2026年苏州市初中学业水平考试数学试卷

一、选择题：本大题共8小题，每小题3分，共24分．

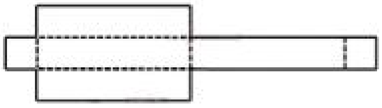
1．-2的相反数为(　　)

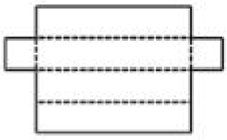
A．2　　B．-2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

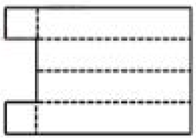
2．根据苏州市统计局公报显示，截止2025年末，苏州市常住人口约1305万人，比上年末增长0.5%，常住人口城镇化率达82.9%，比上年提高0.2个百分点．数据“13050000”用科学记数法可表示为(　　)

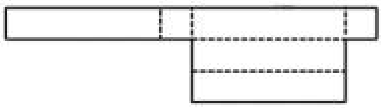
A．1.305×10^{6}　　B．13.05×10^{6}　　C．1.305×10^{7}　　D．13.05×10^{7}

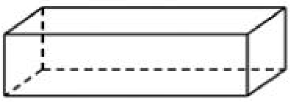
3．下列硬纸片可以沿虚线折叠成长方体纸盒的是(　　)

A．

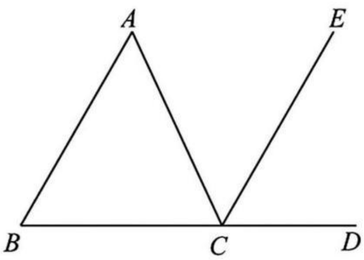
B．

C．

D．



（第3题图）



（第5题图）

4．一组数据2，m，3，3，5的平均数为3，则m的值为(　　)

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

5．如图，$\triangle ABC$中，$\angle A=55^\circ$，$\angle ACB=65^\circ$，延长BC至D，过C作$CE/\!/AB$，则$\angle DCE$的度数是(　　)

A．50°　　B．55°　　C．60°　　D．65°

6．若$(x+4)^2-1=(x+m)(x+n)$，其中$m>n$，则$m-n$的值为

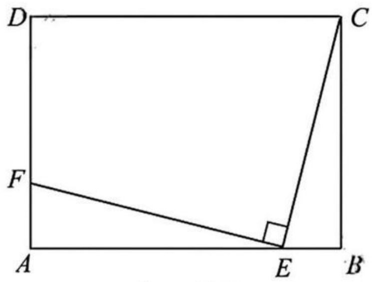
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

7．《九章算术》中有一道“雀燕集称之衡”问题：“今有五雀、六燕，集称之衡．雀俱重，燕俱轻．一雀一燕交而处，衡适平．并燕、雀重一斤．问雀、燕一枚各重几何？”题意是：现有5只雀，6只燕，将雀和燕分别聚集到一起称重．聚在一起的雀重，聚在一起的燕轻．若将其中1只雀和1只燕互换位置，则二者轻重相同．已知5只雀和6只燕总重1斤(注：中国古代1斤$=16$两)．则1只雀和1只燕分别重多少？若假设每只雀、燕的重量分别为x，y两，根据题意，可列出的方程组为(　　)

A．$\begin{cases}4x+y=5y+x\\5x+6y=16\end{cases}$　　B．$\begin{cases}5x+y=6y+x\\5x+6y=16\end{cases}$　　C．$\begin{cases}4x+y=5y+x\\x+y=16\end{cases}$　　D．$\begin{cases}5x+y=6y+x\\x+y=16\end{cases}$

8．如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=2$ ，E 是 AB 边上的动点(点 E 在 A，B 之间运动，不与 A，B 重合)，过 E 作 CE 的垂线交 AD 边于点 F，则 $AE+AF$ 的最大值是(　　)

A．$\frac{21}{8}$　　　　B．3　　　　C．$\frac{25}{8}$　　　　D．$\frac{27}{8}$



（第 8 题图）

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．把答案直接填在答题卡相对应的位置上．

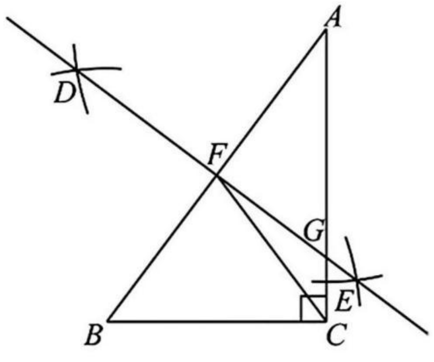
9．若 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是________．

10．点 $P\left(-2,a\right)$ 在一次函数 $y=2x+1$ 的图像上，则 a 的值为________．

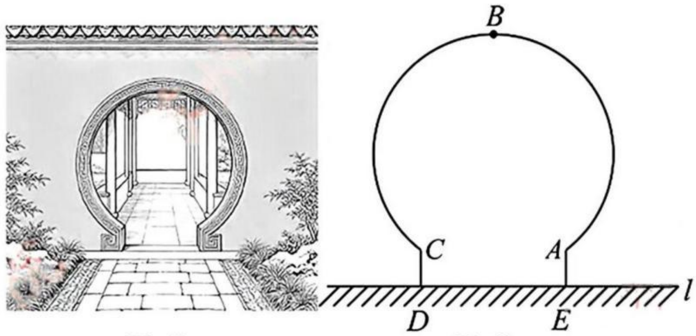
11．一只不透明的袋子中装有 4 个白球、3 个黄球和 n 个红球，这些球除颜色外都相同，搅匀后从中任意摸出一个球，要使摸出红球的可能性最小，n 的值可以是________．(填写一个符合要求的正整数即可)

12．若 $2x+y+2=0$ ，则代数式 $x+\frac{1}{2}y+3$ 的值为________．

13．如图， $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=6$ ，分别以点 A ， B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 D ， E ．过 D ， E 两点作直线，分别交 AB ， AC 于点 F ， G ，连接 CF ．若 $CF=5$，则 $AG=$________．



（第 13 题图）

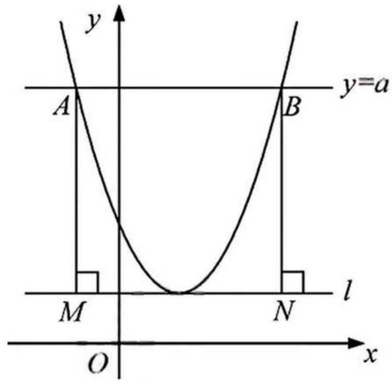


图①　　　　图②

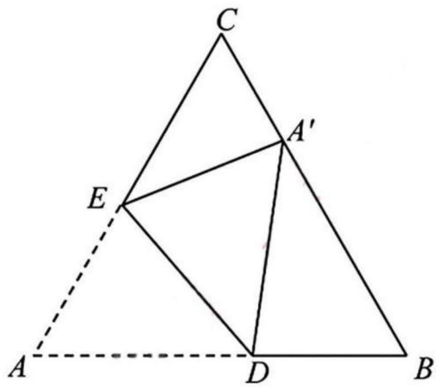
（第 14 题图）

14．苏州园林中的月洞门(如图①)，形如满月，通过“框景”手法将自然月华与人文意境交融，核心寓意是“圆满”、“圆融”与“天人合一”．某月洞门示意图如图②所示，其内廓由 $\overset{\frown}{ABC}$ ，线段 CD ， DE ， EA 四部分构成， AE ， CD 分别垂直于地面 l ．经测量，该月洞门的最高点 B 到地面的距离为 21 分米， $AE=CD=3$ 分米， $DE=12$ 分米，则 $\overset{\frown}{ABC}$ 所在圆的半径为________分米．

15．如图，关于 x 的二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+1$ 的图像为抛物线 C，直线 $y=a$ 与抛物线 C 交于 A，B 两点，过抛物线 C 的顶点作 x 轴的平行线 l，过 A，B 分别作 l 的垂线，垂足为 M，N．若四边形 $ABNM$ 为正方形，则 $a=$________．



（第 15 题图）



（第 16 题图）

16. 如图，在等边△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$AB=2$．将△ADE 沿 DE 翻折得到△$A'DE$，若点 A' 恰好落在边 BC 上，则线段 AD 长度的最小值为________．

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分．

17．(5 分)　计算：$(\pi-1)^0+\sqrt{9}+|-5|$．

18．(5 分)　解不等式组：$\begin{cases}2x-1>3x-5\\ \dfrac{x+1}{2}-\dfrac{x}{3}>\dfrac{1}{6}\end{cases}$

19．(6 分)　先化简，再求值：$\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}\div\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)$，其中 $x=3$．

20．(6 分)为传承红色基因，弘扬革命文化，学校团委倾情推出“青春荟萃·追光少年”特别活动，邀你奔赴一场青春与红色记忆的邂逅．活动项目如下表所示：

项目	主题
A	红色光影 — 革命事迹影展
B	红色工坊 — 袖章主题手作
C	红色出发 — 重走红色五卅
D	红色讲述 — 苏州解放故事

甲、乙两位同学分别从 A、B、C、D 四个项目中任意选择一个项目参加．

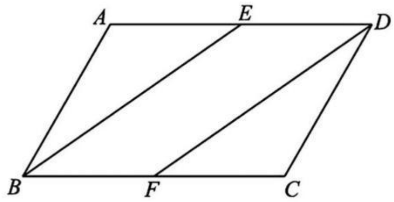
(1)甲同学选择项目 C 的概率为________；

(2)求甲、乙两位同学选择相同项目的概率．(请用树状图或列表等方法说明理由)

21．(6 分)如图，在▱ $ABCD$ 中，点 E，F 分别是边 AD， BC 的中点．

(1)求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形；

(2)若 $\angle ABC=60°$， $AB=4$， $BC=6$，求▱$BFDE$ 的面积．



（第 21 题图）

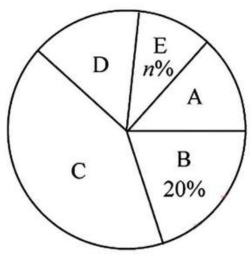
22．(8 分)

某校为了解八年级学生的课外阅读一周累计时长，随机抽取了该校八年级部分学生进行问卷调查，对调查所得到的数据进行整理、描述和分析，部分信息如下：

课外阅读一周累计时长统计表

组别	累计时长(单位：分)	人数
A	0<t≤60	8
B	60<t≤120	12
C	120<t≤180	25
D	180<t≤240	m
E	t≥240	6

课外阅读一周累计时长扇形统计图



（第 22 题图）

请根据以上信息，完成下列问题：

(1)上述图表中， $m=$________， $n=$________；

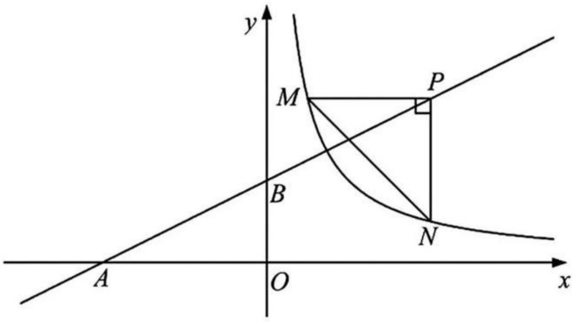
(2)在扇形统计图中，“C 组”所对应的扇形的圆心角为________°；

(3)若该校八年级学生一共有 1020 人，请估计该校八年级课外阅读一周累计时长超过 120 分钟的学生人数．

23．(8 分)如图，一次函数 $y=ax+b$ 的图像经过点 $A\left(-4,0\right)$， $B\left(0,2\right)$，点 P 在一次函数的图像上，过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图像于 M，N 两点，连接 MN．

(1)求 a，b 的值；

(2)若 $\triangle PMN$ 是腰长为 3 的等腰直角三角形，求点 P 的坐标和 k 的值．



（第 23 题图）

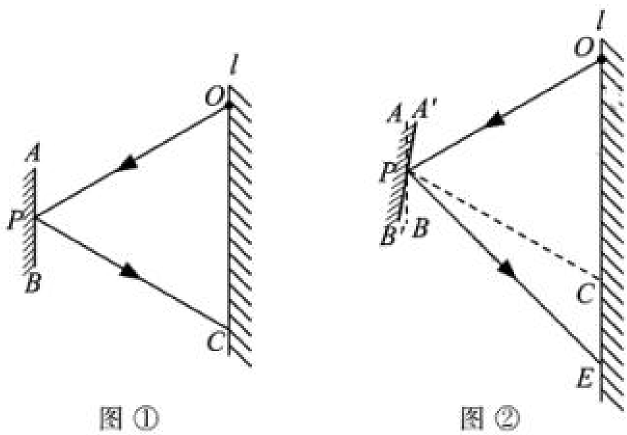
24．(8 分)如图①，点 O 位于竖直墙面 l 上，平面镜 AB 与墙面 l 平行，从点 O 射出一束激光，经过平面镜 AB 的反射，在墙面 l 上形成一个光点 C， OC 所在直线垂直于水平面．入射光线 OP 与平面镜 AB 的夹角 $\angle OPA=60°$．(根据光的反射定律可知：反射光线与镜面的夹角等于入射光线与镜面的夹角)

(1)求证： $\triangle OPC$ 是等边三角形；

(2)如图②，将图①中的平面镜 AB 绕点 P 顺时针旋转 $7.5°$ 到 $A'B'$ 位置，入射光线 OP 经过平面镜的反射后，在墙面 l 上形成光点 E， 点 E 在直线 OC 上．

① $\angle OPE=$________°；

②若 $OC=60$ 厘米，求光点向下移动的距离 CE 的长．(结果保留根号)



（第 24 题图）

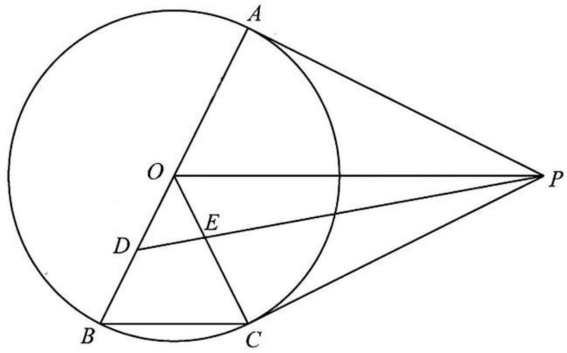
25．(10 分)如图，P 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 外一点，C 为 $\odot O$ 上的一点，PA 是 $\odot O$ 的切线，$BC // OP$，D 为 OB 的中点，连接 DP 交 OC 于 E．

(1)求证：PC 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $OA=2$，$PA=4$．

①求 BC 的长；

②求 $\tan\angle PEC$ 的值．



（第 25 题图）

26．(10 分)如图①，对某条笔直道路的三个路口的红绿灯情况进行观测发现：路口 A，C 的绿灯持续时间为 40 秒，红灯持续时间为 40 秒；路口 B 的绿灯持续时间为 30 秒，红灯持续时间为 30 秒．各路口红绿灯随时间 t(秒)的变化情况如图②所示，例如当 $t=10$ 时，路口 A 为绿灯，路口 B 为红灯，路口 C 为绿灯．已知路口 A 到路口 B，C 的距离分别为 600 米和 1000 米．(为了研究方便，黄灯时间和路口宽度忽略不计)

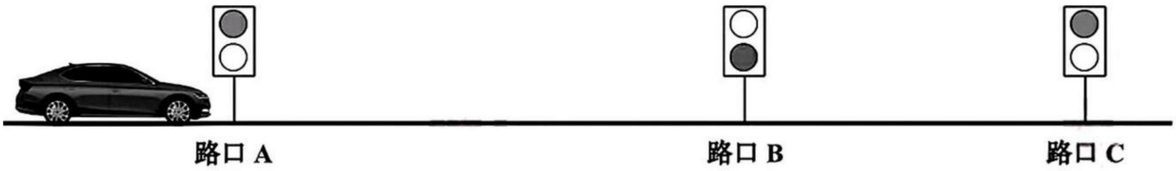


图 ①

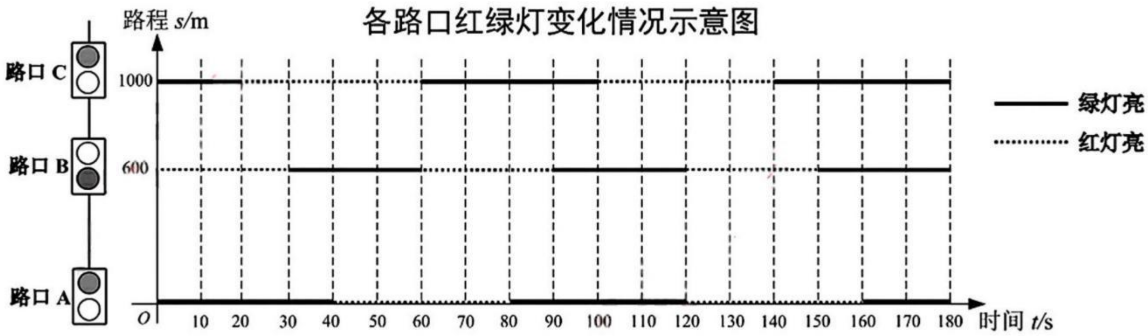


图 ②

请根据上述信息，解决下列问题：

(1)甲驾驶汽车在道路上以 15 米/秒的速度匀速行驶，且恰好在绿灯刚亮起时(即 $t=0$)通过 A 路口，请判断其是否能不停车通过 B 路口，并说明理由；

(2)乙驾驶汽车在道路上以速度 v(米/秒)匀速行驶，且恰好在绿灯亮起 10 秒时(即 $t=10$)通过 A 路口，若其能在 100 秒前(含 100 秒，即 $t\le 100$)不停车连续通过 B，C 两个路口，求其行驶速度 v 的取值范围；

(3)对于匀速行驶的汽车，是否存在速度 v(米/秒)，使得该车在 $0\sim 20$ 秒内(含 0 秒和 20 秒)任意时刻通过 A 路口后，都能在 180 秒前(含 180 秒，即 $t\le 180$)不停车连续通过 B，C 两个路口．若存在，请直接写出 v 的取值范围；若不存在，请说明理由．

(说明：不停车通过路口是指到达路口时，路口为绿灯状态．)

27．(10 分)将一个二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与一个一次函数 $y=mx+n$ 求和，可以得到一个新的二次函数 $y=ax^2+(b+m)x+(c+n)$，我们将这种得到新二次函数的方法叫做二次函数对一次函数的“吸收”．“吸收”得到的新二次函数叫做“吸收函数”．

(1)若二次函数 $y=x^2$ 对一次函数 $y=mx+n$“吸收”，所得“吸收函数”的图像与 x 轴的交点坐标为 $(-2,0)$，$(4,0)$，求 m，n 的值；

(2)已知二次函数 $y=x^2+2x-3$ 对一次函数 $y=mx+n$“吸收”．

①若所得“吸收函数”的最小值与 $y=x^2+2x-3$ 的最小值相等，求 n 的取值范围；

②若所得“吸收函数”的图像顶点为 M，且与一次函数 $y=mx+n$ 的图像交于 A，B 两点．当△ABM 的面积为 4 时，求 m 的值．

2026 年苏州市初中学业水平考试

数学试题参考答案

一、选择题：（每小题 3 分，共 24 分）

1．A	2．C	3．B	4．D
5．C	6．B	7．A	8．C

二、填空题：（每小题 3 分，共 24 分）

9．$x\geqslant 3$	10．-3	11．1（答案不唯一）	12．2
13．$\dfrac{25}{4}$	14．10	15．5	16．$4\sqrt{3}-6$

三、解答题：（共 82 分）

17．（本题满分 5 分）

解：原式 $=1+3+5$

$=9$．

18．（本题满分 5 分）

解：解不等式 $2x-1>3x-5$，得 $x<4$．

解不等式 $\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{x}{3}>\dfrac{1}{6}$，得 $x>-2$．

∴不等式组的解集是 $-2<x<4$．

19．（本题满分 6 分）

解：原式 $=\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}\div\dfrac{1}{x(x+1)}$

$=\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}\cdot x(x+1)$

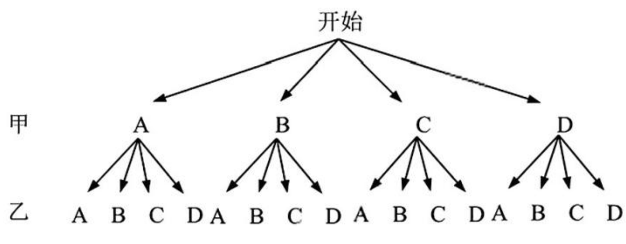
$=x^2-x$．

当 $x=3$ 时，原式 $=3^2-3=6$．

20．（本题满分 6 分）

解：（1）$\dfrac{1}{4}$；

（2）用树状图列出所有等可能的结果：



∴P（甲、乙两位同学选择相同项目）$=\dfrac{1}{4}$．

用表格列出所有等可能的结果：

甲选择的项目	乙选择的项目			
	A	B	C	D
A	AA	AB	AC	AD
B	BA	BB	BC	BD
C	CA	CB	CC	CD
D	DA	DB	DC	DD

∴P（甲、乙两位同学选择相同项目）$=\frac{1}{4}$.

21.（本题满分 6 分）

（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD=BC$，$AD // BC$.

∵点 E，F 分别是边 AD，BC 的中点，

∴ $DE=\frac{1}{2}AD$，$BF=\frac{1}{2}BC$.

∴ $DE=BF$.

又∵ $DE // BF$，

∴四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

（2）解：如图 1，过 A 作 $AG\perp BC$，垂足为 G.

∵在 Rt△ABG 中，$\angle ABC=60°$，$AB=4$，∴ $AG=2\sqrt{3}$.

又∵ $BC=6$，$BF=\frac{1}{2}BC$，∴ $BF=3$.

∴ ▱$BFDE$ 的面积 $=BF\times AG=6\sqrt{3}$.

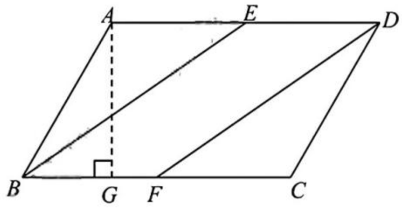


图 1

22.（本题满分 8 分）

解：（1）$m=9$，$n=10$；

（2）150；

（3）$\frac{25+9+6}{60}=\frac{2}{3}$，

$1020\times\frac{2}{3}=680$（人）.

答：该校八年级学生课外阅读一周累计时长超过 120 分钟的学生人数约为 680 人.

23.（本题满分 8 分）

解：（1）∵一次函数 $y=ax+b$ 的图像经过点 $A(-4,0)$，$B(0,2)$，

友果 17751295132 坚持到底

∴ $\begin{cases}-4a+b=0,\\ b=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=2\end{cases}$.

（2）设点 P 的坐标为$(t,\ \frac{1}{2}t+2)$.

∵ $\triangle PMN$ 是腰长为 3 的等腰直角三角形，

∴ $PM=PN=3$，

∴点 M 的坐标为$(t-3,\ \frac{1}{2}t+2)$，点 N 的坐标为$(t,\ \frac{1}{2}t-1)$.

∵点 M，N 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,\ x>0)$ 的图像上，

∴ $(t-3)(\frac{1}{2}t+2)=t(\frac{1}{2}t-1)$.

解得 $t=4$.

∴点 P 的坐标为（4，4），点 M 的坐标为（1，4）.

∴ $k=4$.

24.（本题满分 8 分）

解：（1）如图 2

∵ $\angle APO=60°$，∴ $\angle BPC=\angle APO=60°$.

∴ $\angle OPC=180°-\angle APO-\angle BPC=60°$.

∵ $AB\,/\!/\,l$，∴ $\angle POC=\angle APO=60°$.

∴ $\triangle OPC$ 是等边三角形.

（2）①75.

②如图 3，过点 P 作 $PF\perp l$，垂足为 F.

∵ $\triangle OPC$ 是等边三角形，且 $OC=60$，

∴ $CF=\frac{1}{2}OC=30$.

∵在 $\triangle PCF$ 中，$\angle PFC=90°$，$\angle PCF=60°$，

∴ $PF=\sqrt{3}CF=30\sqrt{3}$.

∵ $\angle OPE=75°$，$\angle POC=60°$，∴ $\angle PEO=180°-\angle OPE-\angle POC=45°$.

∴ $\angle EPF=45°$，∴ $EF=PF=30\sqrt{3}$，∴ $CE=EF-CF=30\sqrt{3}-30$.

∴光点向下移动的距离 CE 的长为（$30\sqrt{3}-30$）厘米.

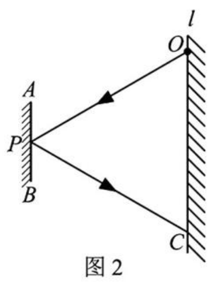


图 2

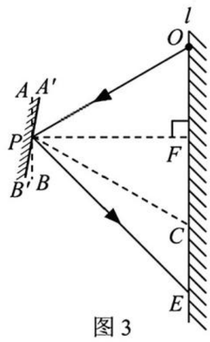


图 3

25.（本题满分 10 分）

（1）证明：∵PA 为⊙O 的切线，∴$PA\perp OA$，∴ $\angle PAO=90^\circ$.

∵$BC/\!/OP$，∴ $\angle AOP=\angle B$ ，$\angle COP=\angle OCB$.

∵ $OB=OC$ ，∴ $\angle B=\angle OCB$ ，∴ $\angle AOP=\angle COP$.

在△AOP 和△COP 中，$\begin{cases}OA=OC\\ \angle AOP=\angle COP\\ OP=OP\end{cases}$

∴△AOP≌△COP，

∴ $\angle PCO=\angle PAO=90^\circ$.

又∵OC 是⊙O 的半径，∴PC 为⊙O 的切线.

（2）解：① 如图 4，连接 AC.

∵△PAO 中，$\angle PAO=90^\circ$，$OA=2$，$PA=4$，∴ $OP=\sqrt{OA^2+PA^2}=2\sqrt{5}$，

∵AB 是⊙O 的直径，∴ $\angle ACB=90^\circ$.

∵ $\angle B=\angle AOP$ ，∴ $\cos B=\cos\angle AOP=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

∴ $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，∴ $BC=\dfrac{4}{5}\sqrt{5}$.

② 方法一：如图 4，取 OC 的中点 F，连接 DF，

∵△AOP≌△COP，∴ $PA=PC=4$.

∵点 D，F 分别为 OB，OC 的中点，∴DF 是△OBC 的中位线，

∴$DF/\!/BC$，$OF=CF=\dfrac{1}{2}OC=1$，$DF=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$.

∵$BC/\!/OP$，∴$DF/\!/OP$，

∴△DEF∽△PEO，∴ $\dfrac{EF}{OE}=\dfrac{DF}{OP}=\dfrac{1}{5}$，∴ $EF=\dfrac{1}{6}OF=\dfrac{1}{6}$.

∴ $CE=EF+CF=\dfrac{7}{6}$.

在 Rt△PCE 中，$\tan\angle PEC=\dfrac{PC}{CE}=\dfrac{4}{\frac{7}{6}}=\dfrac{24}{7}$.

方法二：如图 5，过点 D 作 $DG/\!/OC$，交 PO 的延长线于点 G.

∴ $\angle ODG=\angle BOC$.

∵$BC/\!/OP$，∴ $\angle GOD=\angle B$ ，∴△ODG∽△BOC.

∴ $\dfrac{OG}{BC}=\dfrac{DG}{OC}=\dfrac{OD}{BO}=\dfrac{1}{2}$，∴ $OG=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，$DG=\dfrac{1}{2}OC=1$.

∵$DG/\!/OC$，∴△POE∽△PGD，∴ $\dfrac{PO}{PG}=\dfrac{OE}{DG}$，

∴ $\dfrac{2\sqrt{5}}{\frac{12}{5}\sqrt{5}}=\dfrac{OE}{1}$，∴ $OE=\dfrac{5}{6}$，∴ $CE=OC-OE=\dfrac{7}{6}$.

∵△AOP≌△COP，∴ $PA=PC=4$.

在 Rt△PCE 中，$\tan\angle PEC=\dfrac{PC}{CE}=\dfrac{4}{\frac{7}{6}}=\dfrac{24}{7}$.

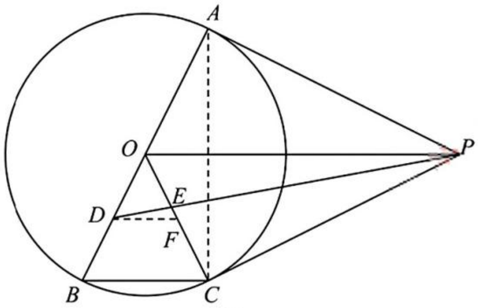


图 4

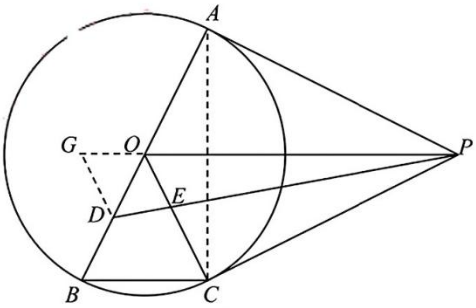


图 5

26.（本题满分 10 分）

解：（1）能不停车通过 B 路口；

$\because 600\div 15=40$，

$\therefore$ 甲到达 B 路口的时间是 40 秒，处于绿灯状态.

（2）设乙驾驶汽车离开 A 路口的路程为 s .

$\therefore s=v(t-10)$.

要使得其在 100 秒前能不停车连续通过 B，C 两个路口，则要求汽车在 30 秒到 60 秒之间通过 B 路口，60 秒到 100 秒之间通过 C 路口.

$\therefore \begin{cases} v(30-10)\leqslant 600, \\ v(60-10)\geqslant 600. \end{cases}$ 且 $\begin{cases} v(60-10)\leqslant 1000, \\ v(100-10)\geqslant 1000. \end{cases}$

解得 $12\leqslant v\leqslant 30$ 且 $\frac{100}{9}\leqslant v\leqslant 20$.

$\therefore$ 满足条件的行驶速度 v 的取值范围为 $12\leqslant v\leqslant 20$.

（3）$\frac{25}{4}\leqslant v\leqslant \frac{20}{3}$ 或 $15\leqslant v\leqslant \frac{50}{3}$.

27.（本题满分 10 分）

解：（1）由题意，吸收函数的表达式为 $y=x^2+mx+n$.

根据题意，得 $\begin{cases} 4-2m+n=0, \\ 16+4m+n=0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=-2, \\ n=-8. \end{cases}$

（2）①$\because y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，$\therefore y=x^2+2x-3$ 的最小值为 -4 .

由题意，吸收函数的表达式为 $y=x^2+(m+2)x+n-3$.

根据题意，得 $\frac{4(n-3)-(m+2)^2}{4}=-4$.

$\therefore n=\frac{(m+2)^2}{4}-1$.

$\because m\neq 0$，$\therefore n\geqslant -1$.

②如图 6，过点 M 作 y 轴平行线 l 交 AB 于点 N，过点 A，B 分别作 l 的垂线段，垂足为 C，D.

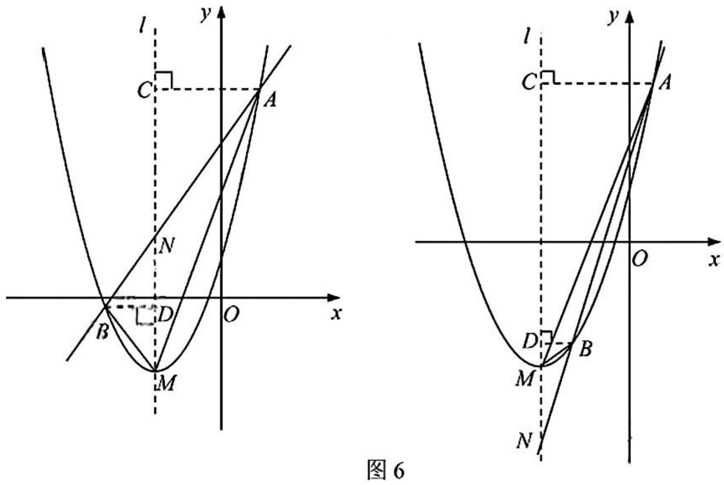


图 6

根据题意，列出方程组为$\begin{cases} y = x^2 + (m+2)x + n - 3 \text{①}, \\ y = mx + n \text{②}. \end{cases}$

把②代入①得：$mx + n = x^2 + (m+2)x + n - 3$，

即 $x^2 + 2x - 3 = 0$．

解得 $x_1 = 1$，$x_2 = -3$．

∴点 A，B 的横坐标分别是 $x_A = 1$、$x_B = -3$．∴$|x_A - x_B| = 4$

∵M 为“吸收函数”的顶点，∴$x_M = x_N = -\dfrac{m+2}{2}$，

∵$MN = |y_N - y_M| = |(mx_N + n) - [x_M^2 + (m+2)x_M + n - 3]| = |-x_M^2 - 2x_M + 3|$．

∴$MN = |-(-\dfrac{m+2}{2})^2 - 2(-\dfrac{m+2}{2}) + 3| = |4 - \dfrac{1}{4}m^2|$．

∴$\triangle ABM$ 的面积$= \dfrac{1}{2}MN|x_A - x_B| = \dfrac{1}{2}|4 - \dfrac{1}{4}m^2| \times 4 = |8 - \dfrac{1}{2}m^2|$．

∵$\triangle ABM$ 的面积为 4，∴$|8 - \dfrac{1}{2}m^2| = 4$．

解得 $m_1 = 2\sqrt{2}$，$m_2 = -2\sqrt{2}$，$m_3 = 2\sqrt{6}$，$m_4 = -2\sqrt{6}$．