

昆山提招数学模拟卷（六）

一、选择题

1. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$, 则 $\frac{x^3 + x + 1}{x^4}$ 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. -3

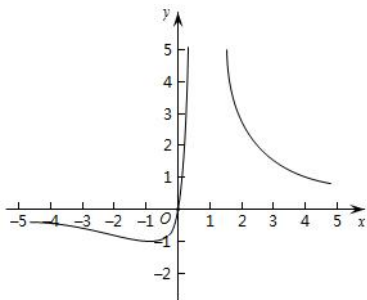
2. 小明使用图形计算器探究函数 $y = \frac{ax}{(x-b)^2}$ 的图象, 他输入了一组 a, b 的值, 得到了下面的函数图象,

由学习函数的经验, 可以推断出小明输入的 a, b 的值满足 ()

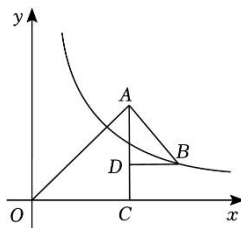
- A. $a > 0, b > 0$ B. $a > 0, b < 0$ C. $a < 0, b > 0$ D. $a < 0, b < 0$

3. 已知线段 ($1 \leq x \leq 3$), 线段 $y = -\frac{x}{2} + a$ ($1 \leq x \leq 3$), 当 a 的值由 -1 增加到 2 时, 该线段运动所经过的平面区域的面积为 ()

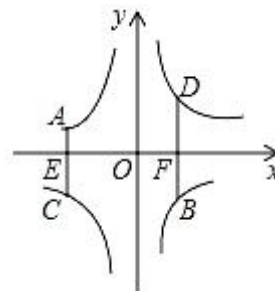
- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10



2 题图



5 题图



9 题图

4. 已知实数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 并且 $k = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$, 则直线 $y = -kx + k$ 一定经过 ()

- A. 第一、三、四象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、二、三象限 D. 第二、三、四象限

5. 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图象经过点 B , 则 $\angle OAC$ 与 $\angle BAD$ 的面积之差 $S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 ()

- A. 3 B. 12 C. 6 D. 36

6. 某校准备在运动会时购买 A、B、C 三种奖品, 已知三种奖品的单价之和为 22 元, 计划购买三种奖品的总数量不超过 200 个, 其中 C 奖品的单价为 10 元, 计划购买 50 个; 计划购买 A 奖品的数量不多于 B 奖品数量的一半, 但至少购买 20 个. 在做预算时, 运动会的组委会将 A 和 B 的单价弄反了, 结果在实际购买时, 总费用比预算多了 160 元. 若 A、B、C 的单价均为整数, 则实际购买 A、B、C 三种奖品的总费用最多需要 ()

- A. 940 元 B. 1300 元 C. 1480 元 D. 1530 元

二、填空题

7. 已知 $A = \frac{1}{1^2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \frac{1}{3^2+3} + \cdots + \frac{1}{2023^2+2023}$, 则 A 的值为_____.

8. 直线 $y = \frac{5}{4}x - \frac{95}{4}$ 与 x 轴和 y 轴的交点分别为 A 和 B, 则线段 AB 上 (包括端点 A 和 B) 横坐标和纵坐标都是整数的点有_____个.

9. 如图, A, B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, C, D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, $AC \perp x$ 轴于点 E, $BD \perp x$ 轴于点 F, $AC = 2$, $BD = 3$, $EF = \frac{10}{3}$, 则 $k_2 - k_1 =$ _____.

10. 已知实数 a, b 满足 $3\sqrt{a-1} + 5|b| = 7$, $S = 2\sqrt{a-1} - 3|b|$, 则 $w = 15S + 2$ 的最大值为_____.

三、计算题

11. 已知 $ax = by = cz = 1$, 求 $\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+y^4} + \frac{1}{1+z^4}$ 的值.

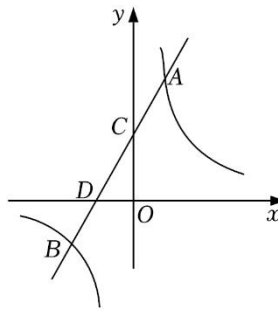
四、解答题

12. 已知点 A (a, ma+2)、B (b, mb+2) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两个点, 且 $a > 0$, $b < 0$, $m > 0$.

(1) 求证: $a+b = -\frac{2}{m}$;

(2) 若 $OA^2 + OB^2 = 2a^2 + 2b^2$, 求 m 的值;

(3) 若 $S_{\triangle OAB} = 3S_{\triangle OCD}$, 求 km 的值.



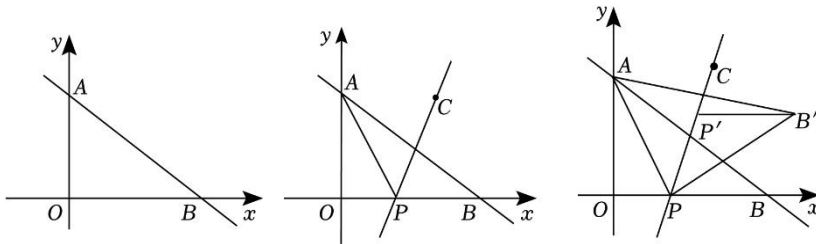
13.如图，一次函数 $y=kx+6$ 的图象分别交 y 轴正半轴于点 A ， x 轴正半轴于点 B ，且 $\triangle AOB$ 的面积是 24.

(1) 求 k 的值；

(2) 作 $\angle BAO$ 的平分线交 x 轴于点 P ，将 PA 绕点 P 顺时针旋转 45° 得到直线 PC ，线段 PB 沿着射线 PC 方向平移，得到线段 $P'B'$ ，连结 AB' ， PB' ，

①求直线 PC 的函数关系式；

②当 $\triangle APB'$ 是以 AP 为直角边的直角三角形时，求点 B' 的坐标.



未来参加提招的家长，可以加入交流群

群聊：昆震提招交流群 2027



如果二维码过期，请添加 17751295132 邓老师添加

QQ 群：564965872

参考答案

一、选择题

1. 已知 $x^2-x-1=0$, 则 $\frac{x^3+x+1}{x^4}$ 的值为 (B)

- A. 0 B. 1 C. -1 D. -3

2. 小明使用图形计算器探究函数 $y = \frac{ax}{(x-b)^2}$ 的图象, 他输入了一组 a, b 的值, 得到了下面的函数图象,

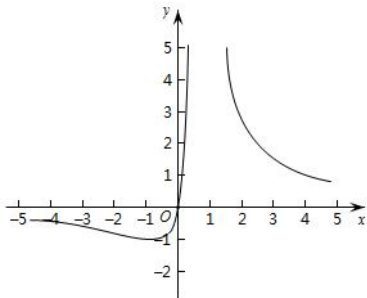
由学习函数的经验, 可以推断出小明输入的 a, b 的值满足 (A)

- B. $a > 0, b > 0$ B. $a > 0, b < 0$ C. $a < 0, b > 0$ D. $a < 0, b < 0$

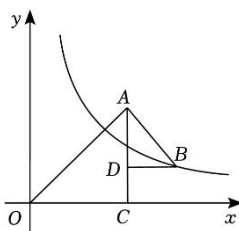
3. 已知线段 $(1 \leq x \leq 3)$, 线段 $y = -\frac{x}{2} + a$ ($1 \leq x \leq 3$), 当 a 的值由 -1 增加到 2 时, 该线段运动所经过的平面区

域的面积 (A)

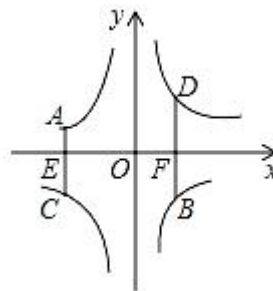
- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10



2 题图



5 题图



9 题图

4. 已知实数 a, b, c 满足 $a < b < c$, 并且 $k = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$, 则直线 $y = -kx + k$ 一定经过 (A)

- A. 第一、三、四象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、二、三象限 D. 第二、三、四象限

5. 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的

图象经过点 B , 则 $\angle OAC$ 与 $\angle BAD$ 的面积之差 $S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 (A)

- A. 3 B. 12 C. 6 D. 36

6. 某校准备在运动会时购买 A、B、C 三种奖品, 已知三种奖品的单价之和为 22 元, 计划购买三种奖品的总数量不超过 200 个, 其中 C 奖品的单价为 10 元, 计划购买 50 个; 计划购买 A 奖品的数量不多于 B 奖品数量的一半, 但至少购买 20 个. 在做预算时, 运动会的组委会将 A 和 B 的单价弄反了, 结果在实际购买时, 总费用比预算多了 160 元. 若 A、B、C 的单价均为整数, 则实际购买 A、B、C 三种奖品的总费用最多需要 (C)

- A. 940 元 B. 1300 元 C. 1480 元 D. 1530 元

二、填空题

7. 已知 $A = \frac{1}{1^2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \frac{1}{3^2+3} + \cdots + \frac{1}{2023^2+2023}$, 则 A 的值为 $\frac{2023}{2024}$.

8. 直线 $y = \frac{5}{4}x - \frac{95}{4}$ 与 x 轴和 y 轴的交点分别为 A 和 B, 则线段 AB 上 (包括端点 A 和 B) 横坐标和纵坐标都是整数的点有 5 个.

9. 如图, A, B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, C, D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, $AC \perp x$ 轴于点 E, $BD \perp x$ 轴于点 F, $AC = 2$, $BD = 3$, $EF = \frac{10}{3}$, 则 $k_2 - k_1 = \underline{4}$.

10. 已知实数 a, b 满足 $3\sqrt{a-1} + 5|b| = 7$, $S = 2\sqrt{a-1} - 3|b|$, 则 $w = 15S + 2$ 的最大值为 72.

三、计算题

11. 已知 $ax = by = cz = 1$, 求 $\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+y^4} + \frac{1}{1+z^4}$ 的值.

解: $\because ax = by = cz = 1$,

$$\therefore a^4x^4 = b^4y^4 = c^4z^4 = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = \left(\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+x^4}\right) + \left(\frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+y^4}\right) + \left(\frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+z^4}\right),$$

$$= \frac{1+x^4+1+a^4}{(1+a^4)(1+x^4)} + \frac{1+y^4+1+b^4}{(1+b^4)(1+y^4)} + \frac{1+z^4+1+c^4}{(1+c^4)(1+z^4)},$$

$$= \frac{2+a^4+x^4}{1+a^4+x^4+a^4x^4} + \frac{2+b^4+y^4}{1+b^4+y^4+b^4y^4} + \frac{2+c^4+z^4}{1+c^4+z^4+c^4z^4},$$

$$= \frac{2+a^4+x^4}{2+a^4+x^4} + \frac{2+b^4+y^4}{2+b^4+y^4} + \frac{2+c^4+z^4}{2+c^4+z^4},$$

$$= 1+1+1,$$

$$= 3.$$

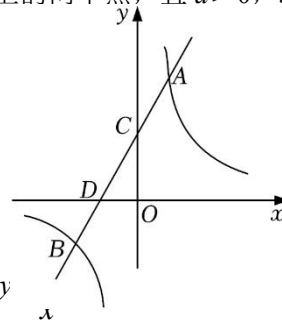
四、解答题

12. 已知点 $A(a, ma+2)$ 、 $B(b, mb+2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两个点, 且 $a > 0$, $b < 0$, $m > 0$.

(1) 求证: $a+b = -\frac{2}{m}$;

(2) 若 $OA^2 + OB^2 = 2a^2 + 2b^2$, 求 m 的值;

(3) 若 $S_{\triangle OAB} = 3S_{\triangle OCD}$, 求 km 的值.



(1) 证明: \because 点 $A(a, ma+2)$ 、 $B(b, mb+2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

$$\therefore k = a(ma+2) = b(mb+2),$$

$$\text{整理得, } m(a-b)(a+b) = -2(a-b),$$

$$\because a > 0, b < 0, m > 0.$$

$$\therefore a \neq b,$$

$$\therefore a+b = -\frac{2}{m}.$$

(2) 解: $\because A(a, ma+2)$ 、 $B(b, mb+2)$,

$$\therefore OA^2 = a^2 + (ma+2)^2, OB^2 = b^2 + (mb+2)^2,$$

$$\therefore OA^2 + OB^2 = a^2 + (ma+2)^2 + b^2 + (mb+2)^2 = 2a^2 + 2b^2,$$

$$\therefore (ma+2)^2 + (mb+2)^2 = a^2 + b^2 \text{ ①},$$

$$\text{由 (1) 知 } a+b = -\frac{2}{m}.$$

$$\therefore m = -\frac{2}{a+b}, \text{ 代入 ① 中得 } (a+b)^2 = 4,$$

$$\therefore \left(-\frac{2}{m}\right)^2 = 4,$$

$$\therefore m = \pm 1,$$

$$\because m > 0,$$

$$\therefore m = 1.$$

(3) 解: $\because A(a, ma+2)$ 、 $B(b, mb+2)$,

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为: } y = mx+2,$$

$$\therefore C(0, 2), D\left(-\frac{2}{m}, 0\right),$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot OD = \frac{1}{2} \times 2 \cdot \frac{2}{m} = \frac{2}{m},$$

$$\therefore a+b = -\frac{2}{m}.$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} (a - b) \cdot 2 = \frac{2}{m} \times 3,$$

$$\therefore a - b = \frac{6}{m},$$

$$\therefore a = \frac{2}{m}, b = -\frac{4}{m}.$$

$$\therefore A \left(\frac{2}{m}, 4 \right), B \left(-\frac{4}{m}, -2 \right)$$

$$\therefore k = -\frac{4}{m} \times (-2),$$

$$\therefore km = 8.$$

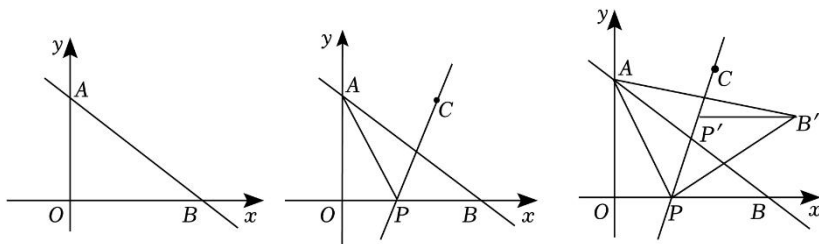
13. 如图，一次函数 $y = kx + 6$ 的图象分别交 y 轴正半轴于点 A ， x 轴正半轴于点 B ，且 $\triangle AOB$ 的面积是 24.

(1) 求 k 的值；

(2) 作 $\angle BAO$ 的平分线交 x 轴于点 P ，将 PA 绕点 P 顺时针旋转 45° 得到直线 PC ，线段 PB 沿着射线 PC 方向平移，得到线段 $P'B'$ ，连结 AB' ， PB' ，

① 求直线 PC 的函数关系式；

② 当 $\triangle APB'$ 是以 AP 为直角边的直角三角形时，求点 B' 的坐标.



解：(1) 在 $y = kx + 6$ 中，令 $x = 0$ 得 $y = 6$ ，

$$\therefore A(0, 6), OA = 6,$$

$\therefore \triangle AOB$ 的面积是 24，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \cdot OB = 24,$$

$$\therefore OB = 8,$$

$$\therefore B(8, 0),$$

把 $B(8, 0)$ 代入 $y = kx + 6$ 得：

$$8k + 6 = 0,$$

$$\text{解得：} k = -\frac{3}{4},$$

$$\therefore k \text{ 的值为 } -\frac{3}{4};$$

(2) ① 过 P 作 $PD \perp AB$ 于 D ，过 A 作 $AE \perp PC$ 于 E ，过 E 作 $EG \perp x$ 轴于 G ，过 A 作 $AF \perp EG$ 于 F ，

$$\therefore E(4.5, 4.5),$$

由 $P(3, 0)$, $E(4.5, 4.5)$ 可得直线 PE 解析式为 $y=3x-9$,

\therefore 直线 PC 的函数关系式为 $y=3x-9$;

$$\textcircled{2} \text{ 设 } P'(p, 3p-9),$$

$$\therefore P(3, 0), B(8, 0),$$

$$\therefore PB=5,$$

\therefore 线段 PB 沿着射线 PC 方向平移, 得到线段 $P'B'$,

$$\therefore P'B'=PB=5,$$

$$\therefore B'(p+5, 3p-9),$$

$$\therefore A(0, 6),$$

$$\therefore AP^2=45, PB'^2=(p+5-3)^2+(3p-9)^2=(p+2)^2+(3p-9)^2, AB'^2=(p+5)^2+(3p-9-6)^2=(p+5)^2+(3p-15)^2,$$

当 PB' 为直角边时, $AP^2+PB'^2=AB'^2$,

$$\therefore 45+(p+2)^2+(3p-9)^2=(p+5)^2+(3p-15)^2,$$

解得 $p=4$,

$$\therefore B'(9, 3);$$

以 AB' 为直角边时, $AP^2+AB'^2=PB'^2$,

$$\therefore 45+(p+5)^2+(3p-15)^2=(p+2)^2+(3p-9)^2,$$

解得 $p=7$,

$$\therefore B'(12, 12);$$

$\therefore B'$ 的坐标为 $(9, 3)$ 或 $(12, 12)$.

