线性相关程度越强

B．在评估模型拟合效果时，决定系数R^2越接近0，表示模型对数据的拟合效果越差

C．通过样本数据得到的回归直线$y=bx+a$一定经过点$(\bar{x},\bar{y})$

D．设关于分类变量X与Y的独立性检验的原假设为H_0：X与Y无关，根据分类变量X与Y的成对样本数据，计算得到$\chi^2=3.541$，依据$\alpha=0.05$的独立性检验$(x_{0.05}=3.841)$，没有充分证据推断H_0不成立，即认为X与Y无关．

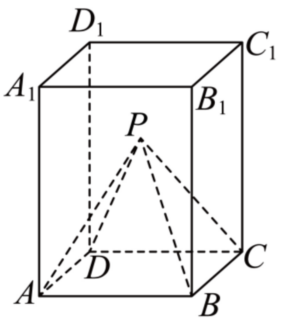
10．已知$(x+2)^7=a_0+a_1(1-2x)+a_2(1-2x)^2+\cdots+a_7(1-2x)^7$，则下列结论正确的是（　）

A．$a_7=-\dfrac{1}{128}$　　　　B．$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=-128$

C．$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7=2187$　　D．$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+7a_7=-224$

11．设点P是正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$内一动点，$AA_1=2$，$BC=1$，$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BA}+\lambda\overrightarrow{AC}+\mu\overrightarrow{AA_1}$，

$(\lambda,\mu\in(0,1))$，如图所示，则下列正确的是（　）



A．当$\mu=\dfrac{1}{2}$时，三棱锥$C-PAD$的体积为$\dfrac{1}{6}$

B．当$\lambda+2\mu=1$时，$PB+PD$的最小值为$\sqrt{6}$

C．当$AP=1$时，$\dfrac{1}{2}A_1P+PC$的最小值为$\dfrac{3}{2}$

D．当$\lambda+\mu=1$时，四面体$PABC$外接球的半径的取值范围为$\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$

第二部分（非选择题 共92分）

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．

12．已知点M在平面ABC内，且对于平面ABC外一点O，满足$\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OC}$，则$\lambda=$

__________.

13．已知函数$f(x)=\ln a\cdot\ln x-bx+2b^2-1$在$x=1$处取得极大值0，则$\dfrac{b}{a}=$________.

14．已知甲盒中放有1个红球、3个白球(除颜色外，其他完全相同)，乙盒中放有2个红球、2个白球(除颜色外，其他完全相同)，每次等可能地从甲、乙两个盒子中选择一个盒子，有放回地摸1个球，若连续摸到2个红球，则停止摸球．记停止摸球时摸球的总次数为X，则$E(X)$=________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．不等式$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$对一切实数x恒成立的k的取值集合为A，集合$B=\{x\mid x^2-mx-3<0\}$.

(1)求集合A；

(2)若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，求实数m的取值范围.

16．为考察某种药物M对预防疾病N的效果，进行了动物实验，根据100个有放回简单随机样本的数据，得到如下列联表：

药物M	疾病N		合计
	未患病	患病	
未服用	30		45
服用			55
合计		30	100

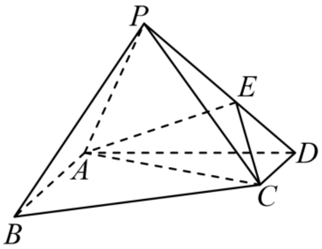
(1)请根据已知条件将上述列联表补充完整，记“取到的样本为未患疾病N”为事件A，“取到的样本为服用药物M”为事件B，求$P\left(B|A\right)$的估计值；

(2)根据小概率值$\alpha=0.1$的独立性检验，分析药物M是否对预防疾病N有效.

附$\chi^2=\frac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$，

$P\left(\chi^2\geq k\right)$	0.1	0.05	0.01
k	2.706	3.841	6.635

17．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB//CD$, $\angle BAD=90^{\circ}$, $AB=2CD=4$, $PA\perp CD$, 在锐角 $\triangle PAD$ 中, $AD=PD=3\sqrt{2}$.



(1)求证：平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$;

(2)在棱 PD 上是否存在一点 E, 使 $PB//$ 平面 ACE? 若存在,求出 $\dfrac{PE}{ED}$ 的值;若不存在,请说明理由;

(3)若直线 AC 与平面 PCD 所成的角为 30°,求平面 PBC 与平面 PCD 夹角的余弦值.

18．“绿色出行，低碳环保”的理念已经深入人心，逐渐成为新的时尚．甲、乙、丙三人为响应“绿色出行，低碳环保”号召，他们计划每天选择“共享单车”或“地铁”两种出行方式中的一种．他们之间的出行互不影响，其中，甲每天选择“共享单车”的概率为$\frac{1}{2}$，乙每天选择“共享单车”的概率为$\frac{2}{3}$，丙在每月第一天选择“共享单车”的概率为$\frac{3}{4}$，从第二天起，若前一天选择“共享单车”，后一天继续选择“共享单车”的概率为$\frac{1}{4}$，若前一天选择“地铁”，后一天继续选择“地铁”的概率为$\frac{1}{3}$，如此往复．

(1)若 3 月 1 日有两人选择“共享单车”出行，求丙选择“共享单车”的概率；

(2)记甲、乙、丙三人中 3 月 1 日选择“共享单车”出行的人数为X，求X的分布列与数学期望；

(3)求丙在 3 月份第$n\left(n=1,2,\cdots,31\right)$天选择“共享单车”的概率$P_n$，并帮丙确定在 3 月份中选择“共享单车”的概率大于“地铁”的概率的天数．

19．已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{2-x}+ax+\frac{b}{x-1}$.

(1)若 $b=0$，且 $f'\left(x\right)\geq 0$，求 a 的最小值；

(2)证明：曲线 $y=f(x)$ 是中心对称图形；

(3)若 $a=-\frac{b}{2}$,当 $1<x<2$ 时 $f\left(x\right)>\mathrm{e}^{2}-1$ 恒成立，求 b 的取值范围

参考答案及评分标准

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	C	D	A	C	C	B

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9	10	11
BCD	ACD	ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．$\frac{7}{12}$　　13．$\frac{1}{e}$ / e^{-1}　　14．$\frac{88}{9}$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13 分）

【详解】（1）当 $k=0$ 时，$-\frac{3}{8}<0$ 显然恒成立；

当 $k \neq 0$ 时，不等式 $2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$ 对一切实数 x 都成立，

则 $\begin{cases} k<0 \\ k^2-4\times 2k\times\left(-\frac{3}{8}\right)<0 \end{cases}$，解得 $-3<k<0$.

综上，$A=(-3,0]$.（6 分）

（2）因为“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，

所以 $A\subseteq B$.

又 $B=\left\{x|\ x^2-mx-3<0\right\}$，即 $x^2-mx-3<0$ 在 $(-3,0]$ 上恒成立.

令 $f(x)=x^2-mx-3$，

则 $\begin{cases} f(-3)\le 0 \\ f(0)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9+3m-3\le 0 \\ -3<0 \end{cases}$，解得 $m\le -2$，

所以 m 的取值范围为 $(-\infty,-2]$.（13 分）

16.（15 分）

【详解】（1）根据题意，完善 2×2 列联表如下：

药物 M	未患病	患病	合计
未服用	30	15	45
服用	40	15	55
合计	70	30	100

由条件概率公式可得 $P\left(B|A\right)=\frac{n\left(AB\right)}{n\left(A\right)}=\frac{40}{70}=\frac{4}{7}$，即 $P\left(B|A\right)$ 的估计值为 $\frac{4}{7}$.（8 分）

（2）零假设 H_0：药物 M 对预防疾病 N 无效，

$\chi^2=\frac{100\times\left(30\times 15-40\times 15\right)^2}{45\times 55\times 70\times 30}\approx 0.433<2.706$，

所以在小概率值 $\alpha=0.1$ 的独立性检验下，没有充分证据表明药物 M 对预防疾病 N 有效，即认为药物 M 无预防效果.（15 分）

17.（15 分）

【详解】（1）证明：在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面为直角梯形，

且 $AB//CD,\angle BAD=90^\circ$，所以 $CD\perp AD$，由已知 $PA\perp CD$，

又 $PA\cap AD=A$，故 $CD\perp$ 平面 PAD，又 $CD\subset$ 平面 $ABCD$，所以平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$；（4 分）

（2）连接 BD，$BD\cap AC=O$，连接 OE，若 $PB//$ 平面 ACE，

因为 $PC\subset$ 平面 PBD，平面 $PBD\cap$ 平面 $ACE=OE$，

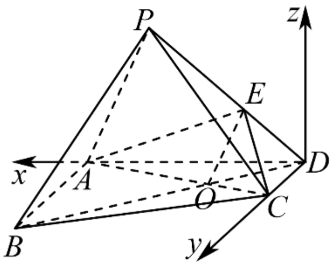
故 $PB//OE$，又 $AB//CD, AB=2CD$，则 $\frac{PE}{ED}=\frac{BO}{OD}=\frac{AB}{CD}=2$，

故 E 为 PD 三等分点（靠近点 D），即 $\frac{PE}{ED}=2$，

当 $\frac{PE}{ED}=2$ 时，$\frac{PE}{ED}=\frac{BO}{OD}=\frac{AB}{CD}=2$，故 $PB//OE$，

又 $PB\not\subset$ 平面 ACE，$OE\subset$ 平面 ACE，所以 $PB//$ 平面 ACE；（9 分）

（3）如图，以 D 为原点，分别以 $\overrightarrow{DA}$、$\overrightarrow{DC}$ 方向为 x 轴、y 轴正方向,通过点 D 作平面 $ABCD$ 的垂线，以该直线的向上方向为 z 轴，如图建立空间直角坐标系，



则 $D(0,0,0), A(3\sqrt{2},0,0), C(0,2,0), B(3\sqrt{2},4,0)$，

所以 $\overrightarrow{DC}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-3\sqrt{2},2,0)$，

不妨设 $\angle PDA=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，则 $P(3\sqrt{2}\cos\theta,0,3\sqrt{2}\sin\theta)$，

所以 $\overrightarrow{DP}=(3\sqrt{2}\cos\theta,0,3\sqrt{2}\sin\theta)$．设平面 PCD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=2y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}=3\sqrt{2}x\cos\theta+3\sqrt{2}z\sin\theta=0\end{cases}$，可取 $\vec{n}=(\sin\theta,0,-\cos\theta)$，

因为 AC 与平面 PCD 所成角为 30°，

则 $\sin 30^{\circ}=\cos\langle\overrightarrow{AC},\vec{n}\rangle=\frac{|\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{AC}||\vec{n}|}=\frac{3\sqrt{2}\sin\theta}{\sqrt{22}}=\frac{1}{2}$，

解得 $\sin\theta=\frac{\sqrt{11}}{6}$，故 $\cos\theta=\frac{5}{6}$，则 $P\left(\frac{5\sqrt{2}}{2},0,\frac{\sqrt{22}}{2}\right)$，

所以 $\overrightarrow{CP}=\left(\frac{5\sqrt{2}}{2},-2,\frac{\sqrt{22}}{2}\right), \overrightarrow{PB}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},4,-\frac{\sqrt{22}}{2}\right)$，

可取 $\vec{n}=(\sqrt{11},0,-5)$；设平面 PBC 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CP}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}x-2y+\dfrac{\sqrt{22}}{2}z=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{PB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+4y-\dfrac{\sqrt{22}}{2}z=0\end{cases}$，可取 $\vec{m}=\left(-\sqrt{2},3,\sqrt{22}\right)$，

设平面 PBC 与平面 PCD 夹角为 α，

则 $\cos\alpha=\left|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle\right|=\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\left|\dfrac{-\sqrt{22}-5\sqrt{22}}{6\times\sqrt{33}}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

故平面 PBC 与平面 PCD 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$．（15 分）

18．（17 分）

【详解】（1）记甲、乙、丙三人 3 月 1 日选择“共享单车”出行分别为事件 A,B,C，

记三人中恰有两人选择“共享单车”出行为事件 D，

则 $P(D)=P\left(AB\overline{C}\right)+P\left(A\overline{B}C\right)+P\left(\overline{A}BC\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{11}{24}$，

又 $P(CD)=P\left(\overline{A}BC\right)+P\left(A\overline{B}C\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{8}$，

所以 $P(C|D)=\dfrac{P(CD)}{P(D)}=\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{11}{24}}=\dfrac{9}{11}$，

即若 3 月 1 日有两人选择“共享单车”出行，丙选择“共享单车”的概率为 $\dfrac{9}{11}$．（4 分）

（2）由题意可知，X 的所有可能取值为 0，1，2，3，

则 $P(X=0)=P\left(\overline{A}\overline{B}\overline{C}\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$，

$P(X=1)=P\left(A\overline{B}\overline{C}\right)+P\left(\overline{A}B\overline{C}\right)+P\left(\overline{A}\overline{B}C\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$，

$P(X=2)=P(D)=\dfrac{11}{24}$，

$P(X=3)=P(ABC)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$，

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{4}$

故 $E(X)=0\times\dfrac{1}{24}+1\times\dfrac{1}{4}+2\times\dfrac{11}{24}+3\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{23}{12}$，

即 X 的数学期望为 $\dfrac{23}{12}$．（10 分）

（3）由题意得 $P_1=\frac{3}{4}$，

则 $P_n=\frac{1}{4}P_{n-1}+\frac{2}{3}\left(1-P_{n-1}\right)=-\frac{5}{12}P_{n-1}+\frac{2}{3}\left(n=2,3,\cdots,31\right)$，

所以 $P_n-\frac{8}{17}=-\frac{5}{12}\left(P_{n-1}-\frac{8}{17}\right)$，

所以 $\dfrac{P_n-\frac{8}{17}}{P_{n-1}-\frac{8}{17}}=-\frac{5}{12}\left(n=2,3,\cdots,31\right)$.

又因为 $P_1-\frac{8}{17}=\frac{19}{68}\neq 0$，

所以数列 $\left\{P_n-\frac{8}{17}\right\}$ 是以 $\frac{19}{68}$ 为首项，$-\frac{5}{12}$ 为公比的等比数列，

所以 $P_n=\frac{8}{17}+\frac{19}{68}\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)^{n-1}\left(n=2,\cdots,31\right)$，

经检验当 $n=1$ 时，上式也成立，

所以 $P_n=\frac{8}{17}+\frac{19}{68}\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)^{n-1}\left(n=1,2,\cdots,31\right)$.

由题意知，3 月份中选择“共享单车”的概率大于“地铁”的概率需满足 $P_n>1-P_n$，即 $P_n>\frac{1}{2}$，

则 $\frac{8}{17}+\frac{19}{68}\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{1}{2}$，

即 $\left(-\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{2}{19}\left(n=1,2,\cdots,31\right)$，

当 n 为偶数时，$\left(-\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{2}{19}$ 显然不成立，

当 n 为奇数时，不等式可变为 $\left(\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{2}{19}$，

当 $n=1$ 时，$1>\frac{2}{19}$ 成立；

当 $n=3$ 时，$\left(\frac{5}{12}\right)^2=\frac{25}{144}>\frac{24}{144}=\frac{2}{12}>\frac{2}{19}$ 成立；

当 $n=5$ 时，$\left(\frac{5}{12}\right)^4<\left(\frac{6}{12}\right)^4=\frac{1}{16}<\frac{2}{19}$，

则$n=5$时，$\left(\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{2}{19}$不成立.

又因为函数$y=\left(\frac{5}{12}\right)^{n-1}$单调递减，

所以当$n\geq 5$时，$\left(\frac{5}{12}\right)^{n-1}>\frac{2}{19}$不成立，

所以只有在第 1 天和第 3 天时，$P_n>\frac{1}{2}$，

所以丙在 3 月份中选择“共享单车”的概率大于“地铁”的概率的天数只有 2 天（17 分）

19．（17 分）

【详解】（1）$b=0$时，$f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{2-x}+ax$，则$f'(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{2-x}+a=\mathrm{e}^x+\frac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^x}+a$，

因为$\mathrm{e}^x+\frac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^x}\geq 2\mathrm{e}$，当且仅当$x=\mathrm{e}$时等号成立，

故$f'(x)_{\min}=2\mathrm{e}+a$，而$f'(x)\geq 0$成立，故$2\mathrm{e}+a\geq 0$，即$a\geq -2\mathrm{e}$，所以$a$的最小值为$-2e$.（4 分）

（2）先判断$y=f(x)$定义域关于原点对称，再设$P(m,n)$为$y=f(x)$图象上任意一点，然后利用指数运算判断点$Q(2-m,2a-n)$也在$y=f(x)$图象上，即可证明（9 分）

（3）因为$a=-\frac{b}{2}$，$f(x)>\mathrm{e}^2-1$在$(1,2)$上恒成立，

设$t=x-1\in(0,1)$，则$f(x)=g(t)=\mathrm{e}^{1+t}-\mathrm{e}^{1-t}+a(1+t)+\frac{b}{t}=\mathrm{e}(\mathrm{e}^t-\mathrm{e}^{-t})+at+\frac{b}{t}+a$，

则有$g(t)=\mathrm{e}(\mathrm{e}^t-\mathrm{e}^{-t})-\frac{b}{2}t+\frac{b}{t}-\frac{b}{2}>\mathrm{e}^2-1$在$(0,1)$上恒成立，

因为$g'(t)=\mathrm{e}(\mathrm{e}^t+\mathrm{e}^{-t})-\frac{b}{2}-\frac{b}{t^2}$，可设$\varphi(t)=g'(t)=\mathrm{e}(\mathrm{e}^t+\mathrm{e}^{-t})-\frac{b}{2}-\frac{b}{t^2}$，

所以$\varphi'(t)=\mathrm{e}(\mathrm{e}^t-\mathrm{e}^{-t})+\frac{2b}{t^3}=\mathrm{e}\frac{(\mathrm{e}^t+1)(\mathrm{e}^t-1)}{\mathrm{e}^t}+\frac{2b}{t^3}$

①当$b>0$时，由$t\in(0,1)$知$\mathrm{e}^t-1>0$，$\frac{2b}{t^3}>0$，所以$\varphi'(t)>0$，

所以$\varphi(t)$在$(0,1)$单调递增.

1.当$\varphi(1)=\mathrm{e}^2+1-\frac{b}{2}-b\leq 0$，即$b\geq\frac{2}{3}(\mathrm{e}^2+1)$时，$g'(t)<0$对任意$t\in(0,1)$都成立，

所以$g(t)$在$(0,1)$上单调递减，则$g(t)>g(1)=\mathrm{e}^2-1$；

2.当 $\varphi(1)=\mathrm{e}^2+1-\frac{b}{2}-b>0$，即 $0<b<\frac{2}{3}(\mathrm{e}^2+1)$ 时，而当 $t\to 0$ 时，$\varphi(t)\to -\infty$，

所以 $\exists t_0\in(0,1)$，使 $\varphi(t_0)=0$，所以 $g(t)$ 在 $(0,t_0)$ 上单调递减，在 $(t_0,1)$ 上单调递增，

所以 $g(t_0)<g(1)=\mathrm{e}^2-1$，所以舍去；

②当 $b=0$ 时，所以 $g(t)=\mathrm{e}^{1+t}-\mathrm{e}^{1-t}$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，则 $g(t)<g(1)=\mathrm{e}^2-1$，所以舍去；

③当 $b<0$ 时，$y=\mathrm{e}^{1+t}-\mathrm{e}^{1-t}$ 与 $y=-\frac{b}{2}t+\frac{b}{t}=-b(\frac{1}{2}t-\frac{1}{t})$ 在 $(0,1)$ 上都单调递增，

所以 $g(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，则 $g(t)<g(1)=\mathrm{e}^2-1$，所以舍去.

综上，$b\geq\frac{2}{3}(\mathrm{e}^2+1)$.（17 分）