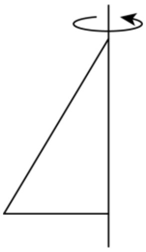
昆山市 2025-2026 学年第二学期九年级数学期末考试模拟试题

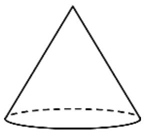
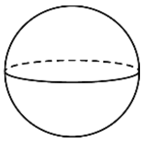
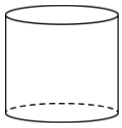
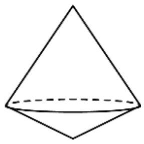
一、选择题

1. 下列实数中，比 2 小的数是（　）

A. 5 B. 4 C. 3 D. -1

2. 如图，将直角三角形绕它的一条直角边所在直线旋转一周后形成的几何体是（　）



A.  B.  C.  D. 

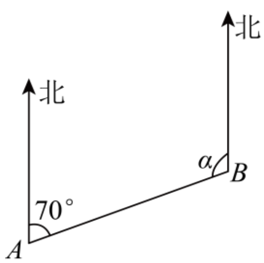
3. 据人民网消息 2025 年第一季度，苏州市货物贸易进出口总值达 63252000 万元，其中，出品 40317000 万元，创历史同期新高，同比增长11.5%．数据 40317000 用科学记数法可表示为（　）

A. 0.40317×10^{8} B. 4.0317×10^{7} C. 40.317×10^{6} D. 40317×10^{3}

4. 下列运算正确的是（　）

A. $a\cdot a^{3}=a^{3}$　B. $a^{6}\div a^{2}=a^{3}$　C. $(ab)^{2}=a^{2}b^{2}$　D. $(a^{3})^{2}=a^{5}$

5. 如图，在A，B两地间修一条笔直的公路，从A地测得公路的走向北偏东70°．若A，B两地同时开工，要使公路准确接通，则$\angle\alpha$的度数应为（　）



A. 100° B. 105° C. 110° D. 115°

6. 一只不透明的袋子中，装有 3 个白球和若干个红球，这些球除颜色外都相同，搅匀后从中任意摸出一个球，摸到白球的概率为$\frac{3}{5}$，则红球的个数为（　　）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

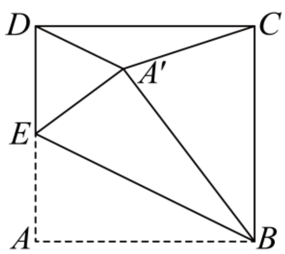
7. 声音在空气中传播的速度随温度的变化而变化，科学家测得一定温度下声音传播的速度$v(\mathrm{m/s})$与温度$t(^{\circ}\mathrm{C})$部分对应数值如下表：

温度$t(^{\circ}\mathrm{C})$	-10	0	10	30
声音传播的速度$v(\mathrm{m/s})$	324	330	336	348

研究发现v，t满足公式$v=at+b$（a，b为常数，且$a\neq 0$）．当温度t为$15^{\circ}\mathrm{C}$时，声音传播的速度v为（　　）

A. $333\mathrm{m/s}$ B. $339\mathrm{m/s}$ C. $341\mathrm{m/s}$ D. $342\mathrm{m/s}$

8. 如图，在正方形$ABCD$中，E为边AD的中点，连接BE，将$\triangle ABE$沿BE翻折，得到$\triangle A'BE$，连接$A'C$，$A'D$，则下列结论不正确的是（　　）



A. $A'D\,//\,BE$　　B. $A'C=\sqrt{2}A'D$

C. $\triangle A'CD$的面积$=\triangle A'DE$的面积 D. 四边形$A'BED$的面积$=\triangle A'BC$的面积

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．把答案直接填在答题卡相对应的位置上．

9. 因式分解：$x^2-9=$__________．

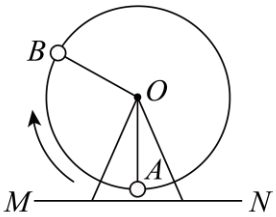
10. 某篮球队在一次联赛中共进行了 6 场比赛，得分依次为：$71,71,65,71,64,66$．这组数据 众数为________．

11. 若$y=x+1$，则代数式$2y-2x-3$的值为________．

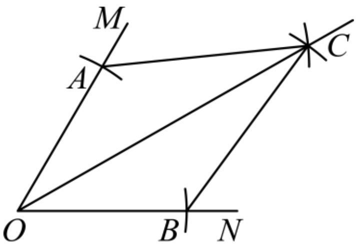
12. 过 A,B 两点画一次函数 $y=-x+2$ 的图像，已知点 A 的坐标为 $(0,2)$，则点 B 的坐标可以为________.（填一个符合要求的点的坐标即可）

13. 已知 x_1,x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-m=0$ 的两个实数根，其中 $x_1=1$，则 $x_2=$________.

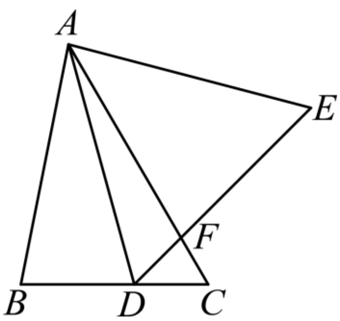
14. “苏州之眼”摩天轮是亚洲最大的水上摩天轮，共设有 28 个回转式太空舱全景轿厢，其示意图如图所示．该摩天轮高 128m（即最高点离水面平台 MN 的距离），圆心 O 到 MN 的距离为 68m，摩天轮匀速旋转一圈用时 30min．某轿厢从点 A 出发，10min 后到达点 B，此过程中，该轿厢所经过的路径（即 $\overset{\frown}{AB}$）长度为________m．（结果保留 π）



15. 如图，$\angle MON=60°$，以 O 为圆心，2 为半径画弧，分别交 OM，ON 于 A，B 两点，再分别以 A，B 为圆心，$\sqrt{6}$ 为半径画弧，两弧在 $\angle MON$ 内部相交于点 C，作射线 OC，连接 AC，BC，则 $\tan\angle BCO=$________.（结果保留根号）



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$BC=2$，$\angle C=60°$，D 是线段 BC 上一点（不与端点 B，C 重合），连接 AD，以 AD 为边，在 AD 的右侧作等边三角形 ADE，线段 DE 与线段 AC 交于点 F，则线段 CF 长度的最大值为________.



三、解答题：

17. 计算：$\left|-5\right|+3^2-\sqrt{16}$.

18. 解不等组：$\begin{cases}3x+1>x-3\\ \dfrac{x-1}{2}>\dfrac{x}{3}\end{cases}$

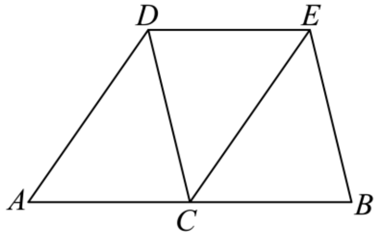
19. 先化简，再求值：$\left(\dfrac{2}{x-1}+1\right)\cdot\dfrac{x^2-x}{x^2+2x+1}$，其中$x=-2$.

20. 为了弘扬社会主义核心价值观，学校决定组织“立鸿鹄之志，做有为少年”主题观影活动，建议同学们利用周末时间自主观看．现有A，B，C共3部电影，甲、乙2位同学分别从中任意选择1部电影观看．

（1）甲同学选择A电影的概率为________；

（2）求甲、乙2位同学选择不同电影的概率．（请用画树状图或列表等方法说明理由）

21．如图，C是线段AB的中点，$\angle A=\angle ECB, CD \parallel BE$．



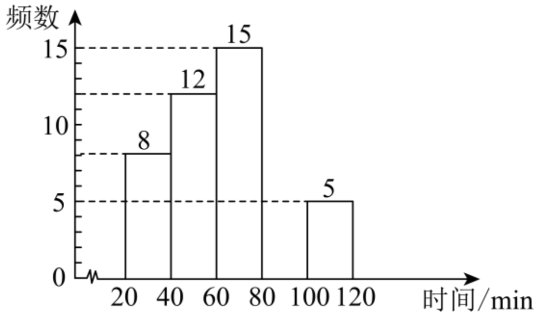
（1）求证：$\triangle DAC \cong \triangle ECB$；

（2）连接DE，若$AB=16$，求DE的长．

22．随着人工智能的快速发展，初中生使用AI大模型辅助学习快速普及，并呈现出多样化趋势．某研究性学习小组采用简单随机抽样的方法，对本校九年级学生一周使用AI大模型辅助学习的时间（用x表示，单位：$\min$）进行了抽样调查，把所得的数据分组整理，并绘制成频数分布直方图：

抽取 学生一周使用AI大模型辅助学习时间频率分布表

组别	时间$x(\min)$	频率
A	$20\le x<40$	0.16
B	$40\le x<60$	0.24
C	$60\le x<80$	0.30
D	$80\le x<100$	0.20
E	$100\le x\le 120$	0.10
合计		1



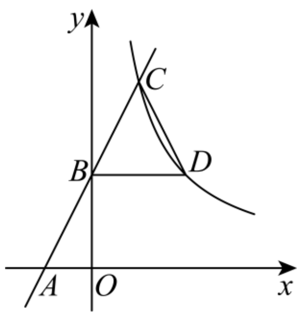
根据提供的信息回答问题：

（1）请把频数分布直方图补充完整（画图后标注相应数据）；

（2）调查所得数据的中位数落在________组（填组别）；

（3）该校九年级共有 750 名学生，根据抽样调查结果，估计该校九年级学生一周使用 AI 大模型辅助学习的时间不少于 $60\,\text{min}$ 的学生人数．

23. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 轴，y 轴分别交于 A，B 两点，与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0，x>0)$ 的图象交于点 C，过点 B 作 x 轴的平行线与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0，x>0)$ 的图象交于点 D，连接 CD．

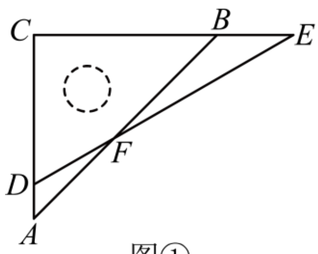


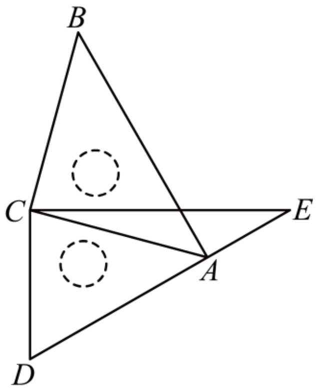
（1）求 A，B 两点 坐标；

（2）若 $\triangle BCD$ 是以 BD 为底边的等腰三角形，求 k 的值．

24. 综合与实践

小明同学用一副三角板进行自主探究．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°, CA=CB$，$\triangle CDE$ 中，$\angle DCE=90°$，$\angle E=30°$，$AB=CE=12\text{cm}$．


图①


图②

【观察感知】

（1）如图①，将这副三角板的直角顶点和两条直角边分别重合，AB，DE 交于点 F，求 $\angle AFD$ 的度数和线段 AD 的长．（结果保留根号）

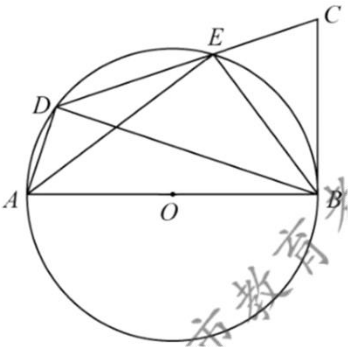
【探索发现】

（2）在图①的基础上，保持$\triangle CDE$ 不动，把$\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转一定的角度，使得点 A 落在边 DE 上（如图②）．

①求线段 AD 的长；（结果保留根号）

②判断 AB 与 DE 的位置关系，并说明理由．

25. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$BD=CD$，$\angle C=\angle BAD$．以 AB 为直径的 $\odot O$ 经过点 D，且与边 CD 交于点 E，连接 AE，BE．

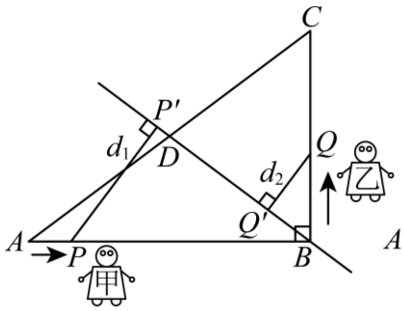


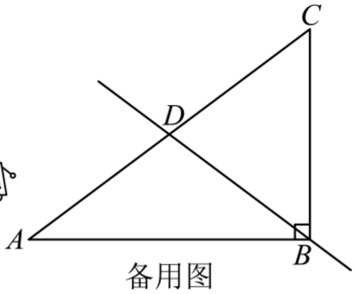
（1）求证：BC 为 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $AB=\sqrt{10},\sin\angle AED=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，求 BE 的长．

26. 两个智能机器人在如图所示的$Rt\triangle ABC$区域工作，$\angle ABC=90°$，$AB=40m$，$BC=30m$，直线BD为生产流水线，且BD平分$\triangle ABC$的面积（即D为AC中点）．机器人甲从点A出发，沿$A\to B$的方向以$v_1(m/min)$的速度匀速运动，其所在位置用点P表示，机器人乙从点B出发，沿$B\to C\to D$的方向以$v_2(m/min)$的速度匀速运动，其所在位置用点Q表示．两个机器人同时出发，设机器人运动的时间为$t(min)$，记点P到BD的距离（即垂线段PP'的长）为$d_1(m)$，点Q到BD的距离（即垂线段QQ'的长）为$d_2(m)$．当机器人乙到达终点时，两个机器人立即同时停止运动，此时$d_1=7.5m$，d_2与t的部分对应数值如下表$(t_1<t_2)$：

$t(min)$	0	t_1	t_2	5.5
$d_2(m)$	0	16	16	0





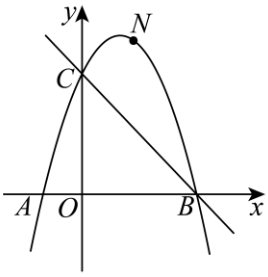
备用图

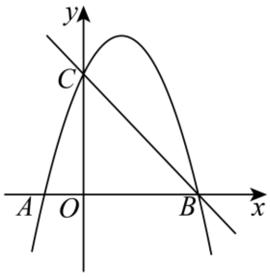
（1）机器人乙运动的路线长为________m；

（2）求t_2-t_1 值；

（3）当机器人甲、乙到生产流水线BD 距离相等（即$d_1=d_2$）时，求t的值．

27. 如图，二次函数$y=-x^2+2x+3$的图像与x轴交于A，B两点（点A在点B的左侧），与y轴交于点C，作直线BC，$M\left(m,y_1\right)$，$N\left(m+2,y_2\right)$为二次函数$y=-x^2+2x+3$图像上两点．





(备用图)

（1）求直线BC对应函数的表达式；

（2）试判断是否存在实数m使得$y_1+2y_2=10$．若存在，求出m的值；若不存在，请说明理由．

（3）已知P是二次函数$y=-x^2+2x+3$图像上一点（不与点M，N重合），且点P的横坐标为$1-m$，作$\triangle MNP$．若直线BC与线段MN，MP分别交于点D，E，且$\triangle MDE$与$\triangle MNP$的面积的比为$1:4$，请直接写出所有满足条件的m的值．

未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群2027

如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872

答案与解析

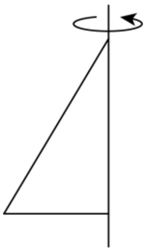
一、选择题：

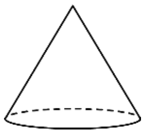
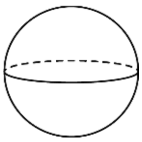
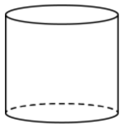
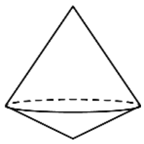
1. 下列实数中，比 2 小的数是（　）

A. 5 B. 4 C. 3 D. -1

【答案】D

2. 如图，将直角三角形绕它的一条直角边所在直线旋转一周后形成的几何体是（　）



A.  B.  C.  D. 

【答案】A

3. 据人民网消息 2025 年第一季度，苏州市货物贸易进出口总值达 63252000 万元，其中，出品 40317000 万元，创历史同期新高，同比增长11.5%．数据 40317000 用科学记数法可表示为（　）

A. 0.40317×10^{8} B. 4.0317×10^{7} C. 40.317×10^{6} D. 40317×10^{3}

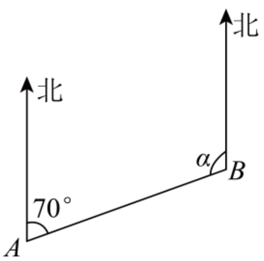
【答案】B

4. 下列运算正确的是（　）

A. $a\cdot a^{3}=a^{3}$ B. $a^{6}\div a^{2}=a^{3}$ C. $(ab)^{2}=a^{2}b^{2}$ D. $(a^{3})^{2}=a^{5}$

【答案】C

5. 如图，在 A，B 两地间修一条笔直的公路，从 A 地测得公路的走向北偏东 70°．若 A，B 两地同时开工，要使公路准确接通，则 $\angle\alpha$ 的度数应为（　）



A. 100° B. 105° C. 110° D. 115°

【答案】C

6. 一只不透明的袋子中，装有 3 个白球和若干个红球，这些球除颜色外都相同，搅匀后从中任意摸出一个球，摸到白球的概率为$\frac{3}{5}$，则红球的个数为（　）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

7. 声音在空气中传播的速度随温度的变化而变化，科学家测得一定温度下声音传播的速度$v(\mathrm{m/s})$与温度$t(℃)$部分对应数值如下表：

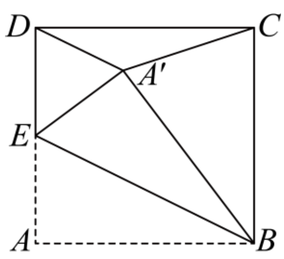
温度$t(℃)$	-10	0	10	30
声音传播的速度$v(\mathrm{m/s})$	324	330	336	348

研究发现v，t满足公式$v=at+b$（a，b为常数，且$a\neq 0$）．当温度t为$15℃$时，声音传播的速度v为（　）

A. $333\mathrm{m/s}$ B. $339\mathrm{m/s}$ C. $341\mathrm{m/s}$ D. $342\mathrm{m/s}$

【答案】B

8. 如图，在正方形$ABCD$中，E为边AD的中点，连接BE，将$\triangle ABE$沿BE翻折，得到$\triangle A'BE$，连接$A'C$，$A'D$，则下列结论不正确的是（　）



A. $A'D\parallel BE$　B. $A'C=\sqrt{2}A'D$

C. $\triangle A'CD$的面积$=\triangle A'DE$的面积 D. 四边形$A'BED$的面积$=\triangle A'BC$的面积

【答案】D

二、填空题：

9. 因式分解：$x^2-9=$__________.

【答案】$(x+3)(x-3)$

10. 某篮球队在一次联赛中共进行了 6 场比赛，得分依次为：$71,71,65,71,64,66$．这组数据的众数为________.

【答案】71

11. 若$y=x+1$，则代数式$2y-2x-3$的值为________.

【答案】-1

12. 过 A,B 两点画一次函数 $y=-x+2$ 的图像，已知点 A 的坐标为$(0,2)$，则点 B 的坐标可以为________.（填一个符合要求的点的坐标即可）

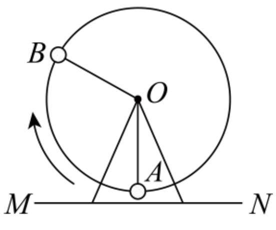
【答案】$(1,1)$（答案不唯一）

【解析】

13. 已知x_1,x_2是关于 x 的一元二次方程$x^2+2x-m=0$的两个实数根，其中$x_1=1$，则$x_2=$________.

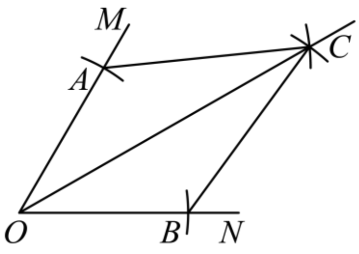
【答案】-3

14. “苏州之眼”摩天轮是亚洲最大的水上摩天轮，共设有 28 个回转式太空舱全景轿厢，其示意图如图所示．该摩天轮高$128\mathrm{m}$（即最高点离水面平台 MN 的距离），圆心 O 到 MN 的距离为$68\mathrm{m}$，摩天轮匀速旋转一圈用时 $30\mathrm{min}$．某轿厢从点 A 出发，$10\mathrm{min}$ 后到达点 B，此过程中，该轿厢所经过的路径（即 $\overset{\frown}{AB}$）长度为________m．（结果保留 π）



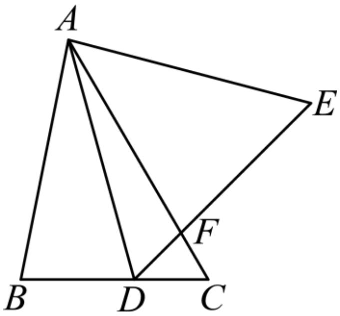
【答案】40π

15. 如图，$\angle MON=60°$，以 O 为圆心，2 为半径画弧，分别交 OM，ON 于 A，B 两点，再分别以 A，B 为圆心，$\sqrt{6}$ 为半径画弧，两弧在 $\angle MON$ 内部相交于点 C，作射线 OC，连接 AC，BC，则 $\tan\angle BCO=$________.（结果保留根号）



【答案】$\frac{\sqrt{5}}{5}$

16. 如图，在$\triangle ABC$中，$AC=3$，$BC=2$，$\angle C=60°$，D是线段BC上一点（不与端点B，C重合），连接AD，以AD为边，在AD的右侧作等边三角形ADE，线段DE与线段AC交于点F，则线段CF长度的最大值为________.



【答案】$\frac{3}{4}$##0.75

三、解答题：

17. 计算：$|-5|+3^2-\sqrt{16}$.

【答案】10

【解析】

【分析】本题考查实数的混合运算，熟练掌握相关运算法则，是解题的关键．先去绝对值，进行乘方和开方运算，再进行加减运算即可．

【详解】解：原式$=5+9-4=10$.

18. 解不等组：$\begin{cases}3x+1>x-3\\ \frac{x-1}{2}>\frac{x}{3}\end{cases}$

【答案】$x>3$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可．

【详解】解：$\begin{cases}3x+1>x-3\\ \frac{x-1}{2}>\frac{x}{3}\end{cases}$

解不等式$3x+1>x-3$，得$x>-2$．

解不等式$\frac{x-1}{2}>\frac{x}{3}$，得$x>3$．

$\therefore$不等式组 解集是$x>3$．

19. 先化简，再求值：$\left(\frac{2}{x-1}+1\right)\cdot\frac{x^2-x}{x^2+2x+1}$，其中$x=-2$．

【答案】$\frac{x}{x+1}$，2

【解析】

【分析】本题考查了分式的化简求值，熟练掌握其运算法则是解题的关键．

根据分式的运算法则进行化简，再代入求值．

【详解】解：原式$=\frac{2+x-1}{x-1}\cdot\frac{x(x-1)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x\left(x-1\right)}{\left(x+1\right)^2}$

$=\frac{x}{x+1}$，

当$x=-2$时，原式$=\frac{-2}{-2+1}=2$．

20. 为了弘扬社会主义核心价值观，学校决定组织“立鸿鹄之志，做有为少年”主题观影活动，建议同学们利用周末时间自主观看．现有A，B，C共 3 部电影，甲、乙 2 位同学分别从中任意选择 1 部电影观看．

（1）甲同学选择 A 电影的概率为________；

（2）求甲、乙 2 位同学选择不同电影的概率．（请用画树状图或列表等方法说明理由）

【答案】（1）$\frac{1}{3}$

（2）$\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】此题考查的是用列表法或树状图法求概率．列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比．

（1）直接根据概率公式求解即可；

（2）首先根据题意画出树状图或列表格，然后由树状图或列表格求得所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式计算可得．

【小问 1 详解】

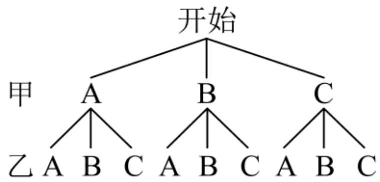
Q 现有 A，B，C 共 3 部电影，

∴ 甲同学选择 A 部电影的概率是 $\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$；

【小问 2 详解】

用树状图或利用表格列出所有等可能的结果：

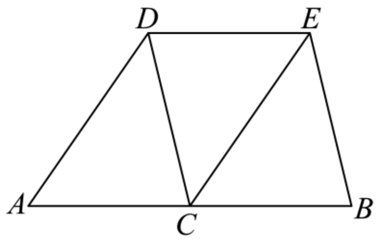


甲同学选择电影	乙同学选择电影		
	A	B	C
A	AA	AB	AC
B	BA	BB	BC
C	CA	CB	CC

那么总结果有 9 种，甲、乙 2 位同学选择不同电影的结果有 6 种，

∴ P（甲、乙 2 位同学选择不同电影）$=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$．

21. 如图，C 是线段 AB 的中点，$\angle A=\angle ECB, CD \parallel BE$.



（1）求证：$\triangle DAC \cong \triangle ECB$；

（2）连接 DE，若 $AB=16$，求 DE 的长.

【答案】（1）详见解析

（2）8

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，熟练掌握相关判定定理和性质，是解题的关键：

（1）中点得到 $AC=BC$，平行线的性质，得到 $\angle ACD=\angle B$，利用 ASA 证明 $\triangle DAC \cong \triangle ECB$ 即可；

（2）根据 $\triangle DAC \cong \triangle ECB$，得到 $CD=BE$，进而得到四边形 $CBED$ 为平行四边形，进而得到 $DE=BC$，即可得出结果.

【小问 1 详解】

证明：Q C 是线段 AB 的中点，

$\therefore AC=CB=\frac{1}{2}AB$.

Q $CD \parallel BE$，

$\therefore \angle DCA=\angle B$.

在 $\triangle DAC$ 和 VECB 中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle ECB, \\ AC=CB, \\ \angle DCA=\angle B, \end{cases}$$

$\therefore$V$DAC \cong$VECB(ASA).

【小问 2 详解】

Q $AB=16$，

$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=8$.

$\because \triangle DAC \cong \triangle ECB$,

$\therefore CD=BE$.

又$\because CD \parallel BE$,

∴四边形 $BCDE$ 平行四边形，

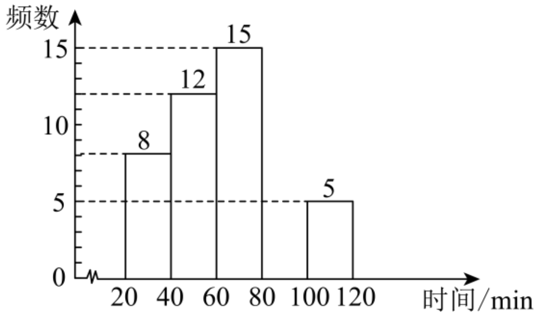
$\therefore DE=BC=8$.

22. 随着人工智能的快速发展，初中生使用 AI 大模型辅助学习快速普及，并呈现出多样化趋势．某研究性学习小组采用简单随机抽样的方法，对本校九年级学生一周使用 AI 大模型辅助学习的时间（用 x 表示，单位： $\min$ ）进行了抽样调查，把所得的数据分组整理，并绘制成频数分布直方图：

抽取的学生一周使用 AI 大模型辅助学习时间频率分布表

组别	时间 $x(\min)$	频率
A	$20 \le x < 40$	0.16
B	$40 \le x < 60$	0.24
C	$60 \le x < 80$	0.30
D	$80 \le x < 100$	0.20
E	$100 \le x \le 120$	0.10
合计		1

抽取的学生一周使用AI大模型
辅助学习时间频数分布直方图



根据提供的信息回答问题：

（1）请把频数分布直方图补充完整（画图后标注相应数据）；

（2）调查所得数据的中位数落在________组（填组别）；

（3）该校九年级共有 750 名学生，根据抽样调查结果，估计该校九年级学生一周使用 AI 大模型辅助学习的时间不少于 $60\,\text{min}$ 的学生人数.

【答案】（1）图见解析

（2）C　　（3）该校九年级学生一周使用 AI 大模型辅助学习的时间不少于 60min 的学生人数约为 450 人

【解析】

【分析】本题考查频数分布直方图，掌握频数、频率、总数之间的关系是正确计算的前提，解题的关键是正确的从表中读出有关的信息.

（1）根据频数、频率、总数之间的关系可求出总人数，进而求出 D 组人数，

（2）50 个人的中位数是第 25 和 26 人的平均数；

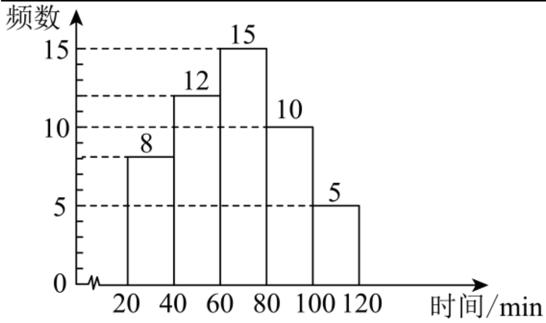
（3）由这所学校共有学生人数乘以一周使用 AI 大模型辅助学习的时间不少于 $60\,\text{min}$ 的学生的频率即可.

【小问 1 详解】

解：$\dfrac{15}{0.3}=50$.

D 组人数：$50-8-12-15-5=10$ 人.

如图为所求：



【小问 2 详解】

解：总人数有 50 人，从小到大排列后，中位数为第 25 人和 26 人的学习时间的平均数，

从统计图，可知，A 组 8 人，B 组 12 人，C 组 15 人，那么第 25 人和 26 人 数据落在 C 组，

故答案为：C；

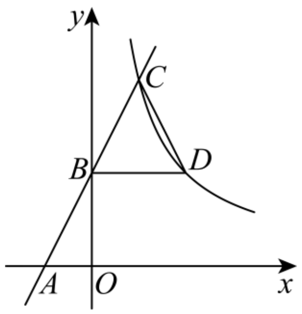
【小问 3 详解】

解：$0.3+0.2+0.1=0.6$，

$750\times0.6=450$（人）.

答：该校九年级学生一周使用 AI 大模型辅助学习的时间不少于 60min 的学生人数约为 450 人.

23. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 轴，y 轴分别交于 A，B 两点，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0,\ x>0)$ 的图象交于点 C，过点 B 作 x 轴的平行线与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0,\ x>0)$ 的图象交于点 D，连接 CD.



（1）求 A，B 两点的坐标；

（2）若 $\triangle BCD$ 是以 BD 为底边的等腰三角形，求 k 的值.

【答案】（1）$A(-2,0)$，$B(0,4)$

（2）$k=16$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数与几何 综合性问题，等腰三角形的三线合一性质，一次函数和反比例函

数图象上的坐标特征，利用等腰三角形的三线合一性质求反比例函数图象上点的坐标是解题的关键．

（1）对于一次函数 $y=2x+4$，分别令 $y=0$，和 $x=0$，即可求得答案；

（2）过点 C 作 $CE\perp BD$，垂足为 E，根据等腰三角形的三线合一性质，可得 $BE=DE$，于是可逐步求得点 D 和点 C 的坐标，再代入 $y=2x+4$，即可求得答案．

【小问 1 详解】

解：令 $y=0$，则 $2x+4=0$，

解得 $x=-2$，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-2,0)$，

令 $x=0$，则 $y=4$，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0,4)$；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 C 作 $CE\perp BD$，垂足为 E，

$\because CB=CD$，$CE\perp BD$，

$\therefore BE=DE$，

令 $y=4$，则 $4=\dfrac{k}{x}$，

$\therefore x=\dfrac{k}{4}$，

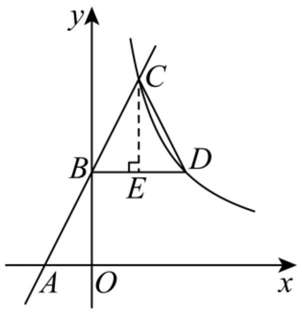
$\therefore$ 点 D 的坐标为 $\left(\dfrac{1}{4}k,4\right)$，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $\left(\dfrac{1}{8}k,8\right)$，

$\because$ 点 C 在一次函数 $y=2x+4$ 的图象上，

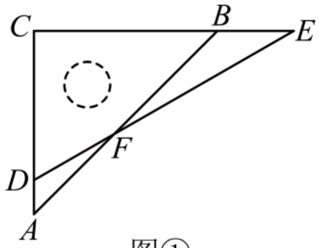
$\therefore \dfrac{1}{4}k+4=8$，

解得 $k=16$．

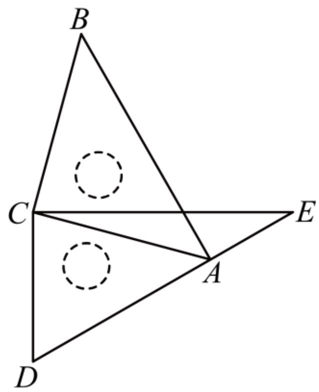


24. 综合与实践

小明同学用一副三角板进行自主探究．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°, CA=CB$，$\triangle CDE$ 中，$\angle DCE=90°$，$\angle E=30°$，$AB=CE=12\text{cm}$.



图①



图②

【观察感知】

（1）如图①，将这副三角板的直角顶点和两条直角边分别重合，AB，DE 交于点 F，求 $\angle AFD$ 的度数和线段 AD 的长．（结果保留根号）

【探索发现】

（2）在图①的基础上，保持 $\triangle CDE$ 不动，把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转一定的角度，使得点 A 落在边 DE 上（如图②）．

①求线段 AD 的长；（结果保留根号）

②判断 AB 与 DE 的位置关系，并说明理由．

【答案】（1）$\angle AFD=15°$，$AD=\left(6\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)\text{cm}$；（2）①$AD=\left(6+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$；②$AB\perp DE$，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质、解直角三角形、勾股定理等知识，熟练掌握解直角三角形的方法

是解题关键.

（1）先根据等腰三角形的性质可得 $\angle BAC=\angle ABC=45^\circ$，再求出 $\angle CDE=60^\circ$，然后根据三角形的外角性质即可得 $\angle AFD=15^\circ$；最后根据解直角三角形可得 AC,CD 的长，根据线段的和差即可得；

（2）①过点 C 作 $CG\perp DE$，垂足为 G，先解直角三角形可得 CG,DG 的长，再利用勾股定理可得 AG 的长，然后根据线段的和差即可得；

②根据等腰三角形的性质可得 $\angle CAG=\angle ACG=45^\circ$，则可得 $\angle DAB=90^\circ$，由此即可得.

【详解】解：（1）$\because$ VABC 中，$\angle ACB=90^\circ, CA=CB$，

$\therefore \angle BAC=\angle ABC=45^\circ$，

$\because$ VCDE 中，$\angle DCE=90^\circ$，$\angle E=30^\circ$，

$\therefore \angle CDE=60^\circ$，

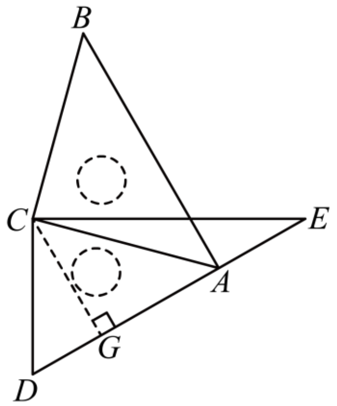
$\therefore \angle AFD=\angle CDE-\angle A=60^\circ-45^\circ=15^\circ$；

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$AC=AB\cdot\sin\angle ABC=12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$CD=CE\cdot\tan E=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$，

$\therefore AD=AC-CD=\left(6\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)\mathrm{cm}$.

（2）①如图，过点 C 作 $CG\perp DE$，垂足为 G，



Q VCDG 中，$\angle CGD=90^\circ, \angle CDE=60^\circ, CD=4\sqrt{3}\mathrm{cm}$，

$\therefore DG=CD\cdot\cos\angle CDE=2\sqrt{3}\mathrm{cm}, CG=CD\cdot\sin\angle CDE=6\mathrm{cm}$.

Q VCGA中，$\angle CGA=90^\circ, CA=6\sqrt{2}\text{cm}, CG=6\text{cm}$.

$\therefore AG=\sqrt{AC^2-CG^2}=6\text{cm}$,

$\therefore AD=AG+DG=\left(6+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$.

② $AB\perp DE$，理由如下：

∵在 RtVCGA中，$\angle CGA=90^\circ, AG=CG=6\text{cm}$,

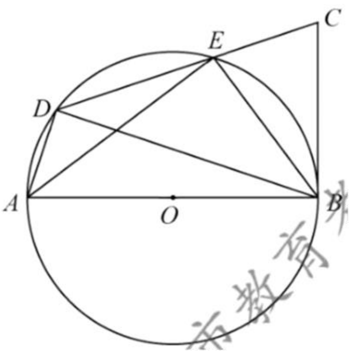
$\therefore \angle CAG=\angle ACG=45^\circ$,

又∵ $\angle BAC=45^\circ$,

$\therefore \angle DAB=\angle CAG+\angle BAC=45^\circ+45^\circ=90^\circ$,

$\therefore AB\perp DE$.

25. 如图，在四边形$ABCD$中，$BD=CD$，$\angle C=\angle BAD$．以AB为直径的e O经过点 D，且与边CD交于点E，连接AE，BE.



（1）求证：BC为e O的切线；

（2）若$AB=\sqrt{10}, \sin\angle AED=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，求$BE$的长.

【答案】（1）详见解析

（2）$BE=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$.

【解析】

【分析】（1）只要证明$\angle CBA=90^\circ$，即可证明BC为e O的切线；

（2）过点 D 作 $DF \perp BC$，垂足为 F，在 $\triangle ABD$ 中，$\angle ADB=90^\circ$，$AB=\sqrt{10}$，$\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，求得 $AD=1$，$BD=3$，在 $\mathrm{V}BDF$ 中，$\angle BFD=90^\circ$，$BD=3$，$\sin\angle BDF=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，求得 $BF=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，再根据圆内接四边形的性质结合等边对等角求得 $\angle CEB=\angle C$，据此求解即可．

【小问 1 详解】

证明：$\because BD=CD$，

$\therefore \angle C=\angle DBC$，

又 $\because \angle C=\angle BAD$，

$\therefore \angle BAD=\angle DBC$，

$\because AB$ 为 e O 的直径，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD+\angle DBA=90^\circ$，

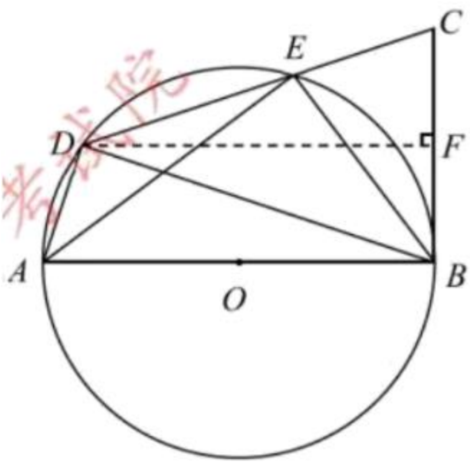
$\therefore \angle DBC+\angle DBA=90^\circ$，即 $\angle CBA=90^\circ$，

$\therefore AB\perp BC$，

$\therefore BC$ 为 e O 的切线；

【小问 2 详解】

解：如图，过点 D 作 $DF \perp BC$，垂足为 F，



$\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$,

$\therefore \angle ABD=\angle AED$,

$\therefore \sin\angle ABD=\sin\angle AED=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,

$\because \triangle ABD$ 中，$\angle ADB=90^{\circ}$，$AB=\sqrt{10}$，$\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,

$\therefore AD=1$,

$\therefore BD=3$,

$\because DF \perp BC$，$AB\perp BC$,

$\therefore DF // AB$,

$\therefore \angle BDF=\angle ABD$,

$\therefore \sin\angle BDF=\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,

$\because \triangle BDF$ 中，$\angle BFD=90^{\circ}$，$BD=3$，$\sin\angle BDF=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,

$\therefore BF=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$,

$\because BD=CD$，$DF\perp BC$,

$\therefore BC=2BF=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$,

$\because$四边形 $ABED$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle DAB+\angle BED=180^{\circ}$,

$\because \angle C=\angle BAD$,

$\therefore \angle CEB=\angle C$,

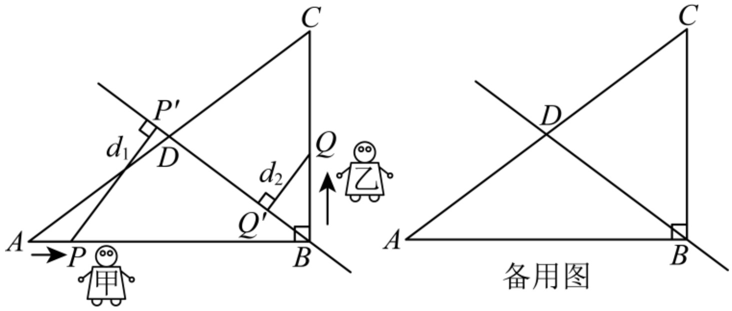
$\therefore BE=BC=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$.

【点睛】本题考查了圆周角定理，圆内接四边形的性质，切线的判定，解直角三角形的应用．正确引出辅

助线解决问题是解题的关键．

26. 两个智能机器人在如图所示的$Rt\triangle ABC$区域工作，$\angle ABC=90°$，$AB=40m$，$BC=30m$，直线BD为生产流水线，且BD平分$\triangle ABC$的面积（即D为AC中点）．机器人甲从点A出发，沿$A\to B$的方向以$v_1(m/min)$的速度匀速运动，其所在位置用点P表示，机器人乙从点B出发，沿$B\to C\to D$的方向以$v_2(m/min)$的速度匀速运动，其所在位置用点Q表示．两个机器人同时出发，设机器人运动的时间为$t(min)$，记点P到BD的距离（即垂线段PP'的长）为$d_1(m)$，点Q到BD的距离（即垂线段QQ'的长）为$d_2(m)$．当机器人乙到达终点时，两个机器人立即同时停止运动，此时$d_1=7.5m$，d_2与t的部分对应数值如下表$(t_1<t_2)$：

$t(min)$	0	t_1	t_2	5.5
$d_2(m)$	0	16	16	0



备用图

（1）机器人乙运动的路线长为________m；

（2）求t_2-t_1的值；

（3）当机器人甲、乙到生产流水线BD的距离相等（即$d_1=d_2$）时，求t的值．

【答案】（1）55 （2）$\frac{11}{6}$

（3）$t=\frac{24}{11}$或$t=\frac{48}{11}$

【解析】

【分析】（1）利用勾股定理求解即可；

(2)利用直角三角形斜边中线的性质求得$BD=CD=AD=25$，得到$\angle ABD=\angle BAC$，$\angle DBC=\angle C$，

推出 $\sin\angle ABD=\sin\angle BAC=\frac{3}{5}$，$\sin\angle DBC=\sin C=\frac{4}{5}$，分当点 Q 在 BC 上和点 Q 在 CD 上时，两种情况讨论，分别求得 $t_1=2$，$t_2=\frac{23}{6}$，据此求解即可；

（3）根据题意求得 $d_1=24-3t$，分当点 Q 在 BC 上和点 Q 在 CD 上时两种情况讨论，列式一元一次方程方程，求解即可．

【小问 1 详解】

解：$\because\angle ABC=90°$，$AB=40\text{m}$，$BC=30\text{m}$，

$\therefore AC=\sqrt{30^2+40^2}=50\text{m}$，

$\because D$ 为 AC 中点，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AC=25\text{m}$，

$\therefore BC+CD=30+25=55\text{m}$，

$\therefore$机器人乙运动的路线长为 55m，

故答案为：55；

【小问 2 详解】

解：根据题意，得 $v_2=\frac{55}{5.5}=10$，

$\because$ VABC 中，$\angle ABC=90°$，D 为 AC 中点，

$\therefore BD=CD=AD=25$，

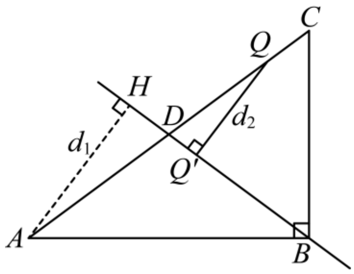
$\therefore\angle ABD=\angle BAC$，$\angle DBC=\angle C$，

$\therefore\sin\angle ABD=\sin\angle BAC=\frac{3}{5}$，$\sin\angle DBC=\sin C=\frac{4}{5}$，

当点 Q 在 BC 上时，$d_2=BQ\cdot\sin\angle DBC=10t\times\frac{4}{5}=8t$，

$\therefore 8t_1=16$，解得 $t_1=2$，

当点 Q 在 CD 上时，作 $AH\perp BD$，垂足为 H（如图），



则 $AH = AB \cdot \sin\angle ABD = 40\times\frac{3}{5} = 24$.

$\because \angle CDB = \angle ADH$,

$\therefore \sin\angle CDB = \sin\angle ADH = \frac{24}{25}$,

$\therefore d_2 = QD \cdot \sin\angle CDB = (55-10t)\times\frac{24}{25} = \frac{264}{5} - \frac{48}{5}t$,

$\therefore \frac{264}{5} - \frac{48}{5}t_2 = 16$,

解得 $t_2 = \frac{23}{6}$,

$\therefore t_2 - t_1 = \frac{23}{6} - 2 = \frac{11}{6}$;

【小问 3 详解】

解：当 $t = 5.5$ 时，$d_1 = 7.5$,

此时，$BP = \frac{PP'}{\sin\angle ABD} = \frac{7.5}{\frac{3}{5}} = 12.5$,

$\therefore AP = AB - BP = 40 - 12.5 = 27.5$,

$\therefore v_1 = \frac{AP}{5.5} = \frac{27.5}{5.5} = 5$,

$\therefore d_1 = BP \cdot \sin\angle ABD = (40-5t)\times\frac{3}{5} = 24 - 3t$,

当点 Q 在 BC 上时，由 $d_1 = d_2$，得 $24 - 3t = 8t$,

解得 $t=\dfrac{24}{11}$.

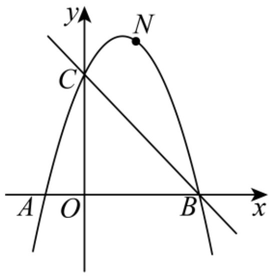
当点 Q 在 CD 上时，由 $d_1=d_2$，得 $24-3t=\dfrac{264}{5}-\dfrac{48}{5}t$，

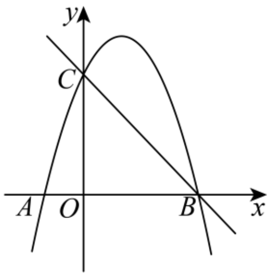
解得 $t=\dfrac{48}{11}$.

$\therefore t=\dfrac{24}{11}$ 或 $t=\dfrac{48}{11}$.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，勾股定理，一元一次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

27. 如图，二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 的图像与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，作直线 BC，$M(m,y_1)$，$N(m+2,y_2)$ 为二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 图像上两点.





(备用图)

（1）求直线 BC 对应函数的表达式；

（2）试判断是否存在实数 m 使得 $y_1+2y_2=10$. 若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由.

（3）已知 P 是二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 图像上一点（不与点 M，N 重合），且点 P 的横坐标为 $1-m$，作 $\triangle MNP$. 若直线 BC 与线段 MN，MP 分别交于点 D，E，且 $\triangle MDE$ 与 $\triangle MNP$ 的面积的比为 $1:4$，请直接写出所有满足条件的 m 的值.

【答案】（1）$y=-x+3$

（2）不存在，理由见解析

（3）$m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】本题考查二次函数与一次函数综合，涉及求直线表达式、函数值计算及三角形相似与面积比应用，

解题关键是利用函数性质、坐标关系及相似三角形性质建立等式求解．

（1）先通过二次函数与坐标轴交点的求法，确定 B 、C 坐标，再用待定系数法，将两点坐标代入设好的一次函数表达式，求解出直线 BC 的函数表达式.

（2）先根据二次函数表达式，分别写出 M 、N 两点的函数值 y_1 、y_2，进而得出 y_1+2y_2 的表达式，再通过配方或判别式判断是否存在实数 m 使等式成立.

（3）通过作辅助线构造平行关系，利用二次函数求出 P 点坐标，结合坐标关系得出角的度数，推出 $PN \parallel BC$，进而得到三角形相似，根据面积比与相似比的关系建立等式，求解出 m 的值.

【小问 1 详解】

解：$\because$二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点,

$\therefore$令 $x=0$，则 $y=3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0,3)$.

令 $y=0$，则 $-x^2+2x+3=0$.

解得 $x=-1$，或 $x=3$,

$\therefore$点 B 的坐标为 $(3,0)$.

设直线 BC 对应函数的表达式为 $y=kx+b$，由题意，得

$$\begin{cases} b=3 \\ 3k+b=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=3. \end{cases}$

$\therefore$ 直线 BC 对应函数的表达式为 $y=-x+3$.

【小问 2 详解】

不存在实数 m 使得 $y_1+2y_2=10$，理由如下：

方法一：Q $M(m,y_1),N(m+2,y_2)$ 为二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 图像上两点,

$\therefore y_1=-m^2+2m+3$,

$y_2=-(m+2)^2+2(m+2)+3=-m^2-2m+3$.

$\therefore y_1+2y_2=-m^2+2m+3+2\left(-m^2-2m+3\right)=-3m^2-2m+9$.

配方，得 $y_1+2y_2=-3\left(m+\frac{1}{3}\right)^2+9\frac{1}{3}$.

∴当 $m=-\frac{1}{3}$ 时，y_1+2y_2 有最大值为 $9\frac{1}{3}$.

Q $9\frac{1}{3}<10$，

∴不存在实数 m 使得 $y_1+2y_2=10$.

方法二：由方法一，得 $y_1+2y_2=-3m^2-2m+9$.

当 $y_1+2y_2=10$ 时，$-3m^2-2m+9=10$，即 $3m^2+2m+1=0$.

Q $\Delta=4-12=-8<0$，

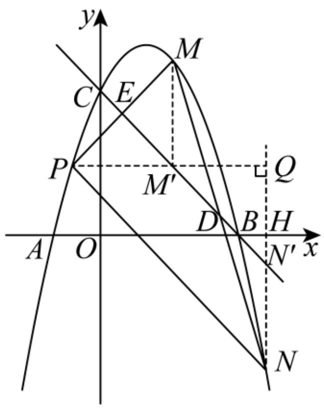
∴方程没有实数根.

$\therefore$ 不存在实数 m 使得 $y_1+2y_2=10$.

【小问 3 详解】

$m=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，或 $m=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. 解答如下：

如图，作 NH // y 轴，交 x 轴于点 H，交 BC 于点 N'，



作 $PQ\perp NH$，垂足为 Q，作 MM' // y 轴，交 BC 于点 M'，则 MM' // NN'.

当 $x=1-m$ 时，$y=-(1-m)^2+2(1-m)+3=-m^2+4$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(1-m,-m^2+4)$.

$\because$ 点 N 的坐标为 $\left(m+2,-m^2-2m+3\right)$，

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $\left(m+2,-m^2+4\right)$，点 H 的坐标为 $(m+2,0)$，

点 N' 的坐标为 $(m+2,-m+1)$.

$\therefore NQ=PQ=|2m+1|$，$BH=HN'=|-m+1|$

$\therefore \angle PNQ=\angle BN'H=45^\circ$.

$\therefore PN /\!/ BC$，

$\therefore \triangle MDE \backsim \triangle MNP$.

$\therefore \left(\dfrac{MD}{MN}\right)^2=\dfrac{\triangle MDE\text{的面积}}{\triangle MNP\text{的面积}}=\dfrac{1}{4}$.

$\therefore MD=\dfrac{1}{2}MN$，即 $MD=ND$.

$\because MM' /\!/ NN'$.

$\therefore \triangle MM'D \backsim \triangle NN'D$

$\therefore \dfrac{MM'}{NN'}=\dfrac{MD}{ND}=\dfrac{1}{1}$，即 $MM'=NN'$.

$\because$ 点 M 的坐标为 $\left(m,-m^2+2m+3\right)$，

$\therefore$ 点 M' 的坐标为 $(m,-m+3)$.

$\therefore m^2-3m=-m^2-m+2$，即 $m^2-m-1=0$.

解得 $m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.