昆山市 2026-2027 学年第二学期高一数学期末考试模拟试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知向量 a=(1,2)，b=(2,−1)，则 a·b=（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2．下列说法不正确的是（　）

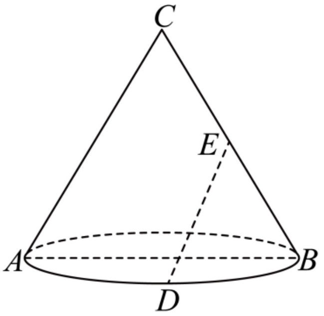
A．单位向量的模一定相等

B．若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$

C．在等边三角形ABC中，$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$的夹角为$120°$

D．若$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{DC}|$，$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|$则平面四边形$ABCD$一定是平行四边形

3．如图，圆锥的轴截面ABC为等边三角形，D为弧AB的中点，E为母线BC的中点，则异面直线AC和DE所成角的大小为（　）



A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

4．在$VABC$中，"$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$"是"$VABC$是锐角三角形"的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．下列各组向量中，可以作为基底的是（　）

A．$\overrightarrow{e_1}=(1,1),\overrightarrow{e_2}=(2,2)$　　B．$\overrightarrow{e_1}=(3,-2),\overrightarrow{e_2}=(-6,4)$

C．$\overrightarrow{e_1}=(0,0),\overrightarrow{e_2}=(-1,3)$　　D．$\overrightarrow{e_1}=(1,2),\overrightarrow{e_2}=(2,3)$

6．在$\triangle ABC$中，已知$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=9$，$\sin B=\cos A\cdot\sin C$，$\frac{1}{2}bc\sin A=6$，$P$为线段$AB$上的一点，且$\overrightarrow{CP}=x\cdot\frac{\overrightarrow{CA}}{|\overrightarrow{CA}|}+y\cdot\frac{\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CB}|}$，则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为（　）

A．$\frac{7+2\sqrt{3}}{12}$　　B．$\frac{7+3\sqrt{2}}{12}$　　C．$\frac{7+2\sqrt{6}}{12}$　　D．$\frac{7+4\sqrt{3}}{12}$

7．已知复数 $z_1=1+2i$，$z_2=2-i$，则 z_1/z_2 的模长是（　）

A．9　　B．1

C．3　　D．2

8．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\cos^2\frac{\omega x}{2}-\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}(\omega>0),x\in\mathbf{R}$．若$f(x)$在区间$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$内没有零点，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left(0,\frac{2}{9}\right]$　　B．$\left(0,\frac{4}{9}\right]$

C．$\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$　　D．$\left(0,\frac{4}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．在$\triangle ABC$中，下列结论正确的有（）

A. 若$a^2+b^2<c^2$，则$\triangle ABC$为钝角三角形

B. 若$\sin A=\sin B$，则$A=B$

C. 若$A>B$，则$\sin A>\sin B$

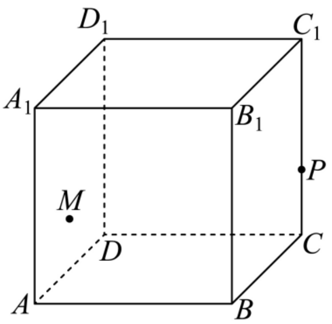
D. 若$\triangle ABC$为锐角三角形，则$\sin A>\cos B$

10．下列等式不成立的有（　）

A．$\cos 40°\cos 20°-\sin 40°\sin 20°=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\sin 15°\cos 15°=\frac{1}{2}$

C．$\frac{1+\tan 15°}{1-\tan 15°}=\sqrt{3}$　　D．$\sin^2\frac{\pi}{8}-\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

11．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，点M是其侧面ADD_1A_1上的一个动点（含边界），点P是线段CC_1上的动点，则（　）



A．PM的长度范围是$\left[1,\sqrt{2}\right]$

B．存在点P，M，使得平面B_1D_1M与平面PBD平行

C．存在点P，M，使得二面角$M-DC-P$大小为$\frac{\pi}{3}$

D．当P为棱CC_1的中点且$PM=2\sqrt{2}$时，则点M的轨迹长度为$\frac{\pi}{3}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分，其中14题第一空2分，第二空3分.

12．若复数$m^2-m-12+\left(m^2-10m+24\right)\mathrm{i}>0$，则实数$m$的取值为__________.

13．在梯形$ABCD$中，$AB/\!/CD$，$\angle A=90°$，$AB=2CD=3$，$AD=2$，若EF在线段AB上运动，且EF=1，则$\overline{CE}\cdot\overline{CF}$的最小值为______.

14．已知四面体$ABCD$中，$\triangle ABD$为边长为$2\sqrt{3}$的等边三角形，$CD\perp BD$，$CD=4$，二面角$A-BD-C$的大小为$120°$，则四面体$ABCD$的外接球的表面积为________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

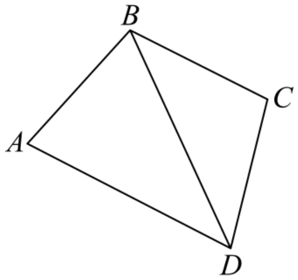
15.（13 分）已知α, β均为锐角，$\sin\alpha = \frac{4}{5}$，$\cos(\alpha+\beta) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$。

(1) 求$\cos\alpha$和$\sin(\alpha+\beta)$的值;

(2) 求$\sin\beta$的值;

(3) 在$\triangle ABC$中，若$\angle A = \beta$，$BC = 4$，$AB = 6$，求AC的长度。

16．（15 分）《麦田里的守望者》中的主人公霍尔顿将自己的精神生活寄托于那广阔无垠的麦田．假设霍尔顿在一块四边形 $ABCD$ 的麦田里成为守望者，如图所示，为了分割麦田，他将 BD 连接，经测量 $AB=BC=CD=2$， $AD=2\sqrt{2}$．



(1)霍尔顿发现无论 BD 多长，$\sqrt{2}\cos A-\cos C$ 为一个定值，请你验证霍尔顿的结论，并求出这个定值；

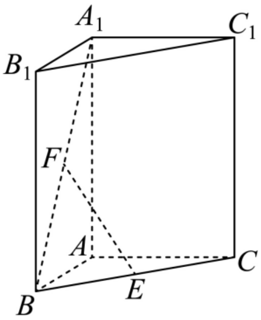
(2)霍尔顿发现麦田的生长与土地面积的平方呈正相关（正相关描述的是两个变量之间的一种关系：当一个变量增大时，另一个变量也倾向于增大；反之，当一个变量减小时，另一个变量也倾向于减小），记$\triangle ABD$ 与$\triangle BCD$ 的面积分别为S_1和 S_2，为了更好地规划麦田，请你帮助霍尔顿求 $S_1^2+S_2^2$ 的最大值；

17．（15 分）已知i为虚数单位，z_1，z_2是$x^2+mx+n=0\left(m,n\in\mathbf{R},\Delta=m^2-4n<0\right)$的两个根.

(1)设z_1，z_2满足方程$z_1+\left(1-\mathrm{i}\right)z_2=9+6\mathrm{i}$，求$m,n$的值；

(2)设$z_1=1+2i$，复数z_1，z_2所对的向量分别是$\vec{a}$与$\vec{b}$，若向量$t\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为钝角，求实数t的取值范围.

18．（17 分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB\perp AC$，$AB=4$，$AC=4\sqrt{3}$，$AA_1=4\sqrt{6}$，点E,F分别为棱BC,A_1B的中点．



(1)证明：直线$EF//$平面AA_1C_1C；

(2)求异面直线EF与B_1C_1所成的角的大小．

19．（17 分）在平面直角坐标系中，从原点$(0,0)$出发，每次只能向右移动1个单位$(1,0)$或向上移动1个单位$(0,1)$，能到达的点(m,n)（m,n为自然数）称为鸿蒙点。

(1) 写出所有走 3 步能到达的鸿蒙点；

(2) 若鸿蒙点(m,n)满足 $m+n=6$，求$m\cdot n$的最大值；

(3) 若鸿蒙点满足 $m+n\leq 8$，求m^2+n^2的最小值，并写出此时对应的点。

数学·参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	B	D	D	B	C

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9	10	11
ACD	ABD	BC

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.6　　13. $\frac{15}{4}$/3.75　　14. $\frac{148}{3}\pi$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）

(1) $\cos\alpha=\frac{3}{5}$, $\sin(\alpha+\beta)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(2) $\sin\beta=\frac{11\sqrt{5}}{25}$

(3) $AC=3$

16.（15 分）

（1）在$\triangle ABD$中，由余弦定理得$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos A$，

即$BD^2=4+8-8\sqrt{2}\cos A=12-8\sqrt{2}\cos A$.

在$\triangle BCD$中，由余弦定理得$BD^2=CB^2+CD^2-2CB\cdot CD\cdot\cos C$，

即$BD^2=4+4-8\cos C=8-8\cos C$，所以$12-8\sqrt{2}\cos A=8-8\cos C$，

即$\sqrt{2}\cos A-\cos C=\frac{1}{2}$，所以无论$BD$多长，$\sqrt{2}\cos A-\cos C=\frac{1}{2}$.（4 分）

（2）$S_1=\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin A=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\sin A=2\sqrt{2}\sin A$，$S_2=\frac{1}{2}CB\cdot CD\cdot\sin C=\frac{1}{2}\times2\times2\sin C=2\sin C$，

则$S_1^2+S_2^2=8\sin^2A+4\sin^2C=12-8\cos^2A-4\cos^2C$，

由（1）知，$\sqrt{2}\cos A-\cos C=\frac{1}{2}$，即$\cos C=\sqrt{2}\cos A-\frac{1}{2}$，代入上式，

得$S_1^2+S_2^2=12-8\cos^2A-4\left(\sqrt{2}\cos A-\frac{1}{2}\right)^2=-16\cos^2A+4\sqrt{2}\cos A+11$，

配方得$S_1^2+S_2^2=-16\left(\cos A-\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2+\frac{23}{2}$，

当$\cos A=\frac{\sqrt{2}}{8}$时，$S_1^2+S_2^2$取到最大值为$\frac{23}{2}$.（5 分）

17.（15 分）

（1）因为$m,n\in\mathbf{R},\Delta=m^2-4n<0$，

所以方程$x^2+mx+n=0$的两个根z_1，z_2为共轭复数，

设$z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=a-b\mathrm{i}\ (a,b\in\mathbf{R})$，

由韦达定理得$z_1+z_2=-m$，$z_1z_2=n$，

将$z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=a-b\mathrm{i}$代入$z_1+(1-\mathrm{i})z_2=9+6\mathrm{i}$，

得$a+b\mathrm{i}+(1-\mathrm{i})(a-b\mathrm{i})=9+6\mathrm{i}$，即$(2a-b)-a\mathrm{i}=9+6\mathrm{i}$，

所以$\begin{cases}2a-b=9\\-a=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-6\\b=-21\end{cases}$，所以$z_1=-6-21\mathrm{i}$，$z_2=-6+21\mathrm{i}$，

所以$m=-(z_1+z_2)=12$，$n=z_1z_2=477$．（8 分）

（2）因为$z_1=1+2i$，所以$z_2=1-2\mathrm{i}$，所以$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,-2)$，

所以$t\vec{a}-\vec{b}=t(1,2)-(1,-2)=(t-1,2t+2)$，$\vec{a}+2\vec{b}=(1,2)+2(1,-2)=(3,-2)$，

因为$t\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为钝角，所以$(t\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})<0$，且$t\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$不共线，

所以$\begin{cases}3(t-1)-2(2t+2)<0\\-2(t-1)-3(2t+2)\neq 0\end{cases}$，解得$t>-7$且$t\neq-\dfrac{1}{2}$，

所以实数t的取值范围为$\left(-7,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$．（7 分）

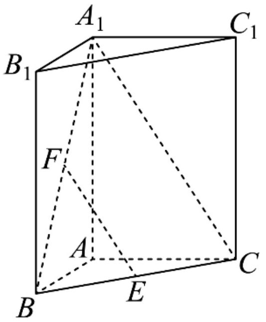
18．（17 分）

（1）连接A_1C，由已知条件，点E,F分别为棱BC,A_1B的中点，

故有$EF//A_1C$，

又$EF\not\subset$平面AA_1C_1C，$A_1C\subset$平面AA_1C_1C，

所以直线$EF//$平面AA_1C_1C；



（7 分）

（2）由（1）可知$EF//A_1C$，$BC//B_1C_1$，

故$\angle BCA_1$或其补角为异面直线EF与B_1C_1所成的角．

因为$AB\perp AC$，$AB=4$，$AC=4\sqrt{3}$，所以$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=8$，

根据直三棱柱性质可知，$AA_1\perp AB,AA_1\perp AC$，所以$BA_1=\sqrt{A_1A^2+AB^2}=4\sqrt{7}$，

$CA_1=\sqrt{A_1A^2+AC^2}=12$，

在$\triangle A_1CB$中，由余弦定理得$\cos\angle BCA_1=\frac{8^2+12^2-\left(4\sqrt{7}\right)^2}{2\times8\times12}=\frac{1}{2}$,

又$\angle BCA_1\in\left(0,\pi\right)$，故$\angle BCA_1=\frac{\pi}{3}$,

即异面直线EF与B_1C_1所成的角的大小为$\frac{\pi}{3}$.（10 分）

19．（17 分）

(1) 走 3 步: $(3,0)$、$(2,1)$、$(1,2)$、$(0,3)$

(2) $m+n=6$，由均值不等式，$m\cdot n$最大值为9（$m=n=3$时取到）

(3) m^2+n^2最小值为2，对应点$(1,1)$