绝密★启用前

2026年普通高等学校招生全国统一考试

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 样本数据 $6,8,4,5,12$ 的中位数为

A. 5　　B. 6　　C. 8　　D. 9

2. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线，且 $2\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}=x\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$，则

A. $x=2,\ y=-3$　　B. $x=-2,\ y=3$

C. $x=2,\ y=3$　　D. $x=-2,\ y=-3$

3. 已知集合 $A=\left(\sin\frac{7\pi}{6},\cos\frac{5\pi}{3},\tan\frac{5\pi}{4}\right)$，$B=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},1\right)$，则 $A\cap B=$

A. $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right\}$　　B. $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},1\right\}$

C. $\left\{-\frac{1}{2},1\right\}$　　D. $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},1\right\}$

4. 曲线 $y=5x+8\ln x$ 在点 $(1,5)$ 处的切线方程为

A. $y=3x+2$　　B. $y=5x$　　C. $y=8x-3$　　D. $y=13x-8$

5. 已知抛物线 $C_1:y^2=2p_1x(p_1>0)$ 和 $C_2:x^2=2p_2y(p_2>0)$ 均经过点 $(4,8)$，则 C_1 的焦点与 C_2 的焦点之间的距离为

A. 12　　B. $4\sqrt{5}$　　C. 6　　D. $\frac{\sqrt{65}}{2}$

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x+2}{e^x+a}$ 的最大值为 1，则 $a=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

7. 一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市，以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩，该塔群共有 108 座塔，依山势自上而下排成 12 行，将第 i 行中塔的座数记为 $a_i(i=1,2,\cdots,12)$，其中 $a_1=1$，$a_2=a_3=3$，$a_4=a_5=5$，且 $a_6,a_7,\cdots,a_{12}$ 是一个首项为 7，公差为 2 的等差数列。将 $a_1,a_2,\cdots,a_{12}$ 分为 6 组，每组 2 个数，使得每组的 2 个数之和可构成一个项数为 6 且公差为 $d(d>0)$ 的等差数列，则 $d=$

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

8. 设 $U=\{(x_1,x_2,x_3)\mid x_i\in\{-2,-1,1,2\},\ i=1,2,3\}$ 为空间中 64 个点构成的集合，点 $P(1,1,1)$，记样本空间 $\Omega=\complement_U(P)$．从 Ω 中随机取一个点．定义随机变量 X 如下：对 Ω 中的每个点 $A(x_1,x_2,x_3)$，令 $X(A)=x_1+x_2+x_3$，则 X 的数学期望值为

A. $-\dfrac{1}{21}$　　B. $-\dfrac{1}{63}$　　C. 0　　D. $\dfrac{1}{7}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 设 $z=3+2i$，则

A. $\bar{z}=3-2i$　　B. $|z|=5$

C. $z^2=5+12i$　　D. $\dfrac{z+3}{z-i}\in\mathbb{R}$

10. 在空间中，A,B 为两个定点，动点 C 到直线 AB 的距离为 2，动点 D 到直线 AB 的距离为 1．若二面角 $C-AB-D$ 为 60°，则

A. $\angle CAD\geq 60^\circ$

B. $CD\geq\sqrt{3}$

C. 当 $AB\perp CD$ 时，$CD\perp$ 平面 ABD

D. 当 $AB\perp$ 平面 ACD 时，$AC\perp AD$

11. 已知圆 $C_1:(x+1)^2+y^2=1$，圆 $C_2:(x-1)^2+y^2=1$，圆 $C_3:x^2+(y-\sqrt{3})^2=1$，直线 $l:y=kx+b$ 与 C_1,C_2,C_3 均有两个交点．记 l 被 C_1,C_2,C_3 截得的弦长分别为 s_1,s_2,s_3，则

A. k 可以取任意实数

B. 满足 $s_1=s_2=s_3$ 的直线 l 共有 3 条

C. 满足 $s_1+s_2+s_3=3$ 的直线 l 多于 3 条

D. 当 $b=0$ 时，$s_1+s_2+s_3$ 的最大值为 $\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 双曲线 $5x^2-6y^2=1$ 的离心率为_____.

13. 已知 $f(x)=2\sin(ax+\theta)$ $(a\in\mathbb{Z},0\le\theta<2\pi)$ 是偶函数；$f(x)$ 在区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递增．则 $\theta=$_____，$f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=$_____.

14. 设实数 q 满足：存在数列 $\{a_n\}$，使得对于任意 $n\in\mathbb{N}^*$，均有 $a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2+n$，且 $\{a_n\}$ 中有某连续 9 项 $a_j,a_{j+1},\cdots,a_{j+8}$ 是公比为 q 的等比数列，则 q 的最大值为_____.

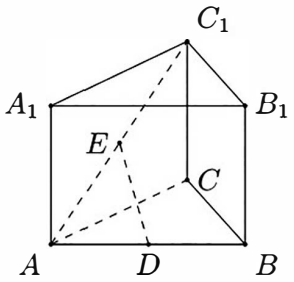
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D,E 分别为 AB,AC_1 的中点。

（1）证明：$DE\parallel$ 平面 BCC_1B_1；

（2）设 $CC_1=2$，直线 DE 与平面 ACC_1A_1 所成的角为 $45°$，求直线 DE 到平面 BCC_1B_1 的距离。



16.（15 分）

已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3, BC=2\sqrt{3}, \cos B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$。

（1）求 $\cos A$；

（2）设 D, E 两点满足：D 在 BA 的延长线上，$DE \parallel BC$，$AE \perp AC$．若 $DE=\sqrt{6}$，求 CE.

17.（15 分）

设整数 $N \geq 2$．某同学用一个球进行投篮练习，至多投篮 N 次，当且仅当被中 1 次时或 N 次均未投中时，停止练习．设该同学每次投中的概率为 $p(0<p<1)$，各次投中与否相互独立．记 X 为停止练习时该同学的投篮次数。

（1）当 $N=4, p=\dfrac{1}{3}$ 时，求 X 的分布列；

（2）设 k, m 均为自然数.

（i）当 $k \leq N-1$ 时，求 $P(X>k)$；

（ii）当 $k+m \leq N-1$ 时，证明：$P(X>k+m \mid X>k)=P(X>m)$.

18.（17 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 $F(-1,0)$，离心率为 $\dfrac{1}{2}$。

（1）求 C 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，过 F 且斜率大于 0 的动直线 l 与 C 交于 P,Q 两点，其中 Q 在第三象限，直线 PQ 与 C 的另一个交点为 R。

（i）若 $\triangle PQR$ 的面积是 $\triangle PFO$ 的面积的 3 倍，求 l 的方程；

（ii）求 $\tan\angle PQR$ 的最小值。

19.（17 分）

已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$，且当 $x<0$ 时，$f(x)=2^x$．对任意 $x_0\in\mathbb{R}$，定义集合

$$D(x_0)=\{d\in\mathbb{R}\mid f(x_0+d)>f(x_0)\}.$$

（1）若当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=1-x$，求 $D(-1)$；

（2）若 $f(x)$ 是奇函数，$f(x_1)\leq f(x_2)$，且 $x_1x_2\neq 0$，证明：$D(x_2)\subseteq D(x_1)$；

（3）设 $f(x)$ 满足：(1) 若 $f(x_1)\leq f(x_2)$，则 $D(x_2)\subseteq D(x_1)$；(2) 当 $0<x<1$ 时，$f(x)<f(0)$。

（i）证明：$f(0)\geq 1$；

（ii）证明：$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 单调递增。