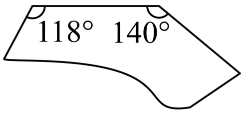
昆山市 2025-2026 学年第二学期八年级数学期末考试模拟试题

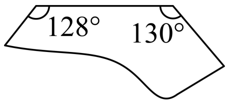
一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

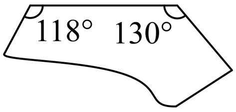
1．下列二次根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是

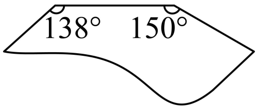
A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{6}$

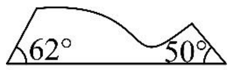
2．下列选项中，能与如图所示残缺的图形拼成一个梯形的是

A．

B．

C．

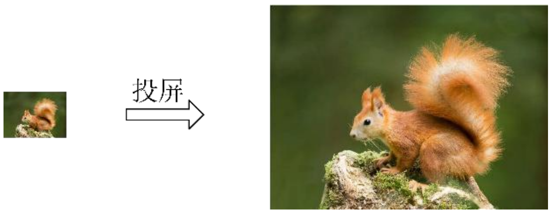
D．



（第 2 题图）

3．上课时，李老师将一张长为 8cm，宽为 6cm 的照片利用手机投屏功能投放到大屏幕上供学生观赏，屏幕上的照片形状与原照片相同．若屏幕上的照片长为 80cm，则其宽为

A．60cm　　B．80cm　　C．100cm　　D．120cm



（第 3 题图）

（第 4 题图）

4．如图，小聪从点 A 沿直线走向路灯 B 的正下方点 C 处，他的影长 $y(\text{m})$ 随他与点 A 之间的距离 $x(\text{m})$ 变化而变化．若小聪的身高为 $1.5\text{m}, AC=10\text{m}, BC=5\text{m}$，则 y 关于 $x(0<x<10)$ 的函数表达式为

A．$y=\frac{3}{10}(10-x)^2$　　B．$y=\frac{3}{10}(10-x)$

C．$y=\frac{3}{7}(10-x)^2$　　D．$y=\frac{3}{7}(10-x)$

5．已知多项式 x^2+4 与一个单项式的和能因式分解，则这个单项式不可能是

A．$4x$　　B．$-4x$　　C．$\frac{1}{16}x^4$　　D．$-\frac{1}{4}x^4$

6．《九章算术》中有题为：每头牛比每只羊贵 1 两，20 两买牛，15 两买羊，买得牛、羊的数量相等，求每头牛的价格．根据题意，嘉嘉和淇淇分别列出了尚不完整的方程如图所示．下列说法不正确的是

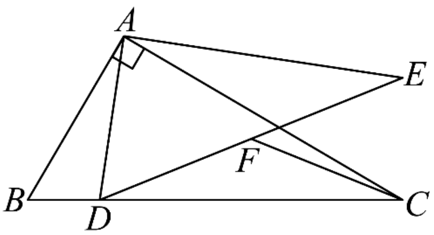
嘉嘉：$\frac{20}{x}=\frac{15}{\bigcirc}$	淇淇：$\frac{20}{y}-*=1$

A．x 表示每头牛的价格　　B．y 表示买得牛（羊）的数量

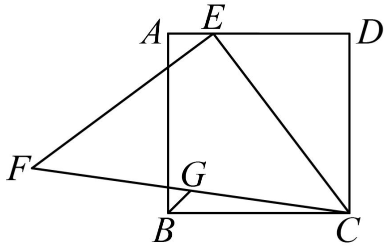
C．$\bigcirc$ 表示 $x-1$　　D．$*$ 表示 $\frac{15}{y-1}$

7．如图，$\triangle ABC \backsim \triangle ADE, \angle BAC = \angle DAE = 90°, AB = 6, AC = 8, F$ 为 DE 的中点，若点 D 在直线 BC 上运动，连接 CF，则在点 D 运动过程中，线段 CF 的最小值是

A．2.4　　B．3　　C．4　　D．4.8



（第 7 题图）



（第 8 题图）

8．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在 AD 边上，$AE = 1$，连接 CE，将线段 CE 绕点 E 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 EF，连接 CF，$\angle ABC$ 的平分线交 CF 于点 G，则 BG 的长为

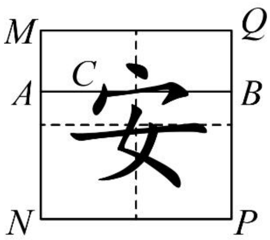
A $\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

9．从单词“$mathematics$”中随机抽取一个字母，字母“a”出现的概率是__▲__．

10．将方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 化成 $(x+a)^2 = b$（a, b 为常数）的形式，则 $(a+b)^{2026} =$__▲__．

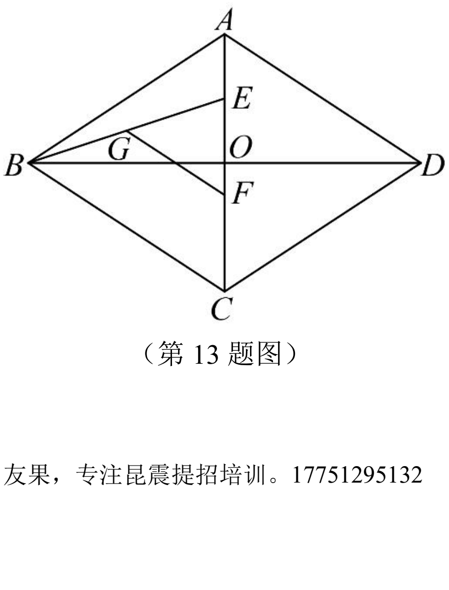
11．黄金分割是汉字结构最基本的规律．借助如图的正方形习字格书写的汉字“安”端庄稳重、舒展美观．已知一条分割线的端点 A，B 分别在习字格的边 MN，PQ 上，且 $AB \parallel NP$，“安”字的笔画“”的位置在 AB 的黄金分割点 C 处，且 $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$．若 $NP = 4$，则 AC 的长更接近的整数是__▲__．



（第 11 题图）

12．分式方程 $\frac{x^2-1}{x^2+2x} = \frac{3}{x(x+2)}$ 的解是__▲__．

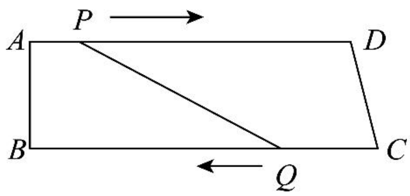
13．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$AC = 8$，$BD = 12$，点 E 在线段 OA 上，$AE = 2$，点 F 在线段 OC 上，$OF = 1$，连接 BE，点 G 为 BE 的中点，连接 FG，则 FG 的长为__▲__．



（第 13 题图）

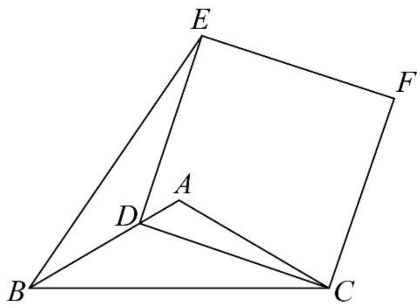
14．对于任意的正数 m、n 定义运算※，$m※n=\begin{cases}\sqrt{m}-\sqrt{n}\,(m>n)\\ \sqrt{m}+\sqrt{n}\,(m<n)\end{cases}$，计算 $(3※2)\times(8※12)$ 的结果为___▲___.

15．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle B=90^\circ$，AB=4cm, AD=12cm, BC=13cm，点 P 从点 A 出发，以 1cm/s 的速度向点 D 运动；点 Q 从点 C 同时出发，以 2cm/s 的速度向点 B 运动．其中一个动点到达端点时，另一个动点也随之停止运动．设运动时间为 t 秒，当 $PQ=CD$ 时，则 t 的值为___▲___.



（第 15 题图）

16．如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=$4\sqrt{5}$，D 为边 AB 上一动点(B 点除外)，以 CD 为一边作正方形 $CDEF$，连接 BE，则△BDE 面积的最大值为___▲___.



（第 16 题图）

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分．

17．（本题满分 3 分）

计算：$\sqrt{2}\times\sqrt{8}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}+\left|1-\sqrt{5}\right|$.

18．（本题满分 5 分）

下面分别是甲、乙两位同学解方程的过程．

甲同学 $(x+1)^2=2(x+1)$ 解：$x+1=2$∧ 第一步 $x=1$∧ 第二步	乙同学 $2x^2+3x=-1$ 解：$\because a=2,$，$b=3$，$c=-1$ ∧ 第一步 $\therefore$ $\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times2\times(-1)=17>0$ ∧ 第二步 $\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2\times2}$ ∧ 第三步 即 $x_1=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{4}$，$x2=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{4}$ ∧ 第四步

(1)甲、乙两位同学的解题过程都出现了错误，甲同学是第_步开始出现错误，乙同学是第_步开始出现错误；

(2)从两个方程中任选一个进行正确解答．

19．（本题满分 5 分）

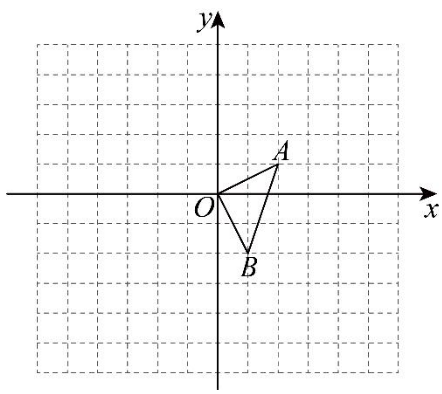
先化简：$\left(1-\dfrac{3}{x+2}\right)\div\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-4}$，再从 -2，-1，1，2 中选择一个适当的数 x，代入求值．

20．（本题满分 5 分）

如图，在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中建立平面直角坐标系 xOy，$\triangle OAB$ 的顶点均为格点（网格线的交点）．已知点 A 和点 B 的坐标分别为 $(2,1)$ 和 $(1,-2)$．

(1)以原点 O 为位似中心，在 y 轴的右侧画出 $\triangle OAB$ 的一个位似 $\triangle OA_1B_1$，使它与 $\triangle OAB$ 的相似比为 $2:1$．

(2)四边形 ABB_1A_1 的面积为____▲____．



（第 20 题图）

21．（本题满分 6 分）

如图，œABC 中，$AB=BC$，现进行如下操作：

①以点 C 为圆心，任意长为半径画弧交 BC 于点 E，交 AC 于点 F；

②以点 A 为圆心，CE 长为半径画弧交 AC 于点 H；

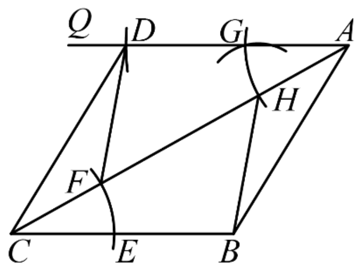
③以点 H 为圆心，EF 长为半径画弧，交前面的弧于点 G；

④过点 G 作射线 AQ；

⑤以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧交 AQ 于点 D，连接 CD 得四边形 $ABCD$．

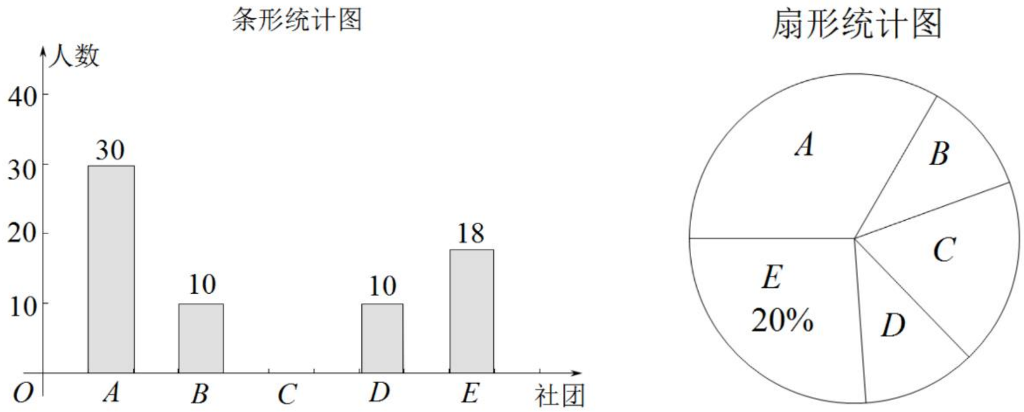
(1)判断四边形 $ABCD$ 的形状，并说明理由；

(2)连接 DF，BH，求证：$DF=BH$．



（第 21 题图）

22．（本题 8 分）在贯彻落实“五育并举”的工作中，某校开设了五个社团活动：传统国学（A）科技兴趣（B）、民族体育（C）、艺术鉴赏（D）、劳技实践（E），每个学生每个学期只参加一个社团活动，为了了解本学期学生参加社团活动的情况，学校随机抽取了若干名学生进行调查，并将调查结果绘制成如下两幅尚不完整的统计图，请根据统计图提供的信息，解答下列问题：



（第 22 题图）

(1)本次调查的学生共有___▲___人；

(2)将条形统计图补充完整；

(3)在扇形统计图中，传统国学（A）对应扇形的圆心角度数是___▲___；

(4)若该校有 2700 名学生，请估算本学期参加艺术鉴赏（D）活动的学生人数．

23．（本题满分 6 分）

观察下列等式，并回答问题．

$(2+3)^2-2^2=7\times3$；$(4+3)^2-4^2=11\times3$；$(6+3)^2-6^2=15\times3$；

…

华华发现规律：比任意一个偶数大 3 的数与此偶数的平方差能被 3 整除．

(1)$(20+3)^2-20^2$的结果是 3 的__▲__倍；

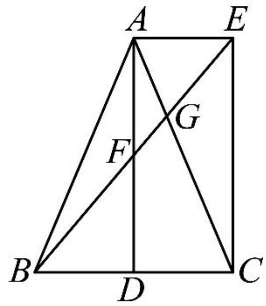
(2)设偶数为$2k$（k为整数），试说明$(2k+3)$与$2k$的平方差能被 3 整除．

24．（本题满分 8 分）

如图，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD平分$\angle BAC$，分别过点A，C作BC，AD的平行线交于点E，连接BE，交AD，AC于点F，G．

(1)求证：四边形$ADCE$是矩形；

(2)求$\frac{BF}{GF}$的值．



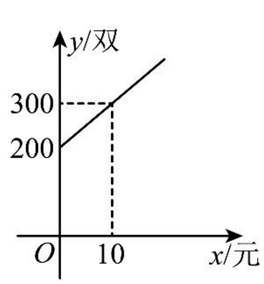
（第 24 题图）

25．（本题 10 分）某运动品牌销售一款运动鞋，已知每双运动鞋的成本价为 60 元，当售价为 100 元/双时，每天能售出 200 双．经过一段时间销售发现，平均每天售出的运动鞋数量y（双）与降低价格x（元）间存在如图所示的函数关系．

(1)求出y与x的函数关系式；

(2)公司希望平均每天获得的利润达到 8960 元，且优惠力度最大，则每双运动鞋的售价多少？

(3)为了保证每双运动鞋的利润不低于成本价的50%，公司每天能否获得 9000 元的利润．若能，求出定价：若不能，请说明理由．



（第 25 题图）

26．（本题满分 12 分）

如图 1，在平面直角坐标系中，直线 $y=2x+b\left(b>0\right)$ 分别与 x 轴，y 轴交于点 A，B，点 D 在 x 轴正半轴上，以 AB，AD 为邻边作平行四边形 $ABCD$，点 C 的坐标为 $\left(4,2\right)$．

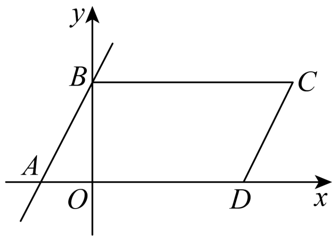


图1

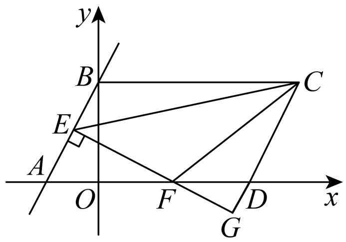
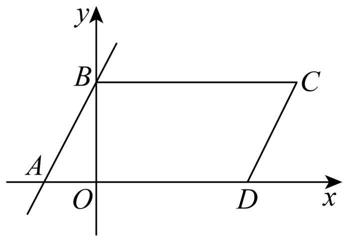


图2



备用图

（第 26 题图）

(1)求点 D 的坐标和直线 AB 的解析式；

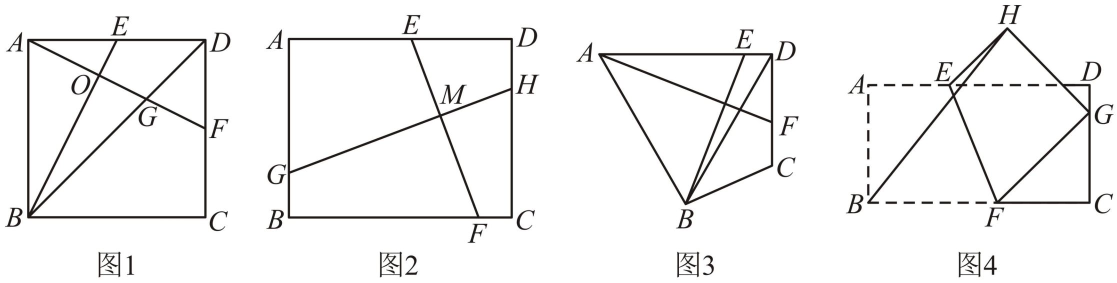
(2) E 为线段 AB 上一点，其横坐标为 a，过点 E 作 AB 的垂线，交 x 轴于点 F，交直线 CD 于点 G

①如图 2，若 $a=-\frac{1}{2}$，求 $\triangle CEF$ 的面积；

②若以 C，F，G 为顶点的三角形与 $\triangle AEF$ 相似，求 a 的值．

27．（本题满分 14 分）

【问题探究】



（第 27 题图）

(1)如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别为 AD、CD 边上不与端点重合的一动点，连接 AF 交 BE 于点 O，交对角线 BD 于点 G，且 $\angle ABE=\angle DAF$．

①BE 与 AF 的关系是___▲___；

②若 $DG=\frac{1}{2}BG$，求 $\frac{AG}{AD}$ 的值．

【类比探究】

(2)如图 2，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=5$，点 G、H 分别在边 AB、CD 上，点 M 为线段 GH 上一动点，过点 M 作 GH 的垂线分别交边 AD、BC 于点 E、点 F．若线段 GH 恰好平分矩形 $ABCD$ 的面积，且 $BG=1$，求 EF 的长；

【知识迁移】

(3)如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90°$，点 E、F 分别在线段 AD、CD 上，且 $BE\perp AF$，连接 BD，若 $\triangle ABD$ 为等边三角形，求 $\frac{BE}{AF}$ 的值；

【拓展应用】

(4)如图 4，在矩形 $ABCD$ 中，$CD=m$，$AD=n$，点 E，F 分别在边 AD，BC 上，将四边形 $ABFE$ 沿 EF 翻折，点 B 的对应点点 G 恰好落在 CD 上，点 A 的对应点是点 H，则 $mBH+nEF$ 的最小值为___▲___（用 m、n 的代数式表示）．

未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027

如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872

参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	D	D	C	B

1．B

【分析】根据同类二次根式的定义，先将各选项化为最简二次根式，再对比被开方数是否和$\sqrt{3}$相同，即可得出答案．

【详解】解：∵$\sqrt{3}$是最简二次根式，被开方数为3．

对各选项化简：A 选项$\sqrt{2}$是最简二次根式，被开方数为$2\neq 3$，不是同类二次根式；

B 选项$\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=2\sqrt{3}$，化简后被开方数为$3$，与$\sqrt{3}$的被开方数相同，是同类二次根式；

C 选项$\sqrt{5}$是最简二次根式，被开方数为$5\neq 3$，不是同类二次根式；

D 选项$\sqrt{6}$是最简二次根式，被开方数为$6\neq 3$，不是同类二次根式．

2．C

【分析】根据梯形只有一组对边平行的定义，利用两直线平行同旁内角互补的性质，计算出与残缺图形已知角互补的两个拼接角，匹配对应角度的选项即可．

【详解】解：∵梯形的定义为只有一组对边平行的四边形，且平行线的性质为：两直线平行，同旁内角互补，

∴要使残缺图形与选项图形拼接成梯形，拼接后需形成一组平行对边，对应拼接的同旁内角需互补，

∵与$62°$角互补的角为$180°-62°=118°$，　与$50°$角互补的角为$180°-50°=130°$，

∴选项 C 中的图形有可能与上面残缺的图形拼成一个梯形．

3．A

【分析】本题考查了相似图形的性质，解题的关键是利用相似图形对应边成比例的性质列比例式求解；根据相似图形对应边成比例，设屏幕上照片的宽为x cm，列出比例式$\frac{8}{6}=\frac{80}{x}$，再求解x的值．

【详解】解：∵屏幕上的照片与原照片形状相同，

∴它们是相似图形，对应边成比例．

设屏幕上照片的宽为x cm，

则$\frac{8}{6}=\frac{80}{x}$，$8x=6\times 80$，$8x=480$，

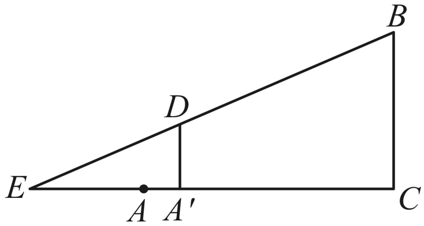
∴$x=60$．

故选：A．

4．D

【分析】根据题目是点光源，将图像画出来，然后将各个线段的代数式表示出来，根据相似三角形列出相似比，将数值代入，解出答案．

【详解】解：如图所示，$A'D$是小聪的身高，$A'E$是小聪的影子长度，



，

∵$AC=10\text{m}$，小聪与点A之间的距离$x(\text{m})$，

∴$A'C=10-x$，

∵$AD\perp EC,BC\perp EC,\angle E=\angle E$，

∴$\triangle EDA\backsim\triangle EBC$，

∴$\frac{AD}{BC}=\frac{AE}{EC}$，即$\frac{1.5}{5}=\frac{y}{10-x+y}$，

化简，得$y=\frac{3}{7}(10-x)$．

5．D

【详解】解：对选项 A：和为 $x^2+4x+4=(x+2)^2$，可以因式分解，故 A 不符合要求；

对选项 B：和为 $x^2-4x+4=(x-2)^2$，可以因式分解，故 B 不符合要求；

对选项 C：和为 $\frac{1}{16}x^4+x^2+4=\left(\frac{1}{4}x^2\right)^2+2\times\frac{1}{4}x^2\times 2+2^2=\left(\frac{1}{4}x^2+2\right)^2$，可以因式分解，故 C 不符合要求；

对选项 D：和为 $-\frac{1}{4}x^4+x^2+4$，整理得 $-\frac{1}{4}\left(x^4-4x^2-16\right)$，$x^4-4x^2-16$ 无法在整式范围内分解为多个整式的乘积，因此该多项式不能因式分解，故 D 符合要求．

6．D

【分析】本题考查了分式方程的应用；根据题意，每头牛比每只羊贵 1 两，牛、羊数量相等．嘉嘉的方程中，x 表示每头牛的价格，○表示每只羊的价格；淇淇的方程中，若 y 为牛（羊）的数量，则 $\frac{20}{y}$ 为牛价格，由方程 $\frac{20}{y}-*=1$ 和题意可知，$*$ 表示羊的价格；根据题意，羊的价格为 $\frac{15}{y}$，故 $*$ 应为 $\frac{15}{y}$；因此选项 B 正确，选项 D 错误．

【详解】解：设每头牛价格为 a 两，每只羊价格为 b 两，

$\because a=b+1$，且牛数量为 $\frac{20}{a}$，羊数量为 $\frac{15}{b}$，数量相等，

$\therefore \frac{20}{a}=\frac{15}{b}$．

嘉嘉方程：$\frac{20}{x}=\frac{15}{\bigcirc}$，对比得 x 为牛价格，○为羊价格，即 $\bigcirc=x-1$，故 A、C 正确．

淇淇方程：$\frac{20}{y}-*=1$，y 为数量，则 $\frac{20}{y}$ 为牛价格，牛价格减 1 为羊价格，即 $*=\frac{20}{y}-1$，又羊价格为 $\frac{15}{y}$，

$\therefore *=\frac{15}{y}$，而非 $\frac{15}{y-1}$，故 B 正确，D 错误．

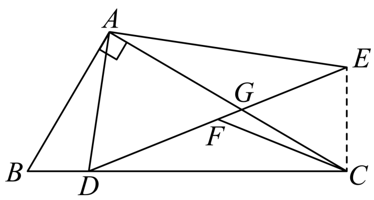
故选：D．

7．C

【分析】本题主要考查了相似三角形的判定与性质，直角三角形斜边上中线等于斜边的一半，勾股定理，面积法，想到将求 CF 的最小值值转换为求 DE 的最小值，因想到连接 CE 证明 $\angle DCE=90°$，求 DE 的最小值则应该求 AD 的最小值，是解题的关键．

连接 CE 将 AC 与 DE 的交点记为 G，利用三角形相似的性质，进行角度转换证明 $\angle DCE=90°$，F 是 DE 的中点，可得 $CF=\frac{1}{2}DE$，再根据当 $AD\perp BC$ 时，AD 最短，此时 DE 最短，根据直角三角形的面积以及相似三角形的性质，求得 DE 的最小值，即可得出 CF 的最小值．

【详解】解：如图，连接 CE 将 AC 与 DE 的交点记为 G，



$\because \triangle ABC\backsim\triangle ADE$，

$\therefore \angle ACD=\angle AEG$，

$\because \angle AGE=\angle DGC$，

$\therefore \triangle AGE\backsim\triangle DGC$，

$\therefore \frac{AG}{DG}=\frac{EG}{GC}$，

$\because \angle AGD=\angle EGC$，

$\therefore \triangle AGD\backsim\triangle EGC$，

$\therefore \angle ADG=\angle ECG$，

$\because \mathrm{Rt}\triangle ADE$ 中，$\angle ADG+\angle AEG=90°$，

$\therefore \angle ECG+\angle ACD=90°$，即 $\angle DCE=90°$，

$\because F$ 是 DE 的中点，

$\therefore CF=\frac{1}{2}DE$，

$\because \triangle ABC \backsim \triangle ADE$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°, AB=6, AC=8$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=10$，

$\therefore \frac{AD}{6}=\frac{DE}{10}$，即 $DE=\frac{5}{3}AD$，

$\therefore$当 $AD\perp BC$ 时，AD 最短，此时 DE 也最短，

当 $AD\perp BC$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{AD\cdot BC}{2}=\frac{AB\cdot AC}{2}$，

$\therefore AD=\frac{6\times 8}{10}=\frac{24}{5}$，

$\therefore DE=\frac{5}{3}AD=8$，

$\therefore CF=\frac{1}{2}DE=4$，

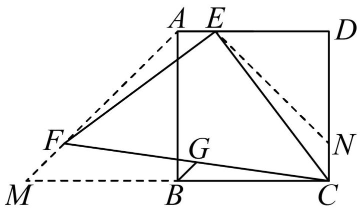
即线段 CF 的最小值是 4．

故选 C．

8．B

【分析】连接 AF 并延长交 CB 的延长线于 M，在 CD 上取点 N，使 $CN=AE=1$，连接 EN，可证 $\triangle DEN$ 是等腰直角三角形，得到 $\angle DNE=45°$，$NE=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，即得 $\angle CNE=135°$，再证明 $\triangle EAF\cong\triangle CNE(\mathrm{SAS})$，得到 $\angle EAF=\angle CNE=135°$，$AF=NE=3\sqrt{2}$，进而可得 $\triangle ABM$ 是等腰直角三角形，得到 $BM=BA=BC=4$，$\angle M=45°$，再得到 $AM\parallel BG$，最后利用相似三角形的性质解答即可求解．

【详解】解：如图，连接 AF 并延长交 CB 的延长线于 M，在 CD 上取点 N，使 $CN=AE=1$，连接 EN，



$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为 4，

$\therefore AD=CD=4$，$\angle BAD=\angle ABC=\angle D=90°$，

$\therefore DE=DN=3$，

$\therefore \triangle DEN$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle DNE=45°$，$NE=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$\therefore \angle CNE=180°-45°=135°$，

由旋转可得，$\angle CEF=90°$，$EF=CE$，

$\therefore \angle AEF+\angle CED=90°$，

$\because \angle NCE+\angle CED=90°$，

$\therefore \angle AEF=\angle NCE$，

又$\because AE=NC$，$EF=CE$，

$\therefore \triangle EAF\cong\triangle CNE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle EAF=\angle CNE=135°$，$AF=NE=3\sqrt{2}$，

$\therefore \angle BAM=135°-90°=45°$，

$\because \angle ABM=180°-\angle ABC=90°$，

$\therefore \triangle ABM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BM=BA=BC=4$，$\angle M=45°$，

$\therefore AM=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$， $BC=\frac{1}{2}MC$ ，

$\therefore MF=AM-AF=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$，

$\because BG$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle CBG=\frac{1}{2}\angle ABC=45°=\angle M$，

$\therefore AM\ /\!/\ BG$，

$\therefore \triangle BCG\backsim\triangle MCF$ ，

$\therefore \frac{BG}{MF}=\frac{BC}{MC}=\frac{1}{2}$，

$\therefore BG=\frac{1}{2}MF=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

9．$\frac{2}{11}$

【分析】本题考查了简单概率公式计算概率，熟练掌握公式是解题的关键．根据简单概率公式计算概率即可．

【详解】解:$\because$在单词“$mathematics$”中，一共有 11 个字母，其中字母“a”有 2 个，

$\therefore$字母“a”出现的概率是$\frac{2}{11}$，

故答案为:$\frac{2}{11}$.

10．1

【分析】利用配方法将原方程变形为$\left(x+a\right)^2=b$的形式，求出a和b的值，再代入所求代数式计算即可．

【详解】解：$\because$ 原方程为$x^2-2x-1=0$，

移项得$x^2-2x=1$，

配方，给方程两边同时加上一次项系数一半的平方1，得$x^2-2x+1=1+1$，

即$(x-1)^2=2$ ，整理为$(x+a)^2=b$ 的形式得$\left[x+\left(-1\right)\right]^2=2$，

$\therefore a=-1$， $b=2$，

则$a+b=-1+2=1$，

因此$\left(a+b\right)^{2026}=1^{2026}=1$.

11．2

【分析】首先根据矩形的性质得到$AB=NP=4$，根据黄金分割的定义得到BC的长度，继而得到AC的长度．

【详解】解：$\because$ 四边形 $NPQM$ 为正方形， $AB\ /\!/\ NP$，

$\therefore \angle N=\angle P=90°$，

$\therefore \angle NAB=180°-\angle N=90°$，

$\therefore$四边形 $ABPN$ 为矩形，

$\therefore$ $AB=NP=4$，

$\because$“安”字的笔画“”的位置在 AB 的黄金分割点 C 处，且$\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$， $\therefore BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 4=2\sqrt{5}-2$，

$\therefore$ $AC=AB-BC=4-\left(2\sqrt{5}-2\right)=6-2\sqrt{5}$ ，

$\because 19.36<20<20.25$，

$\therefore 4.4<\sqrt{20}<4.5$，即$4.4<2\sqrt{5}<4.5$，

$\therefore -4.5<-2\sqrt{5}<-4.4$，

$\therefore 6-4.5<6-2\sqrt{5}<6-4.4$，即$1.5<6-2\sqrt{5}<1.6$，

$\therefore 6-2\sqrt{5}$ 更接近的整数是 2，即 AC 的长更接近的整数是 2．

12． $x=2$

【分析】先将分式方程化为整式方程求解，最后检验所得根是否使原分式方程分母不为零．

【详解】解：$\frac{x^2-1}{x^2+2x}=\frac{3}{x(x+2)}$，

对分母因式分解得 $\frac{x^2-1}{x(x+2)}=\frac{3}{x(x+2)}$，

方程两边同乘最简公分母$x(x+2)$，得$x^2-1=3$

整理得$x^2=4$

解得$x_1=2,x_2=-2$

检验：当$x=-2$时，$x(x+2)=0$，原分式方程分母为零，

因此$x=-2$是增根，舍去；

当$x=2$时，$x(x+2)=2\times4=8\neq0$，满足原分式方程分母不为零的要求.

因此原分式方程的解为$x=2$.

13．$\sqrt{13}$

【分析】本题考查菱形的性质，勾股定理，三角形中位线的性质等．由菱形对角线互相垂直且平分，可得$OA=\frac{1}{2}AC=4$，$OB=\frac{1}{2}BD=6$，$AC\perp BD$，取OE中点H，连接GH，则$GH=\frac{1}{2}OB$，$GH\parallel OB$，再用勾股定理解$\mathrm{Rt}\triangle GHF$即可．

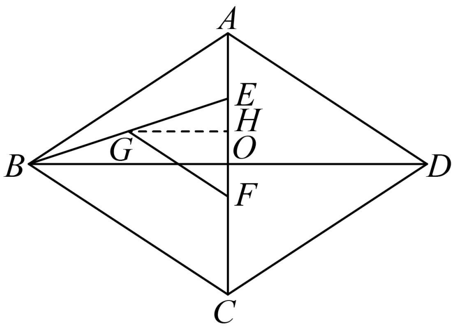
【详解】解：∵在菱形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，$AC=8$，$BD=12$，

∴$OA=\frac{1}{2}AC=4$，$OB=\frac{1}{2}BD=6$，$AC\perp BD$，

∵$AE=2$，

∴$OE=OA-AE=4-2=2$，

如图，取OE中点H，连接GH，



∵点G为BE的中点，点H为OE的中点，

∴$GH=\frac{1}{2}OB=3$，$GH\parallel OB$，

∴$\angle GHE=\angle BOA=90^\circ$，

∵$OF=1$，

∴$HF=OH+OF=\frac{1}{2}OE+OF=\frac{1}{2}\times2+1=2$，

∴$GF=\sqrt{GH^2+HF^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

故答案为：$\sqrt{13}$.

14．2

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，根据定义新运算可得：$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{8}+\sqrt{12}\right)$，然后利用二次根式的乘法法则，进行计算即可解答．

【详解】解：由题意得：

$(3※2)\times(8※12)$

$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{8}+\sqrt{12}\right)$

$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\times\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$

$=2\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

$=2\times(3-2)$

$=2$，

故答案为：2．

15．4或$\dfrac{14}{3}$

【分析】设运动时间为t秒，根据题意，得$AP=t\text{cm}$，此时$PD=AD-AP=(12-t)\text{cm}$，$CQ=2t\text{cm}$，此时$BQ=BC-CQ=(13-2t)\text{cm}$，分四边形$PDCQ$是平行四边形，等腰梯形两种情况求解即可；

【详解】解：设运动时间为t秒，根据题意，得$AP=t\text{cm}$，此时$PD=AD-AP=(12-t)\text{cm}$，$CQ=2t\text{cm}$，此时$BQ=BC-CQ=(13-2t)\text{cm}$，

$\because AD\parallel BC$，故当$PD=CQ$时，四边形$PDCQ$是平行四边形，则有$PQ=CD$，

故$12-t=2t$，解得$t=4$，

P点停止运动时间为$t=\dfrac{12}{1}=12(\text{s})$，$Q$点停止运动时间为$t=\dfrac{13}{2}=6.5(\text{s})$，

$t=4\text{s}$符合要求；

当四边形$PDCQ$是等腰梯形时，也满足$PQ=CD$，

过点D作$DE\perp BC$于点E，过点P作$PF\perp BC$于点F，

$\because \angle B=90^\circ$，$AD//BC$，$PF\perp BC$，

故四边形$ABFP$是矩形，

同理可证，四边形$PDEF$是矩形，四边形$ADEB$是矩形，

故$PD=EF$，$AD=BE=12\text{cm}$，

$CE=BC-BE=1\text{cm}$，

$\because$在$\text{Rt}\triangle PQF$和RtœDCE中

$\begin{cases}PQ=CD\\PF=DE\end{cases}$，

$\therefore \triangle PQF\cong\triangle DCE(\text{HL})$，

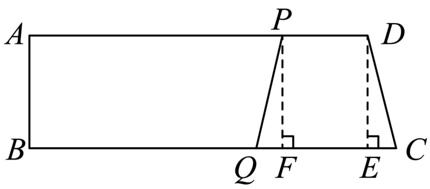
$\therefore QF=CE=1cm$，

$\therefore QF+CE=2\text{cm}$，

$\therefore CQ-EF=2\text{cm}$，

$\therefore CQ-PD=2\text{cm}$，

$\therefore 2t-(12-t)=2$，



解得$t=\dfrac{14}{3}(\text{s})$，也满足要求，

综上，符合条件的t值为4或$\dfrac{14}{3}$；

16．8

【分析】如图，过点A作AH⊥BC于H，过点E作EM⊥AB于M，过点C作CN⊥AB于N，根据等腰三角形的性质以及三角形的面积可求出CN=4，继而根据勾股定理求出AN=3，从而求得BN的长，然后证明△EDM≌△DCN，根据全等三角形的性质可得EM=DN，设BD=x，则DN=8-x，继而根据三角形的面积公式可得$S_{\triangle BDE}=-\dfrac{1}{2}(x-4)^2+8(0<x\le5)$，根据二次函数的性质即可求得答案.

【详解】如图，过点A作AH⊥BC于H，过点E作EM⊥AB于M，过点C作CN⊥AB于N，

∵AB=AC=5，BC=$4\sqrt{5}$，AH⊥BC，

∴BH=$\frac{1}{2}$BC=$2\sqrt{5}$，

∴AH=$\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{5}$，

∵S△ABC=$\frac{1}{2}BC \cdot AH=\frac{1}{2}AB \cdot CN$，

即$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\frac{1}{2}\times 5\times CN$，

∴CN=4，

在 Rt△CAN 中，∠ANC=90°，∴AN=$\sqrt{AC^2-CN^2}$=3，

∴BN=BA+AN=8，

∵四边形 CDEF 是正方形，

∴∠EDM+∠CDN=∠EDC=90°，ED=CD，

∵∠CDN+∠NCD=90°，

∴∠EDM=∠DCN，

又∵∠EMD=∠DNC=90°，

∴△EDM≌△DCN，

∴EM=DN，

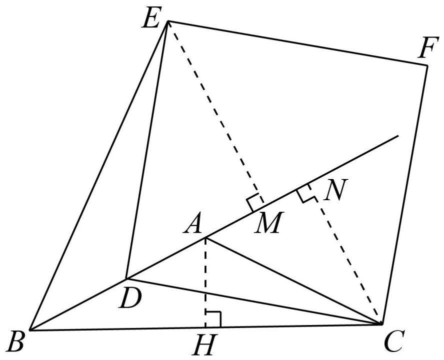
设 BD=x，则 DN=8-x，

∴S△BDE=$\frac{1}{2}BD \cdot EM=\frac{1}{2}x(8-x)=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8(0<x\le 5)$，

∵$-\frac{1}{2}<0$，

∴S△BDE 的最大值为 8，

故答案为 8.



【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，正方形的性质，全等三角形的判定与性质，二次函数的应用等，综合性质较强，有一定的难度，正确添加辅助线，熟练运用相关知识是解题的关键.

17．$\sqrt{5}$

【分析】根据二次根式乘法、负整数指数幂运算、绝对值的化简，按照运算法则分别计算每一项，再合并即可得到最终结果.

【详解】解： 原式$=\sqrt{16}-3+\sqrt{5}-1$

$=4-3+\sqrt{5}-1$

$=\sqrt{5}$.

18．(1)一，一

(2)选甲：方程的解为$x_1=-1$，$x_2=1$；选乙：方程的解为$x_1=-1, x_2=-\frac{1}{2}$

【分析】(1）根据解答过程判断即可求解；

（2）选甲的方程：利用因式分解法直接解答即可；选乙的方程：先把方程转化为一般式，再利用公式法解答即可；

本题考查了解一元二次方程，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

【详解】(1）解：甲同学第一步开始出现错误，漏了$x+1=0$的情况；乙同学第一步开始出现错误，没有把方程转化为一般式，误得到$c=-1$，

故答案为：一，一；

（2）解：选甲的方程：

$\because (x+1)^2=2(x+1)$，

$\therefore (x+1)^2-2(x+1)=0$，

$\therefore (x+1)(x+1-2)=0$，

即 $(x+1)(x-1)=0$，

$\therefore x+1=0$ 或 $x-1=0$，

$\therefore x_1=-1$，$x_2=1$；

选乙的方程：

$\because 2x^2+3x=-1$，

$\therefore 2x^2+3x+1=0$，

$\therefore a=2$，$b=3$，$c=1$，

$\therefore \Delta=3^2-4\times2\times1=1>0$，

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{1}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm1}{4}$，

$\therefore x_1=-1$，$x_2=-\dfrac{1}{2}$．

19．

$\dfrac{x-2}{x-1}$，$\dfrac{3}{2}$

【分析】按照分式混合运算法则化简原式，再根据分式有意义的条件确定可代入的 x 值，最后代入计算即可．

【详解】解：原式 $=\dfrac{x+2-3}{x+2}\times\dfrac{x^2-4}{x^2-2x+1}=\dfrac{x-1}{x+2}\times\dfrac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2}=\dfrac{x-2}{x-1}$，

$\because x+2\neq0$，$x^2-4\neq0$，$x^2-2x+1\neq0$，

$\therefore x\neq-2$，1，2，

将 $x=-1$ 代入得，原式 $=\dfrac{-1-2}{-1-1}=\dfrac{3}{2}$．

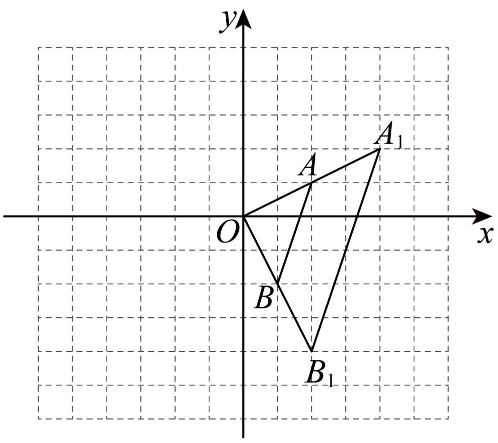
20．(1)见解析

(2) $\dfrac{15}{2}$

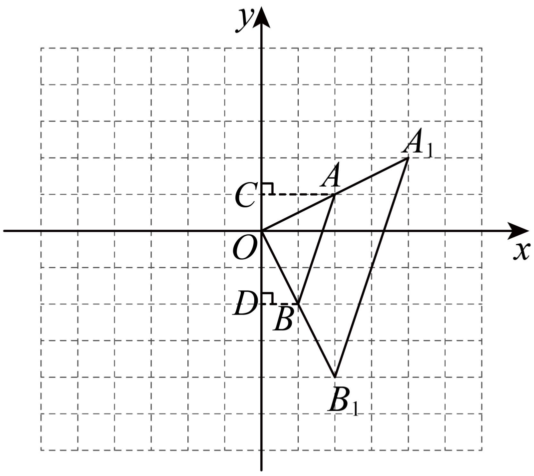
【分析】（1）根据位似定义结合题目要求作图即可；

（2）过点 A 作 $AC\perp y$ 轴于点 C，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴于点 D．先证 $\triangle ACO\cong\triangle ODB\ (\text{SAS})$，从而证得 $\triangle AOB$ 为等腰直角三角形，并计算 $\triangle AOB$ 的面积，再根据相似三角形的性质，由两个三角形的相似比求得它们的面积比，求出 $\triangle A_1OB_1$ 的面积，最后根据四边形 ABB_1A_1 的面积为：$S_{\triangle A_1OB_1}-S_{\triangle AOB}$，求出四边形 ABB_1A_1 的面积．

【详解】（1）解：作图如图所示．



（2）解：如图，过点 A 作 $AC\perp y$ 轴于点 C，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴于点 D．



∵点 A 和点 B 的坐标分别为 $(2,1)$ 和 $(1,-2)$，

∴ $OC=BD=1$， $AC=OD=2$，

∵ $AC\perp y$ 轴， $BD\perp y$ 轴，

∴ $\angle ACO=\angle ODB=90°$，

∴在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle ODB$ 中，

$$\because\begin{cases}AC=OD\\ \angle ACO=\angle ODB,\\ OC=BD\end{cases}$$

∴ $\triangle ACO\cong\triangle ODB$ (SAS)，

∴ $AO=OB$， $\angle CAO=\angle DOB$，

∵ $\angle CAO+\angle COA=180°-\angle ACO=180°-90°=90°$，

∴ $\angle DOB+\angle COA=90°$，

∴ $\angle AOB=\angle COD-(\angle DOB+\angle COA)=90°$，

∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times OA\times OB=\frac{1}{2}\times OA^2=\frac{1}{2}\times(CO^2+CA^2)=\frac{1}{2}\times(1^2+2^2)=\frac{5}{2}$.

∵ $\triangle OA_1B_1\backsim\triangle OAB$，相似比为 $2:1$，

∴ $S_{\triangle A_1OB_1}:S_{\triangle AOB}=4:1$，

∴ $S_{\triangle A_1OB_1}=4S_{\triangle AOB}=4\times\frac{5}{2}=10$，

∴四边形 ABB_1A_1 的面积为： $S_{\triangle A_1OB_1}-S_{\triangle AOB}=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}$.

21．(1)四边形 $ABCD$ 是菱形，理由见解析

(2)见解析

【分析】（1）由作图得， $\angle DAC=\angle ACB$， $AD=CB$，得到 $AD// CB$，然后结合 $AB=BC$ 即可证明；

（2）由菱形的性质得到 $CD=AB$， $CD// AB$，推出 $\angle DCA=\angle BAC$，然后证明出 $\triangle DCF\cong\triangle BAH$ (SAS)，即可得到 $DF=BH$．

【详解】（1）解：四边形 $ABCD$ 是菱形，理由如下：

由作图得， $\angle DAC=\angle ACB$， $AD=CB$

∴ $AD// CB$

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∵ $AB=BC$

∴四边形 $ABCD$ 是菱形；

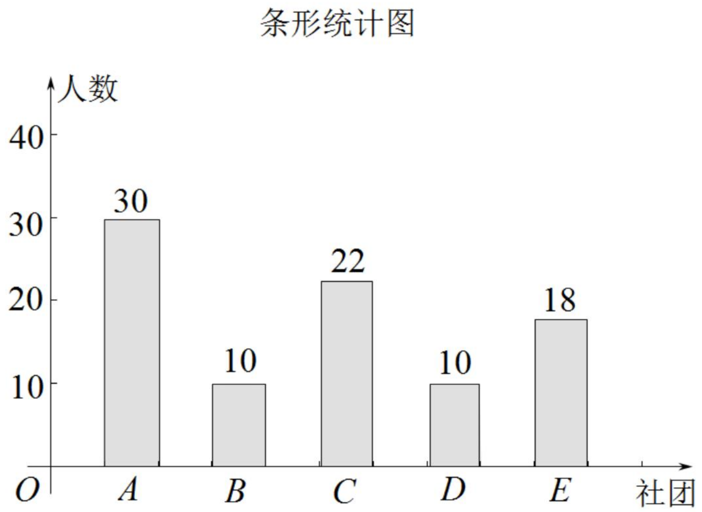
（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形

∴ $CD=AB$， $CD// AB$

∴ $\angle DCA=\angle BAC$

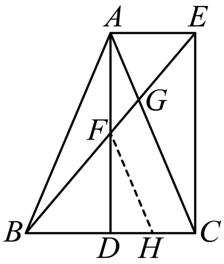
由作图得， $CF=AH$

$\therefore \triangle DCF \cong \triangle BAH\ (\mathrm{SAS})$
$\therefore DF = BH$.
22．(1)90
(2)见解析
(3)120°
(4)300 人
【分析】（1）用劳技实践（E）社团人数除以所占的百分比求解；
（2）先用总人数分别减去传统国学（A）、科技兴趣（B）、艺术鉴赏（D）、劳技实践（E）社团的人数计算出民族体育（C）社团的人数，再补全条形统计图即可；
（3）用 360 度乘传统国学（A）社团所占的比例来求解；
（4）用 2700 乘艺术鉴赏（D）社团所占的比例来求解．
【详解】（1）解：本次调查的学生人数为：
$18 \div 20\% = 90$（人）.
故答案为：90；
（2）解：民族体育（C）社团人数为：$90-30-10-10-18=22$（人），
补全条形统计图如下：



（3）解：在扇形统计图中，传统国学（A）社团对应扇形的圆心角度数是
$360° \times \frac{30}{90} = 120°$.
故答案为：120°；
（4）解：该校有 2700 名学生，本学期参加艺术鉴赏（D）社团活动的学生人数为
$2700 \times \frac{10}{90} = 300$（人）.
【点睛】本题主要考查了条形统计图和扇形统计图，理解先求出本次调查人数是解答关键．
23．(1)43
(2)
见解析
【分析】（1）利用平方差公式法进行计算即可；
（2）利用平方差公式进行计算后判断即可.
【详解】（1）解：$(20+3)^2-20^2=(20+3+20)\times(20+3-20)=43\times3$，
$\therefore (20+3)^2-20^2$ 的结果是 3 的 43 倍；
（2）证明：$\because$ 偶数为 $2k$，k 为整数，对应比它大 3 的数为 $2k+3$，
$\therefore\ (2k+3)^2-(2k)^2$
$=(2k+3-2k)(2k+3+2k)$
$=3(4k+3)$

$\because k$ 为整数，
$\therefore 4k+3$ 为整数，
$\therefore 3(4k+3)$ 能被 3 整除
即 $(2k+3)$ 与 $2k$ 的平方差能被 3 整除．
24．(1)见解析；
(2)3．
【分析】（1）根据题意可知 $AE \parallel CD$，$CE \parallel AD$，即四边形 $ADCE$ 是平行四边形，再结合等腰三角形三线合一得到 $AD \perp BC$ 即可得证；
（2）先证 $\triangle AEF \cong \triangle DBF$ (AAS)，得到 $AF=DF$，则 F 是 AD 的中点，再过点 F 作 AC 的平行线，交 BC 于点 H，求得 $\frac{BH}{BC}=\frac{3}{4}$，再由 $\triangle BFH \backsim \triangle BGC$ 求解即可．
【详解】（1）证明：根据题意得 $AE \parallel CD$，$CE \parallel AD$，
∴四边形 $ADCE$ 是平行四边形．
∵在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 平分 $\angle BAC$，
$\therefore AD \perp BC$，即 $\angle ADC=90°$，
∴四边形 $ADCE$ 是矩形；
（2）解：由（1）得，四边形 $ADCE$ 是矩形，$AB=AC$，$AD \perp BC$，
$\therefore AE=DC=BD$，$AE \parallel BD$，
$\therefore \angle AEF=\angle DBF$，
$\because \angle AFE=\angle DFB$，
$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DBF$ (AAS)，
$\therefore AF=DF$，
∴F 是 AD 的中点．
如解图，过点 F 作 AC 的平行线，交 BC 于点 H，



∴H 为 DC 的中点．
$\therefore \frac{BH}{BC}=\frac{3}{4}$，
$\because GC \parallel FH$，
$\therefore \triangle BFH \backsim \triangle BGC$，
$\therefore \frac{BF}{BG}=\frac{BH}{BC}=\frac{3}{4}$，
$\therefore \frac{GF}{BF}=\frac{1}{3}$，
$\therefore \frac{BF}{GF}$ 的值为 3．
25．(1) $y=10x+200$
(2)88 元
(3)公司每天能获得 9000 元的利润，此时定价为 90 元
【分析】（1）由题意，设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b\ (k \neq 0)$，然后由待定系数法求解析式，即可得到答案；
（2）根据题意，列出一元二次方程，然后解方程，即可求出方程的解；
（3）由题意，列一元二次方程，求出 x 的值，然后列出一元一次不等式，求出不等式的解集，即可求出答案．

【详解】(1) 解：设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，

将 $\left(0,200\right)$，$\left(10,300\right)$ 代入得：$\begin{cases}b=200\\10k+b=300\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=10\\b=200\end{cases}$，

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=10x+200$.

(2) 解：根据题意得 $\left(100-60-x\right)\left(10x+200\right)=8960$，

整理得：$x^2-20x+96=0$，

解得：$x_1=8$，$x_2=12$，

$\because$要求优惠力度最大，

$\therefore$ 取 $x=12$，

$\therefore 100-x=100-12=88$.

答：每双运动鞋的售价应该定为 88 元；

(3) 解：公司每天能获得 9000 元的利润，理由如下：

根据题意得 $\left(100-60-x\right)\left(10x+200\right)=9000$,

整理得 $x^2-20x+100=0$，

解得 $x_1=x_2=10$.

$\because$每双运动鞋的利润不低于成本价的 50%，

$\therefore 100-60-x\geq 60\times 50\%$，

解得：$x\leq 10$，$x=10$ 符合题意，

$\therefore$ 公司每天能获得 9000 元的利润，此时每双运动鞋的定价为 $100-10=90$ 元.

26. (1) $D\left(3,0\right)$；$y=2x+2$

(2)① $\dfrac{13}{4}$

② a 的值为 0 或 $-\dfrac{8}{15}$

【分析】(1) 利用平行四边形性质求得 $B\left(0,2\right)$，进而得出直线 AB 的解析式为 $y=2x+2$，即可求得答案；

(2) ①运用勾股定理可得 $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AE=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，再证得 $\triangle AEF\backsim\triangle AOB$，即可求得 $AF=\dfrac{5}{2}$，$DF=AD-AF=4-\dfrac{5}{2}=\dfrac{3}{2}$，再运用 $S_{\triangle CEF}=S_{\square ABCD}-S_{\triangle AEF}-S_{\triangle CDF}-S_{\triangle BCE}$ 即可求得答案；

②过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H，设 $E\left(a,2a+2\right)$，可证得 $\triangle EHF\backsim\triangle AOB$，求得 $FH=2EH=2\left(2a+2\right)=4a+4$，得出 $F\left(5a+4,0\right)$，分两种情况：当时 $\triangle AEF\backsim\triangle FGC$，当 $\triangle AEF\backsim\triangle CGF$ 时，即可求得答案.

【详解】(1) 解：如图 1，

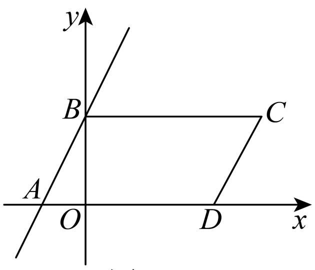


图1

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，$AD=BC$，

$\because AD$ 在 x 轴上，$C\left(4,2\right)$，

$\therefore B\left(0,2\right)$，

$\because$直线 $y=2x+b$ 经过点 $B\left(0,2\right)$，

$\therefore b=2$，

直线 AB 的解析式为 $y=2x+2$，

当 $y=0$ 时，$2x+2=0$，

解得：$x=-1$，

$\therefore A(-1,0)$，

$\because AD=BC=4$，

$\therefore D(3,0)$；

（2）解：①如图2，

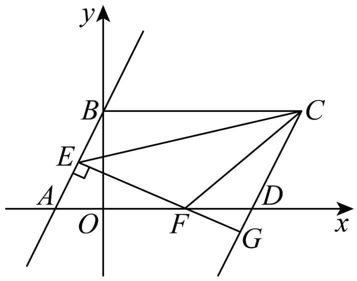


图2

当 $a=-\frac{1}{2}$ 时，$E\left(-\frac{1}{2},1\right)$，

$\because A(-1,0)$，$B(0,2)$，

$\therefore$ 点 E 是 AB 的中点，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 中，$OA=1$，$OB=2$，$\angle AOB=90^\circ$，

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AE=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

$\because EF\perp AB$，

$\therefore \angle AEF=90^\circ=\angle AOB$，

$\because \angle FAE=\angle BAO$，

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle AOB$，

$\therefore \frac{AF}{AB}=\frac{AE}{OA}$，即 $\frac{AF}{\sqrt{5}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1}$，

$\therefore AF=\frac{5}{2}$，

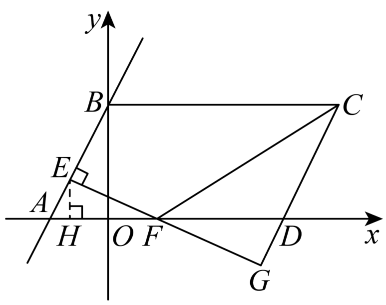
$\therefore DF=AD-AF=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$，

$\therefore S_{\triangle CEF}=S_{\square ABCD}-S_{\triangle AEF}-S_{\triangle CDF}-S_{\triangle BCE}$

$=4\times2-\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times1-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times2-\frac{1}{2}\times4\times1$

$=\frac{13}{4}$；

②过点 E 作 $EH\perp x$ 轴于点 H，设 $E(a,2a+2)$，如图：



$\because EF\perp AB$，

$\therefore \angle ABO+\angle BAO=\angle EFA+\angle BAO=90^\circ$，

$\therefore \angle ABO=\angle EFA$

$\therefore \triangle EHF \backsim \triangle AOB$，

$\therefore \dfrac{EH}{FH}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore FH=2EH=2(2a+2)=4a+4$，

$\therefore F(5a+4,0)$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BC=AD=4$，

$\therefore DF=|-5a-1|$， $AF=5a+5$，

当 $\triangle AEF \backsim \triangle FGC$ 时，

$\because EF\perp AB$，

$\therefore EF\perp CD$，

$\therefore \angle AEF=\angle CGF=90^\circ$，

$\because AB \parallel CG$，

$\therefore \angle FAE=\angle FDG$，

$\therefore \triangle ABO \backsim \triangle DFG$，

$\therefore \dfrac{FG}{OB}=\dfrac{DG}{OA}=\dfrac{DF}{AB}=\dfrac{-5a-1}{\sqrt{5}}$，

$\therefore FG=\dfrac{-5a-1}{\sqrt{5}}\times OB=\dfrac{-10a-2}{\sqrt{5}}$， $DG=\dfrac{-5a-1}{\sqrt{5}}\times OA=\dfrac{-5a-1}{\sqrt{5}}$，

$\because \triangle AEF \backsim \triangle FGC$，

$\therefore \angle AFE=\angle FCG$，

$\because \angle AFE=\angle ABO$，

$\therefore \angle FCG=\angle ABO$，

$\therefore \triangle FCG \backsim \triangle ABO$，

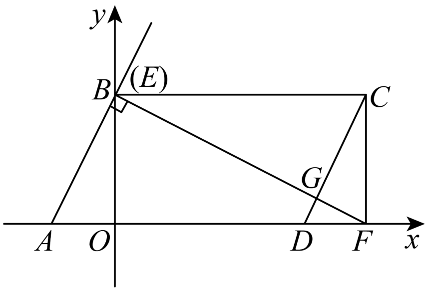
$\therefore \dfrac{FG}{CG}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore 2FG=CG$，

$\therefore 2\times\dfrac{-10a-2}{\sqrt{5}}=\dfrac{-5a-1}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}$，

解得： $a=-\dfrac{8}{15}$，

当 $\triangle AEF \backsim \triangle CGF$ 时，如图：



$\therefore \angle AFE=\angle GCF$，

$\because EF\perp CD$，

$\therefore \angle AFE+\angle GDF=90^\circ$，

$\therefore \angle GCF+\angle GDF=90^\circ$，

$\therefore CF\perp CD$，

$\therefore x_C=x_F=4$，

$\because F(5a+4,0)$，

$\therefore 5a+4=4$，

解得： $a=0$；

综上所述，a 的值为 0 或 $-\frac{8}{15}$.

【点睛】本题是一次函数综合题，考查了待定系数法，一次函数与坐标轴的交点，平行四边形的性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理等，分类讨论是解题的关键.

27．(1)①$BE=AF$；$BE\perp AF$；②$\frac{\sqrt{5}}{3}$

(2)$EF=\frac{4\sqrt{29}}{5}$

(3)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4)$m\sqrt{m^2+4n^2}$

【分析】（1）①由$\triangle ABE\cong\triangle DAF$可证得$BE=AF$，又有同角的余角相等可得$\angle DAF+\angle AEB=90°$，$BE\perp AF$；

②$\triangle FGD\backsim\triangle AGB$，可得$\frac{DG}{BG}=\frac{FG}{AG}=\frac{DF}{AB}=\frac{1}{2}$，由各个线段的比例关系、勾股定理表示出各个线段长，再求解$\frac{AG}{AD}$的值；

（2）正确添加辅助线，过B作$BK\parallel GH$交CD于K，过C作$CQ/\!/EF$交AD于Q，连接BD交GH于O，可证得$CK=2$，再由勾股定理求解即可；

（3）正确添加辅助线，补全矩形，由三角形相似和等边三角形、矩形的性质，即可证得$\frac{AW}{AD}=\frac{BE}{AF}$；

（4）由$\triangle EFM\backsim\triangle BGC$，可证得$mBG=nEF$，通过等量代换可得，$mBH+nEF=m\left(BH+BG\right)$，由轴对称和三角形两边之和大于第三边可知，当$A$，$G$，$B'$三点共线时，$BH+BG$有最小值，最小值为$AB'$，由勾股定理即可求解.

【详解】（1）解：①∵四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=AD$，$\angle BAE=\angle ADF$，

$\because \angle ABE=\angle DAF$，

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle DAF\left(\text{ASA}\right)$，

$\therefore BE=AF$，

$\because \angle ABE=\angle DAF$，$\angle ABE+\angle AEB=90°$，

$\therefore \angle DAF+\angle AEB=90°$，即$BE\perp AF$；

②设正方形$ABCD$的边长为a，则$AB=AD=a$，

$\therefore AB/\!/CD$，

$\therefore \angle DFG=\angle BAG$，$\angle GDF=\angle GBA$，

$\therefore \triangle FGD\backsim\triangle AGB$，

$\therefore \frac{DG}{BG}=\frac{FG}{AG}=\frac{DF}{AB}=\frac{1}{2}$，

$\therefore DF=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}a$，$FG=\frac{1}{2}AG$，

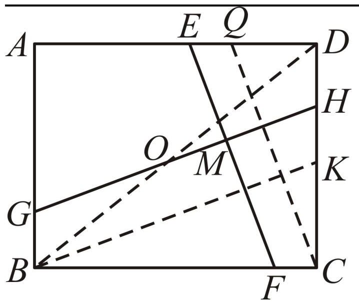
$\therefore AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，

$\because FG=\frac{1}{2}AG$，

$\therefore AG=\frac{2}{3}AF=\frac{\sqrt{5}}{3}a$，

$\therefore \frac{AG}{AD}=\frac{\frac{\sqrt{5}a}{3}}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

（2）解：过B作$BK\parallel GH$交CD于K，过C作$CQ/\!/EF$交AD于Q，



$\because EF\perp GH$，$\therefore CQ\perp BK$，

$\because BK\parallel GH$， $BG\parallel KH$，$\therefore$四边形 $BKHG$ 是平行四边形，

$\therefore BG=HK=1$，

$\because GH$ 平分矩形 $ABCD$ 的面积，连接 BD 交 GH 于 O，

$\therefore OB=OD$，

$\because AB//CD$，所以 $\angle BGO=\angle DHO$， $\angle GBO=\angle HDO$

$\therefore \triangle BOG\cong\triangle DOH\ (\text{AAS})$，

$\therefore BG=DH=1$，

$\therefore CK=CD-KH-DH=2$，

$\therefore BK=\sqrt{BC^2+CK^2}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$，

$\because CQ\perp BK$，

$\therefore \angle CBK=\angle DCQ$，

$\angle BCK=\angle CDQ=90°$，

$\therefore \triangle CBK\backsim\triangle DCQ$，

$\therefore \dfrac{CB}{DC}=\dfrac{BK}{CQ}$，

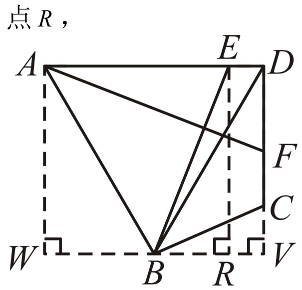
$\therefore CQ=\dfrac{DC\cdot BK}{CB}=\dfrac{4\sqrt{29}}{5}$，

$\because CQ//EF$， $EQ//CF$，

$\therefore$四边形 $EQCF$ 是平行四边形，

$\therefore EF=CQ=\dfrac{4\sqrt{29}}{5}$；

（3）解：过点 B 作 $BV\perp DC$，交 DC 的延长线于点 V，过点 A 作 $AW\perp BV$ 于点 W，过点 E 作 $ER\perp BV$ 于点 R，



$\therefore \angle V=\angle W=90°$，

$\because \angle CDA=90°$，

$\therefore$四边形 $ADVW$ 是矩形，

又$\because BE\perp AF$，

$\therefore \angle DAF+\angle AEB=90°$，

$\because \angle AEB=\angle EBV$， $\angle BER+\angle EBV=90°$，

$\therefore \angle DAF=\angle BER$，

$\therefore \triangle ERB\backsim\triangle ADF$，

$\dfrac{ER}{AD}=\dfrac{BE}{AF}$，

又$\because ER=AW$，

$\therefore \frac{AW}{AD}=\frac{BE}{AF}$,

$\because \triangle ABD$是等边三角形,

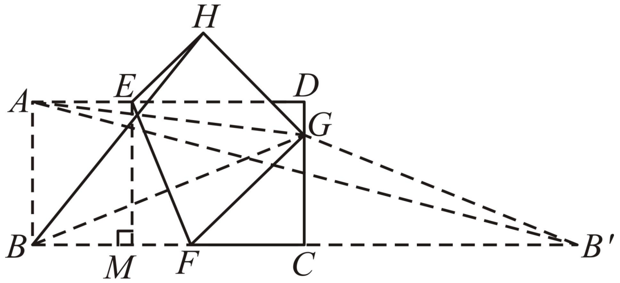
$\therefore \angle BAD=60°$, $AB=AD$,

$\therefore \angle BAW=30°$,

$\therefore \frac{AW}{AD}=\frac{AW}{AB}=\cos\angle BAW=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \frac{BE}{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4)解：连接AG, BG，过点E作$EM\perp BC$于点M，作点B关于CD的对称点B',



由翻折的性质，$AB=GH$，$BF=FG$，$AE=EH$，$EF\perp BG$，$\angle ABF=\angle HGF=90°$,

$\therefore \angle FBG=\angle FGB$,

$\therefore \angle ABF-\angle FBG=\angle HGF-\angle FGB$，即$\angle ABG=\angle HGB$,

在$\triangle ABG$与$\triangle HGB$中,

$$\begin{cases} AB=HG \\ \angle ABG=\angle HGB, \\ BG=GB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABG\cong\triangle HGB(\text{SAS})$,

$\therefore AG=BH$,

由（3）可知，$\triangle EFM\backsim\triangle BGC$,

$\therefore \frac{EF}{BG}=\frac{EM}{BC}=\frac{CD}{AD}=\frac{m}{n}$，即$mBG=nEF$,

$mBH+nEF=mBH+mBG=m(BH+BG)$,

由对称的性质可知，$BG=B'G$，$BC=B'C=n$，$BB'=2n$,

$BH+BG=AG+B'G\geq AB'$,

当A，G，B'三点共线时，$BH+BG$有最小值，最小值为AB',

$AB'=\sqrt{AB^2+BB'^2}=\sqrt{m^2+(2n)^2}=\sqrt{m^2+4n^2}$,

$\therefore mBH+nEF=m(BH+BG)$的最小值为$m\sqrt{m^2+4n^2}$.