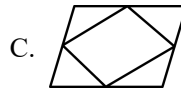
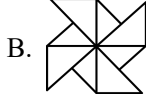
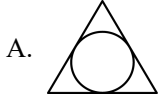


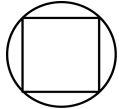
## 昆山市 2025-2026 学年第二学期八年级数学期中考试模拟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中．

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



D.



2. 下列语句所描述的事件中，是不可能事件的是（ ）

A. 一岁一枯荣

B. 锄禾日当午

C. 手可摘星辰

D. 举头望

明月

3. 下列调查中，适合用普查方式的是（ ）

A. 检测某城市空气质量

B. 检测神舟十三号载人飞船的零部

件质量情况

C. 检测一批节能灯的使用寿命

D. 检测某批次汽车的抗撞能力

4. 将分式  $\frac{2m}{m-n}$  中的  $m$ 、 $n$  都扩大为原来的 3 倍，则分式的值( )

A. 不变

B. 扩大 3 倍

C. 扩大 6 倍

D. 扩大 9

倍

5. 牛顿曾说：“反证法是数学家最精良的武器之一”。用反证法证明“在  $\triangle ABC$  中，若

$\angle A > \angle B > \angle C$ ，则  $\angle A > 60^\circ$ ”时，应先假设（ ）

A.  $\angle A = 60^\circ$

B.  $\angle A < 60^\circ$

C.  $\angle A \neq 60^\circ$

D.

$\angle A \neq 60^\circ$

6. 下列命题中，是真命题的为（ ）

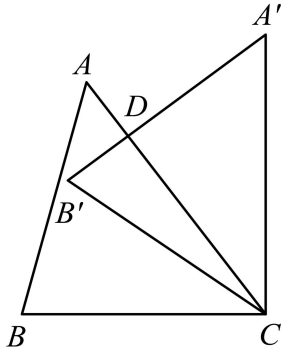
A. 一组对边平行、另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线互相平分的四边形是矩形

C. 一组对边相等且对角线互相垂直的四边形是菱形

D. 三个角是直角且对角线互相垂直的四边形是正方形

7. 如图，把  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $35^\circ$  得到  $\triangle A'B'C$ ，点  $A$ 、 $B$  的对应点分别为点  $A'$ 、 $B'$ ， $A'B'$  交  $AC$  边于点  $D$ 。若  $\angle A'DC = 95^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数为 ( )

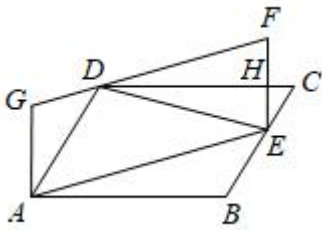


- A.  $40^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $55^\circ$

8. *DeepSeek* 公司研发的两个 AI 模型  $R1$  和  $R2$  共同处理一批数据。已知  $R2$  单独处理数据的时间比  $R1$  少 2 小时。若两模型合作处理，仅需 1.2 小时即可完成。设  $R1$  单独处理需要  $x$  小时，则下列方程正确的是 ( )

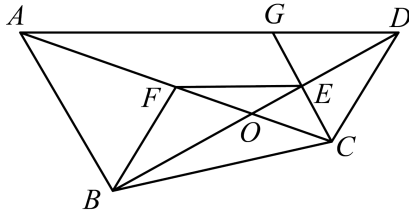
- A.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 1.2$                       B.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{1.2}$   
 C.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{1.2}$                       D.  $x + (x-2) = 1.2$

9. 已知  $\square ABCD$ ，点  $E$  是边  $BC$  上的动点，以  $AE$  为边构造  $\square AEFH$ ，使点  $D$  在边  $FG$  上，当点  $E$  由  $B$  往  $C$  运动的过程中， $\square AEFH$  面积变化情况是 ( )



- A. 一直增大                      B. 保持不变  
 C. 先增大后减小                      D. 先减小后增大

10. 如图，四边形  $ABCD$ ，对角线  $BD \perp AB$ ，且平分  $\angle ADC$ ， $O$  为  $BD$  的中点. 在  $AD$  上取一点  $G$ ，使  $CG \perp BD$ ， $E$  为垂足，取  $AC$  中点  $F$ ，连接  $BF$ . 下列五句判断：①  $AO = 2BO$ ；②  $EF \parallel AD$ ；③  $AG = 2BF$ ；④ 连接  $DF$ ，则四边形  $BCDF$  是平行四边形；⑤  $FB = 2GE$ . 其中判断正确的是 ( )



- A. ①③④                      B. ③④⑤                      C. ②④⑤                      D. ②③④

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分. 其中第 18 题第一空 1 分，第二空 2 分. 不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

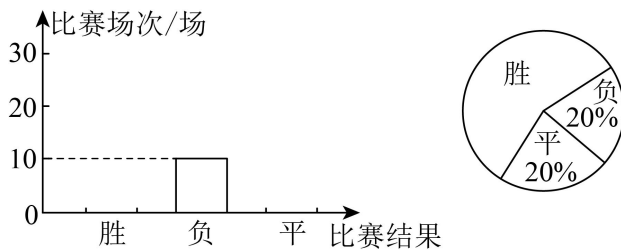
11. 若分式  $\frac{1}{x-1}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 4 月 23 日为世界读书日，为了解八年级 1000 学生的阅读时间，从中抽取 200 名学生进行调查，则该调查中的样本容量是\_\_\_\_\_.

13. 分式  $\frac{1}{ab}$  与分式  $\frac{1}{3a}$  的最简公分母是\_\_\_\_\_.

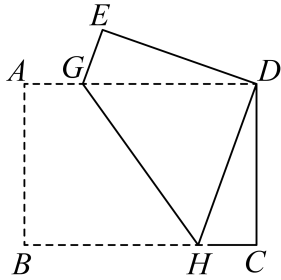
14. 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{m}{1-x}$  有增根，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 如图是记录某足球队全年比赛结果（“胜”、“负”、“平”）的条形统计图和扇形统计图（不完整）：根据图中信息，该足球队全年比赛胜了\_\_\_\_\_场.



16. 已知一个对角线长分别为  $6\text{cm}$  和  $8\text{cm}$  的菱形，顺次连接它的四边中点得到的四边形的面积是\_\_\_\_\_.

17. 如图, 在矩形纸片  $ABCD$  中,  $AB = 6, BC = 8$ , 将矩形纸片折叠, 使点  $B$  与点  $D$  重合, 点  $A$  折叠至点  $E$  处, 则折痕  $GH$  的长为\_\_\_\_\_.



18. 三折伞是我们生活中常用的一种伞, 它的骨架是一个“移动副”和多个“转动副”组成的连杆机构, 如图 1 是三折伞一条骨架的结构图, 当“移动副”(标号 1) 沿着伞柄移动时, 折伞的每条骨架都可以绕“转动副”(标号 2—9) 转动; 图 2 是三折伞一条骨架的示意图, 其中四边形  $CDEF$  和四边形  $DGMN$  都是平行四边形,  $AC=BC=14\text{cm}$ ,  $DE=2\text{cm}$ ,  $DN=1\text{cm}$ . 已知关闭折伞后, 点  $A, E, H$  三点重合, 点  $B$  与点  $M$  重合.

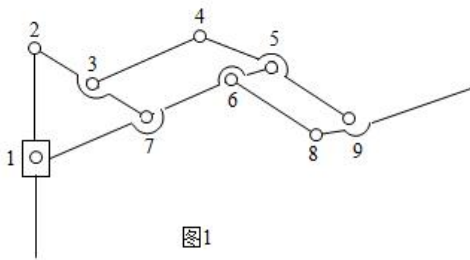


图1

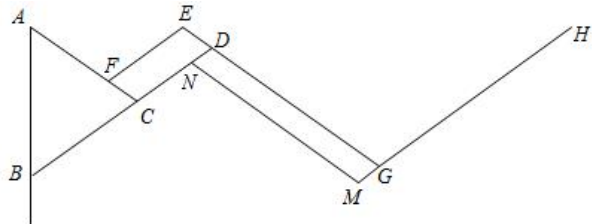


图2

(1)  $BN =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ;

(2) 当  $\angle BAC = 60^\circ$  时, 点  $H$  到伞柄  $AB$  距离为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

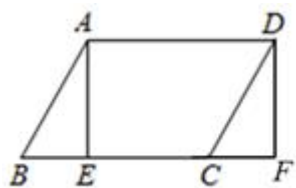
三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (1) 计算:  $a - b + \frac{2b^2}{a+b}$ ;

(2) 解方程:  $\frac{4+x}{x-1} - 5 = \frac{2x}{x-1}$ .

20. 先化简，再求值： $\frac{x-3}{x-2} \div \left( x+2 - \frac{5}{x-2} \right)$ ，其中  $x = -1$ 。

21. 如图，在  $\square ABCD$  中， $AE \perp BC$  于点  $E$ ，延长  $BC$  至  $F$  点，使  $CF = BE$ ，连接  $DF$ 。求证：四边形  $AEFD$  是矩形。



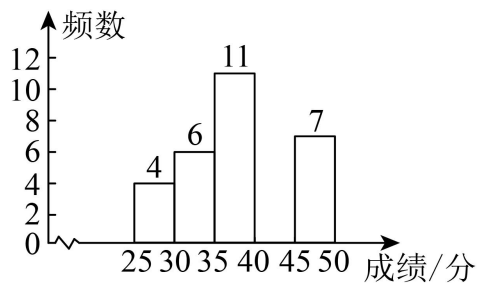
22. 为深入开展以宪法为核心的青少年法治教育，增强青少年学生的宪法意识，某中学在八年级开展了“与法同行、健康成长”法制知识竞赛（满分 50 分）。为了解该年级学生的竞赛成绩，拟采用以下的方式进行调查。

方式 A：随机抽取该年级某班，对该班所有学生进行调查；

方式 B：随机抽取该年级部分男生进行调查；

方式 C：从该年级每个班任意抽取 5 名学生进行调查。

成绩 $x$ /分	频数	百分比
$25 \leq x < 30$	4	10%
$30 \leq x < 35$	6	$b$
$35 \leq x < 40$	11	27.5%
$40 \leq x < 45$	$a$	30%
$45 \leq x \leq 50$	7	17.5%

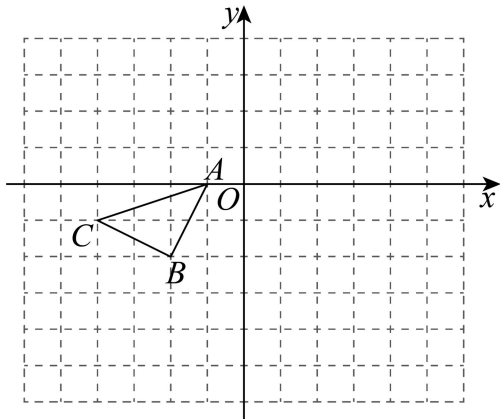


(1) 以上的调查方式合适的是方式\_\_\_\_\_（填 A、B、C）；采用（1）中的方式，并将统计结果绘制不完整的频数分布表和频数分布直方图。

(2)  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_, 并补全频数分布直方图。

(3) 若成绩为 35 分及以上的学生被认定为掌握了基础的法制知识，该年级共有学生 380 人，请你估计该年级掌握了基础的法制知识的人数。

23. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  的顶点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $(-1, 0)$ ， $(-2, -2)$ 。



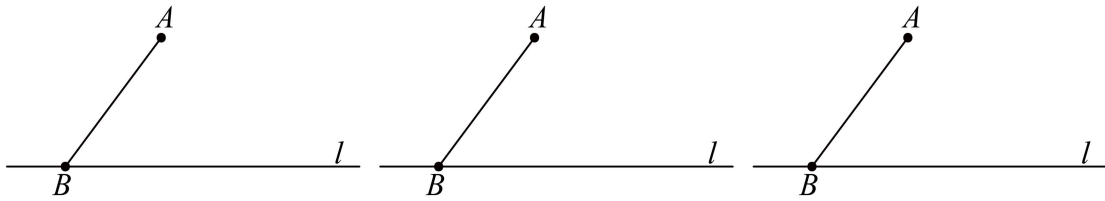
- (1)  $\triangle A_1B_1C_1$  与  $\triangle ABC$  关于点  $O$  成中心对称，请在图中画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 在 (1) 的基础上，将  $\triangle ABC$  绕点  $A_1$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_2B_2C_2$ ，请在图中画出  $\triangle A_2B_2C_2$ 。
- (3) 请直接写出：以  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为顶点的平行四边形的第四个顶点  $D$  的坐标：\_\_\_\_\_。

24. 某汽车网站对两款价格相同，续航里程相同的汽车做了一次评测，一款为燃油车，另一款为纯电新能源车。得到相关数据如下：（续航里程是指在最大的能源储备下可连续行驶的总里程。

燃油车	新能源车
油箱容积：50 升	电池电量：80 千瓦时
油价：8 元/升	电价：0.6 元/千瓦时

- (1) 设两款车的续航里程均为  $a$  千米，则燃油车的每千米行驶费用是\_\_\_\_\_元，纯电新能源车的每千米行驶费用是\_\_\_\_\_元；（请用含  $a$  的代数式表示）
- (2) 若燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.55 元，则续航里程  $a$  的值为多少？
- (3) 在 (2) 的条件下，若燃油车和新能源车每年的其它费用分别为 4000 元和 7300 元，则每年行驶里程在什么范围时，新能源车的年费用更低？（年费用 = 年行驶费用 + 年其它费用）

25. 如图，点  $A$  在直线  $l$  外，点  $B$  在直线  $l$  上.



(1) 在  $l$  上求作一点  $C$ ，在  $l$  外求作一点  $D$ ，使得以  $A、B、C、D$  为顶点的四边形是菱形；  
(要求：用直尺和圆规作出所有大小不同的菱形)

(2) 连接  $AB$ ，若  $AB = 5$ ，且点  $A$  到直线  $l$  的距离为 4，则 (1) 中菱形的面积为 \_\_\_\_\_  
(直接写出所有答案)。

26. 【课本再现】

(1) 如图 1，正方形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ，正方形  $A'B'C'O$  与正方形  $ABCD$  的边长相等， $AB$  与  $OA$  相交于点  $E$ ， $BC$  与  $OC$  相交于点  $F$ ，连接  $EF$ ，在正方形  $A'B'C'O$  绕点  $O$  旋转的过程中，始终有  $AE^2 + EB^2 = EF^2$ ，请证明这个结论。

【迁移应用】

(2) 如图 2，在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC < BC$ ，点  $D$  是  $AB$  边的中点， $E$  是射线  $AC$  上的动点，过点  $D$  作  $DE$  的垂线交直线  $BC$  于点  $F$ ，连接  $EF$ 。

(i) 当点  $E$  在  $AC$  边上，点  $F$  在  $BC$  边上时，试探究线段  $AE$ ， $BF$ ， $EF$  之间的数量关系. 并证明你的结论；

(ii) 若  $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，设  $AE = x$ ， $EF = y$ ，请直接写出  $y$  与  $x$  的关系.

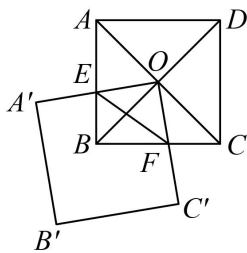


图1

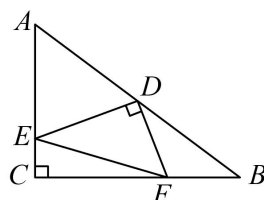
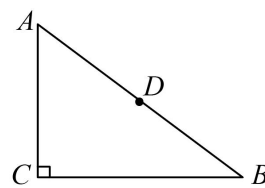


图2

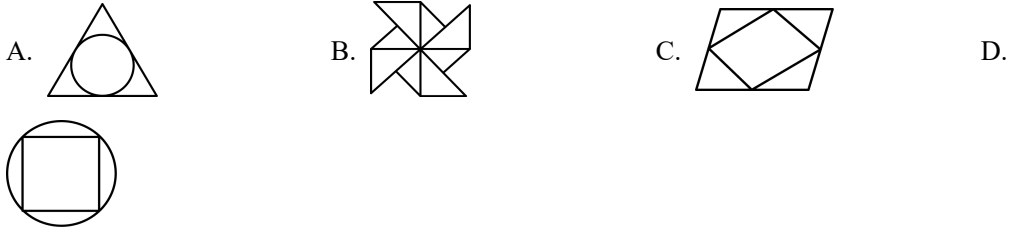


备用图

## 答案与解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中．

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转  $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心．

【详解】解：A．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

C．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形故，此选项不符合题意；

D．该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项符合题意．

故选：D．

2. 下列语句所描述的事件中，是不可能事件的是（ ）

- A. 一岁一枯荣                      B. 锄禾日当午                      C. 手可摘星辰                      D. 举头望明月

【答案】C

【解析】

【分析】根据必然事件、随机事件、不可能事件的意义结合具体问题情境进行判断即可，必然事件是指在一定条件下，一定发生的事件，随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件．

【详解】解：A、一岁一枯荣，为必然事件，不符合题意；

B、锄禾日当午是随机事件，不符合题意；

C、手可摘星辰为不可能事件，符合题意；

D、举头望明月是随机事件，不符合题意；

故选：C

【点睛】本题考查了必然事件、随机事件、不可能事件，理解必然事件、随机事件、不可能事件的含义是解题的关键。

3. 下列调查中，适合用普查方式的是（ ）

A. 检测某城市空气质量

B. 检测神舟十三号载人飞船的零部

件质量情况

C. 检测一批节能灯的使用寿命

D. 检测某批次汽车的抗撞能力

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了抽样调查和普查的区别. 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查; 据此逐一判断, 即可求解.

【详解】解: A、检测某城市空气质量, 适合用抽样调查方式, 故本选项不符合题意;

B、检测神舟十三号载人飞船的零部件质量, 适合用普查方式, 故本选项符合题意;

C、检测一批节能灯的使用寿命, 适合用抽样调查方式, 故本选项不符合题意;

D、检测某批次汽车的抗撞能力, 适合用抽样调查方式, 故本选项不符合题意;

故选: B

4. 将分式  $\frac{2m}{m-n}$  中的  $m$ 、 $n$  都扩大为原来的 3 倍, 则分式的值( )

A. 不变

B. 扩大 3 倍

C. 扩大 6 倍

D. 扩大 9

倍

【答案】A

【解析】

【详解】 $m$ 、 $n$  都扩大为原来的 3 倍得到  $\frac{6m}{3m-3n} = \frac{6m}{3(m-n)} = \frac{2m}{m-n}$ ,  $\therefore$  分式的值不变.

故选 A.

5. 牛顿曾说: “反证法是数学家最精良的武器之一”. 用反证法证明 “在  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle A > \angle B > \angle C$ , 则  $\angle A > 60^\circ$ ” 时, 应先假设 ( )

- A.  $\angle A = 60^\circ$                       B.  $\angle A < 60^\circ$                       C.  $\angle A \neq 60^\circ$                       D.  $\angle A \neq 60^\circ$

【答案】D

【解析】

【分析】反证法的步骤中，第一步是假设结论不成立，反面成立，可据此进行判断.

【详解】解： $\angle A$ 与 $60^\circ$ 的大小关系有 $\angle A > 60^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle A < 60^\circ$ 三种情况，

$\therefore \angle A > 60^\circ$ 的反面是 $\angle A \leq 60^\circ$ ，

$\therefore$ 用反证法证明“ $\angle A > 60^\circ$ ”时，应先假设 $\angle A \leq 60^\circ$ ，

故选 D.

【点睛】本题结合角的比较考查反证法，解此题关键要懂得反证法的意义及步骤. 在假设结论不成立时要注意考虑结论的反面所有可能的情况.

6. 下列命题中，是真命题的为（    ）

- A. 一组对边平行、另一组对边相等的四边形是平行四边形  
 B. 对角线互相平分的四边形是矩形  
 C. 一组对边相等且对角线互相垂直的四边形是菱形  
 D. 三个角是直角且对角线互相垂直的四边形是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了命题与定理，熟练利用相关定理以及性质进而判定举出反例即可判定出命题正确性.

根据特殊四边形的判定定理逐一分析选项，排除错误选项，确定正确答案.

【详解】A. 一组对边平行且相等的四边形才是平行四边形，而选项中另一组对边仅“相等”不满足条件（如等腰梯形），故为假命题.

B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形，需对角线相等才是矩形，选项缺少“对角线相等”条件，故为假命题.

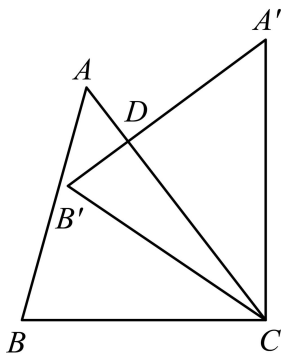
C. 菱形的判定需对角线互相垂直且平分，或四边相等. 选项仅满足一组对边相等和对角线垂直，无法保证是菱形，故为假命题.

D. 三个角为直角说明四边形是矩形，而矩形对角线互相垂直时必为正方形，故为真命题.

故选：D.

7. 如图，把 $\triangle ABC$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 $35^\circ$ 得到 $\triangle A'B'C$ ，点 $A$ 、 $B$ 的对应点分别为点 $A'$ 、

$B'$ ， $A'B'$ 交 $AC$ 边于点 $D$ 。若 $\angle A'DC = 95^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为（ ）



A.  $40^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $50^\circ$

D.  $55^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查旋转的性质，三角形内角和定理，解题的关键是掌握旋转的性质，三角形的内角和，根据旋转的性质，则 $\angle DCA' = 35^\circ$ ， $\angle A = \angle A'$ ，根据 $\angle A'DC = 95^\circ$ ，求出 $\angle A'$ ，即可求解。

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 $35^\circ$ 得到 $\triangle A'B'C$ ，

$$\therefore \angle DCA' = 35^\circ, \angle A = \angle A',$$

$$\because \angle A'DC = 95^\circ,$$

$$\therefore \angle A' = 180^\circ - \angle A'DC - \angle A'CA = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle A' = 50^\circ.$$

故选：C。

8. DeepSeek 公司研发的两个 AI 模型 R1 和 R2 共同处理一批数据。已知 R2 单独处理数据的时间比 R1 少 2 小时。若两模型合作处理，仅需 1.2 小时即可完成。设 R1 单独处理需要  $x$  小时，则下列方程正确的是（ ）

A.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 1.2$

B.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{1.2}$

C.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{1.2}$

D.  $x + (x-2) = 1.2$

【答案】C

【解析】

【分析】该题主要考查了分式方程的应用，解题的关键是列出等量关系。设 R1 单独处理需要  $x$  小时，则 R2 单独处理数据的时间  $(x-2)$  小时，根据两队合作 1.2 小时完成，可得出方

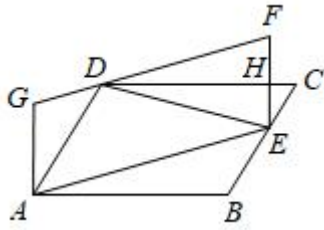
程.

【详解】解：设  $R1$  单独处理需要  $x$  小时，则  $R2$  单独处理数据的时间  $(x-2)$  小时，

$$\text{依题意得 } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{1.2},$$

故选：C.

9. 已知  $\square ABCD$ ，点  $E$  是边  $BC$  上的动点，以  $AE$  为边构造  $\square AEF G$ ，使点  $D$  在边  $FG$  上，当点  $E$  由  $B$  往  $C$  运动的过程中， $\square AEF G$  面积变化情况是（ ）



- A. 一直增大  
B. 保持不变  
C. 先增大后减小  
D. 先减小后增大

【答案】B

【解析】

【分析】延长  $BE$ ，与  $GF$  的延长线交于点  $P$ ，先证明四边形  $ADPE$  是平行四边形，再证明  $\triangle AGD \cong \triangle EFP$ ，得出平行四边形  $AGFE$  的面积等于平行四边形  $ADPE$  的面积，又  $AD \parallel BP$ ，根据两平行线之间的距离处处相等得出平行四边形  $ABCD$  的面积等于平行四边形  $ADPE$  的面积，进而得出平行四边形  $ABCD$  的面积等于平行四边形  $AEFG$  面积。所以根据图示进行判断即可。

【详解】解：设  $\triangle ABE$ ， $\triangle ECH$ ， $\triangle HFD$ ， $\triangle DGA$  的面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$ ，

延长  $BE$ ，与  $GF$  的延长线交于点  $P$ 。

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BP$ ， $\angle ADG = \angle P$ 。

$\because$  四边形  $AEFG$  是平行四边形，

$\therefore AG \parallel EF$ ， $AE \parallel DP$ ， $AG = EF$ ，

$\therefore \angle G = \angle EFP$ 。

$\because AD \parallel BP$ ， $AE \parallel DP$ ，

$\therefore$  四边形  $ADPE$  是平行四边形。

在 $\triangle AGD$ 与 $\triangle EFP$ 中,

$$\begin{cases} \angle G = \angle EFG \\ \angle ADG = \angle P \\ AG = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGD \cong \triangle EFP$  (AAS),

$\therefore S_4 = S_{\triangle EFP}$ ,

$\therefore S_4 + S_{\text{四边形}AEFD} = S_{\triangle EFP} + S_{\text{四边形}AEFD}$ ,

即  $S_{\square AEF G} = S_{\square ADPE}$ ,

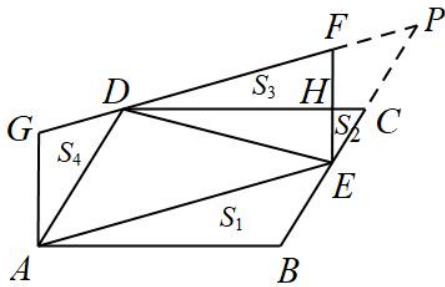
又 $\because \square ADPE$ 与 $\square ADCB$ 的一条边 $AD$ 重合,且 $AD$ 边上的高相等,

$\therefore S_{\square ABCD} = S_{\square ADPE}$ ,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的面积=平行四边形 $AEFG$ 的面积.

故 $\square AEF G$ 面积不变,

故选: B.

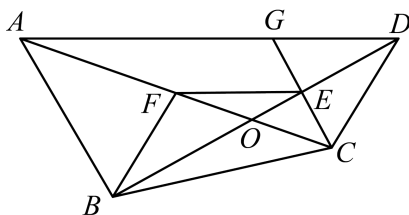


**【点睛】**本题考查了平行四边形面积变化情况,解题的关键是根据两平行线之间的距离处处相等得出平行四边形 $ABCD$ 的面积等于平行四边形 $ADPE$ 的面积,进而得出平行四边形 $ABCD$ 的面积等于平行四边形 $AEFG$ 面积.

10. 如图,四边形 $ABCD$ ,对角线 $BD \perp AB$ ,且平分 $\angle ADC$ , $O$ 为 $BD$ 的中点.在 $AD$ 上取一点 $G$ ,使 $CG \perp BD$ , $E$ 为垂足,取 $AC$ 中点 $F$ ,连接 $BF$ .下列五句判断:① $AO = 2BO$ ;

② $EF \parallel AD$ ; ③ $AG = 2BF$ ; ④连接 $DF$ ,则四边形 $BCDF$ 是平行四边形; ⑤

$FB = 2GE$ . 其中判断正确的是 ( )



A. ①③④

B. ③④⑤

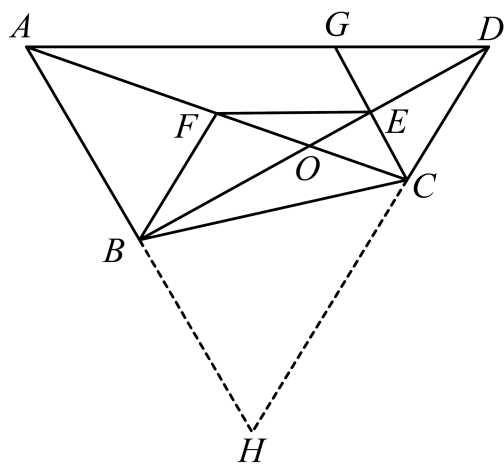
C. ②④⑤

D. ②③④

【答案】D

【解析】

【分析】根据含  $30^\circ$  角直角三角形的性质即可判定①；根据题意证明出 $\triangle GED \cong \triangle CED$  (ASA), 得到  $GE = CE$ , 然后利用三角形中位线的性质即可判定②；延长  $AB, DC$  交于点  $H$ , 然后证明出  $\triangle ABD \cong \triangle HBD$  (ASA), 得到  $AB = HB$ , 然后得到  $BF$ 是  $\triangle AHC$  的中位线, 得到  $BF \parallel DH$ , 然后结合等边对等角得到  $\angle FEB = \angle FBD$ , 然后结合  $AG = 2FE$  即可判断③；连接  $FD$ , 证明出  $\triangle FOB \cong \triangle COD$  (ASA), 得到  $FB = CD$ ,然后结合  $FB \parallel CD$ , 即可证明出四边形  $BCDF$  是平行四边形, 进而可判断④；由 $GC = 2GE, FB = CD$ , 而  $GC \neq CD$ , 从而得到  $FB \neq 2GE$ , 即可判断⑤.【详解】 $\because BD \perp AB$ , 但  $\angle BAO \neq 30^\circ$  $\therefore AO \neq 2BO$ , 故①错误； $\because CG \perp BD$ , $\therefore \angle GED = \angle CED$  $\because BD$  平分  $\angle ADC$  $\therefore \angle GDE = \angle CDE$ 又  $\because DE = DE$  $\therefore \triangle GED \cong \triangle CED$  (ASA) $\therefore GE = CE$  $\because AC$  中点为  $F$  $\therefore EF \parallel AD$ , 故②正确；如图所示, 延长  $AB, DC$  交于点  $H$



$$\because BD \perp AB$$

$$\therefore \angle ABD = \angle HBD = 90^\circ$$

$$\because \angle GDE = \angle CDE, \quad BD = BD$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle HBD (\text{ASA})$$

$$\therefore AB = HB$$

$\because$  点  $F$  为  $AC$  的中点

$\therefore BF$  是  $\triangle AHC$  的中位线

$$\therefore BF \parallel DH$$

$$\therefore \angle FBD = \angle HDE$$

$$\because \angle GDE = \angle CDE$$

$$\therefore \angle FBD = \angle GDE$$

$$\because EF \parallel AD$$

$$\therefore \angle FEB = \angle GDE = \angle FBD$$

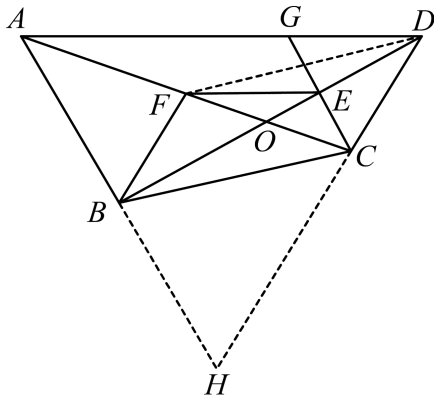
$$\therefore FB = FE$$

$\because EF$  是  $\triangle AGC$  的中位线

$$\therefore AG = 2FE$$

$\therefore AG = 2BF$ , 故③正确;

如图所示, 连接  $FD$ ,



$$\because \angle FBO = \angle CDO, OB = OD, \angle FOB = \angle COD$$

$$\therefore \triangle FOB \cong \triangle COD (\text{ASA})$$

$$\therefore FB = CD$$

$$\text{又} \because FB \parallel CD$$

$\therefore$  四边形  $BCDF$  是平行四边形，故④正确；

$$\because GC = 2GE, FB = CD, \text{而 } GC \neq CD$$

$$\therefore FB \neq 2GE, \text{故⑤错误,}$$

综上所述，其中判断正确的是②③④。

故选：D.

【点睛】本题综合考查了中位线定理、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质和判定、平行四边形的判定等知识点。掌握相关结论是解题关键。

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分。其中第 18 题第一空 1 分，第二空 2 分。不需要写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. 若分式  $\frac{1}{x-1}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

【答案】  $x \neq 1$

【解析】

【分析】本题考查了分式有意义的条件，根据分母不为 0 进行列式计算，即可作答。

【详解】解： $\because$  分式  $\frac{1}{x-1}$  有意义，

$$\therefore x-1 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq 1,$$

故答案为： $x \neq 1$ 。

12. 4月23日为世界读书日，为了解八年级1000学生的阅读时间，从中抽取200名学生进行调查，则该调查中的样本容量是\_\_\_\_\_.

【答案】200

【解析】

【分析】此题主要考查了样本容量，关键是掌握样本容量只是个数字，没有单位.

根据样本容量的定义解答即可.

【详解】解：4月23日为世界读书日，为了解八年级1000学生的阅读时间，从中抽取200名学生进行调查，则该调查中的样本容量是200.

故答案为：200.

13. 分式 $\frac{1}{ab}$ 与分式 $\frac{1}{3a}$ 的最简公分母是\_\_\_\_\_.

【答案】 $3ab$ ## $3ba$

【解析】

【分析】本题考查的是最简公分母，取各分母系数的最小公倍数与字母因式的最高次幂的积作公分母，这样的公分母叫做最简公分母.

根据最简公分母的概念解答.

【详解】解： $\frac{1}{ab}$ 与 $\frac{1}{3a}$ 的最简公分母是 $3ab$ ,

故答案为： $3ab$ .

14. 若关于 $x$ 的分式方程 $\frac{x}{x-1}+1=\frac{m}{1-x}$ 有增根，则 $m$ 的值为\_\_\_\_\_.

【答案】-1

【解析】

【分析】本题考查了增根的概念，利用增根的意义即可求解，正确理解增根的含义是解题的关键.

【详解】解： $\frac{x}{x-1}+1=\frac{m}{1-x}$ ,

$$x+x-1=-m,$$

$$x=\frac{1-m}{2},$$

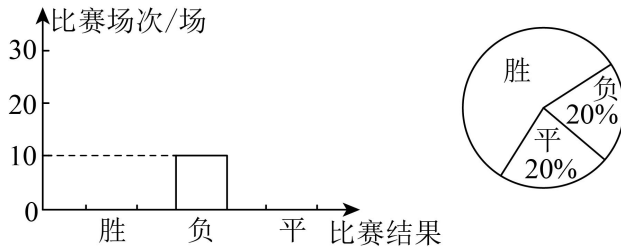
∵关于 $x$ 的分式方程 $\frac{x}{x-1}+1=\frac{m}{1-x}$ 有增根，

$$\therefore x=\frac{1-m}{2}=1,$$

$$\therefore m = -1,$$

故答案为：-1.

15. 如图是记录某足球队全年比赛结果（“胜”、“负”、“平”）的条形统计图和扇形统计图（不完整）：根据图中信息，该足球队全年比赛胜了\_\_\_\_场.



**【答案】** 30

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查数据的整理与描述. 根据比赛平的场数和所占比例, 求出比赛的总场数, 再计算出比赛胜的场数所占比例, 即可求得结果.

**【详解】** 解:  $10 \div 20\% = 50$  (场),

$$50 \times (1 - 20\% - 20\%) = 30 \text{ (场)},$$

故答案为: 30.

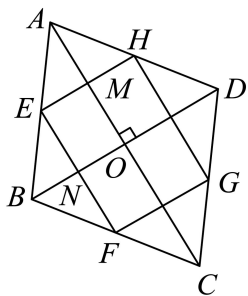
16. 已知一个对角线长分别为  $6\text{cm}$  和  $8\text{cm}$  的菱形, 顺次连接它的四边中点得到的四边形的面积是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $12\text{cm}^2$

**【解析】**

**【分析】** 根据顺次连接这个菱形各边中点所得的四边形是矩形, 且矩形的边长分别是菱形对角线的一半, 问题得解.

**【详解】**  $\because E, F, G, H$  分别为各边中点,



$$\therefore EF \parallel GH \parallel AC, EF = GH = \frac{1}{2} AC, EH = FG = \frac{1}{2} BD, EH \parallel FG \parallel BD,$$

$$\because DB \perp AC,$$

$$\therefore EF \perp EH,$$

$\therefore$  四边形  $EFGH$  是矩形,

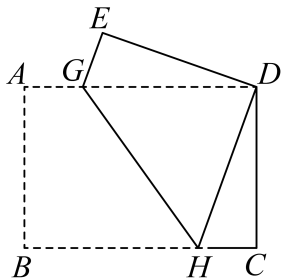
$$\because EH = \frac{1}{2} BD = 3\text{cm}, EF = \frac{1}{2} AC = 4\text{cm},$$

$$\therefore \text{矩形 } EFGH \text{ 的面积} = EH \times EF = 3 \times 4 = 12\text{cm}^2$$

故答案为  $12\text{cm}^2$ .

**【点睛】** 考查菱形的性质，中位线定理，矩形的判定与性质，比较简单，掌握中位线的性质是解题的关键.

17. 如图，在矩形纸片  $ABCD$  中， $AB = 6, BC = 8$ ，将矩形纸片折叠，使点  $B$  与点  $D$  重合，点  $A$  折叠至点  $E$  处，则折痕  $GH$  的长为\_\_\_\_\_.

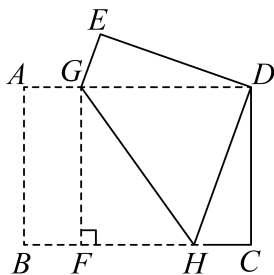


**【答案】** 7.5

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了折叠的性质，矩形的性质，熟知图形翻折不变性的性质是解题的关键. 过点  $G$  作  $GF \perp BC$  于  $F$ ，根据轴对称的性质就可以得出  $BH = DH$ ，由勾股定理就可以得出  $GH$  的值.

**【详解】** 解：如图，故点  $G$  作  $GF \perp BC$  于点  $F$ ，



由折叠的性质得：四边形  $DEGH$  与四边形  $BAGH$  关于  $GH$  对称，

$$\therefore \text{四边形 } DEGH \cong \text{四边形 } BAGH,$$

$$\therefore DH = BH, \angle GHB = \angle GHD,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形，

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ, AB = CD, AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DGH = \angle GHB,$$

$$\therefore \angle DGH = \angle GHD,$$

$$\therefore GD = HD.$$

$$\therefore GD = DH = BH.$$

$$\therefore AB = 6, BC = 8,$$

$$\therefore DE = CD = 6, AD = 8.$$

设  $BH = x$ , 则  $HC = 8 - x$ ,

在  $\text{Rt}\triangle CDH$  中,  $CH^2 + CD^2 = DH^2$ ,

$$\therefore x^2 = (8 - x)^2 + 36,$$

解得:  $x = \frac{25}{4}$ .

$$\therefore GD = HD = \frac{25}{4},$$

$$\therefore AG = \frac{7}{4},$$

$$\therefore FH = \frac{9}{2}.$$

在  $\text{Rt}\triangle GEH$  中, 由勾股定理, 得  $GH = \sqrt{GF^2 + FH^2} = 7.5$ .

故答案为: 7.5.

18. 三折伞是我们生活中常用的一种伞, 它的骨架是一个“移动副”和多个“转动副”组成的连杆机构, 如图 1 是三折伞一条骨架的结构图, 当“移动副” (标号 1) 沿着伞柄移动时, 折伞的每条骨架都可以绕“转动副” (标号 2—9) 转动; 图 2 是三折伞一条骨架的示意图, 其中四边形  $CDEF$  和四边形  $DGMN$  都是平行四边形,  $AC = BC = 14\text{cm}$ ,  $DE = 2\text{cm}$ ,  $DN = 1\text{cm}$ . 已知关闭折伞后, 点  $A$ 、 $E$ 、 $H$  三点重合, 点  $B$  与点  $M$  重合.

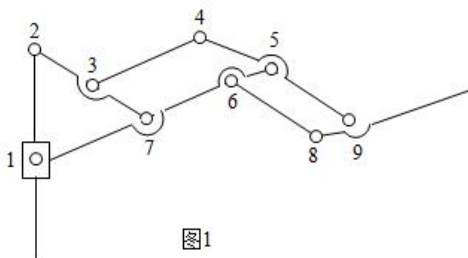


图1

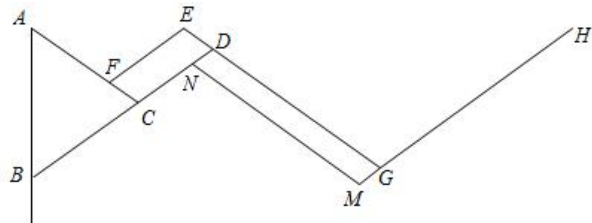


图2

(1)  $BN =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ;

(2) 当  $\angle BAC=60^\circ$  时, 点  $H$  到伞柄  $AB$  距离为\_\_\_\_\_ cm.

【答案】 ①. 25 ②.  $39\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由关闭折伞后, 点  $A$ 、 $E$ 、 $H$  三点重合, 得到  $AC=CD+DE$ , 求出  $CD$  得到  $CN$ , 即可得到  $BN$ ; 根据平行线的性质求出  $\angle AFE=\angle EGH=120^\circ$ , 得到  $\angle EAF=\angle AEF=\angle GEH=30^\circ$ , 求出  $AF=12$ ,  $MN=BN=25$ ,  $EG=HG=27$ , 过  $F$  作  $FR\perp AE$  于  $R$ , 过  $G$  作  $GT\perp AH$  于  $T$ , 勾股定理求出  $AR$  得到  $AE$  的长, 同理求出  $EH$ , 即可得到答案.

【详解】 $\because$  关闭折伞后, 点  $A$ 、 $E$ 、 $H$  三点重合,

$$\therefore AC=CD+DE,$$

$$\therefore CD=14-2=12,$$

$$\therefore CN=CD-DN=11,$$

$$\therefore BN=14+11=25(\text{cm}),$$

如图 2,  $A$ 、 $E$ 、 $H$  三点共线并且  $AH\perp AB$ ,

$$\because \angle BAC=60^\circ, AC=BC=14,$$

$$\therefore \angle ACB=60^\circ,$$

$$\because AC\parallel DE, DG\parallel MN,$$

$$\therefore \angle AFE=\angle EGH=120^\circ,$$

$$\because AF=EF,$$

$$\therefore \angle EAF=\angle AEF=\angle GEH=30^\circ,$$

$$\therefore AE\perp AB,$$

$\because$  关闭折伞后, 点  $A$ 、 $E$ 、 $H$  三点重合, 点  $B$  与点  $M$  重合,

$$\therefore AF=12, MN=BN=25, EG=HG=27,$$

过  $F$  作  $FR\perp AE$  于  $R$ , 过  $G$  作  $GT\perp AH$  于  $T$ ,

$$\therefore FR=\frac{1}{2}AF=6,$$

$$\therefore AR=\sqrt{AF^2-FR^2}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3},$$

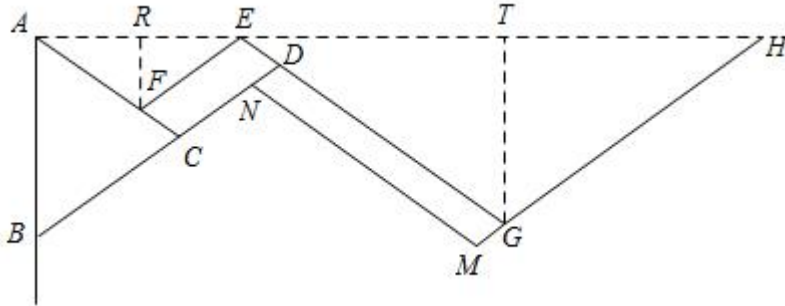
$$\therefore AE=2AR=12\sqrt{3},$$

同理可得  $EH=27\sqrt{3}$ ,

$$\therefore AH=AE+EH=12\sqrt{3}+27\sqrt{3}=39\sqrt{3},$$

$\therefore$  点  $H$  到伞柄  $AB$  距离为  $39\sqrt{3}$  cm,

故答案为: 25,  $39\sqrt{3}$ .



**【点睛】**此题考查了线段的和差计算, 勾股定理, 平行四边形的性质, 正确理解题意掌握各知识点是解题的关键.

**三、解答题** (本大题共 8 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (1) 计算:  $a - b + \frac{2b^2}{a+b}$ ;

(2) 解方程:  $\frac{4+x}{x-1} - 5 = \frac{2x}{x-1}$ .

**【答案】** (1)  $\frac{a^2+b^2}{a+b}$  (2)  $x = \frac{3}{2}$

**【解析】**

**【分析】**本题考查了解分式方程, 分式的加减运算, 掌握解分式方程的方法, 分式的加减运算法则是解题的关键.

(1) 根据分式的加减运算法则进行计算即可;

(2) 根据解分式方程的方法, 先把分式方程转变为整式方程, 解整式方程求出  $x$  的值, 然后检验即可.

**【详解】**解: (1)  $a - b + \frac{2b^2}{a+b}$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{a+b} + \frac{2b^2}{a+b}$$

$$= \frac{a^2 - b^2 + 2b^2}{a+b}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{a + b};$$

$$(2) \frac{4+x}{x-1} - 5 = \frac{2x}{x-1},$$

方程两边同时乘  $(x-1)$ , 得  $4+x-5(x-1)=2x$ ,

去括号, 得  $4+x-5x+5=2x$ ,

$$\text{解得: } x = \frac{3}{2},$$

检验: 把  $x = \frac{3}{2}$  代入  $x-1 \neq 0$ ,

$\therefore$  分式方程的解为  $x = \frac{3}{2}$ .

20. 先化简, 再求值:  $\frac{x-3}{x-2} \div \left( x+2 - \frac{5}{x-2} \right)$ , 其中  $x = -1$ .

$$\text{【答案】 } \frac{1}{x+3}, \frac{1}{2}.$$

【解析】

【详解】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把  $x = -1$  代入进行计算即可. 本题考查的是分式的混合运算, 熟知分式混合运算的法则是解题的关键.

$$\text{【解答】解: } \frac{x-3}{x-2} \div \left( x+2 - \frac{5}{x-2} \right)$$

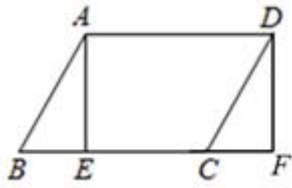
$$= \frac{x-3}{x-2} \div \frac{x^2-9}{x-2}$$

$$= \frac{x-3}{x-2} \times \frac{x-2}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{x+3},$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{-1+3} = \frac{1}{2}.$$

21. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AE \perp BC$  于点  $E$ , 延长  $BC$  至  $F$  点, 使  $CF = BE$ , 连接  $DF$ . 求证: 四边形  $Aefd$  是矩形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质以及  $CF = BE$ ，容易得到  $EF = AD$ ， $AD \parallel EF$ ，从而得到四边形  $AEFD$  是平行四边形，然后再根据一个角是直角即可得到四边形  $AEFD$  是矩形。

【详解】证明： $\because CF = BE$ ，

$\therefore CF + EC = BE + EC$ ，即  $EF = BC$ 。

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ 。

$\therefore AD \parallel EF$ ， $AD = EF$ 。

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是平行四边形。

$\because AE \perp BC$ ，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$ 。

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是矩形。

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、矩形的判定，熟练掌握矩形的判定方法是解题的关键。

22. 为深入开展以宪法为核心的青少年法治教育，增强青少年学生的宪法意识，某中学在八年级开展了“与法同行、健康成长”法制知识竞赛（满分 50 分）。为了解该年级学生的竞赛成绩，拟采用以下的方式进行调查。

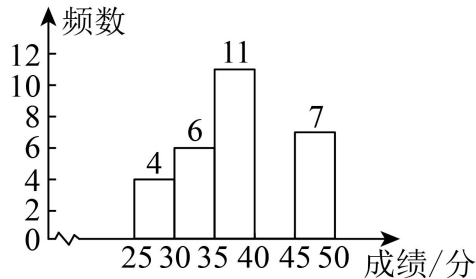
方式 A：随机抽取该年级某班，对该班所有学生进行调查；

方式 B：随机抽取该年级部分男生进行调查；

方式 C：从该年级每个班任意抽取 5 名学生进行调查。

成绩 $x$ /分	频数	百分比
$25 \leq x < 30$	4	10%
$30 \leq x < 35$	6	$b$
$35 \leq x < 40$	11	27.5%

$40 \leq x < 45$	$a$	30%
$45 \leq x \leq 50$	7	17.5%



(1) 以上的调查方式合适的是方式\_\_\_\_\_ (填  $A$ 、 $B$ 、 $C$ )；采用 (1) 中的方式，并将统计结果绘制不完整的频数分布表和频数分布直方图。

(2)  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_, 并补全频数分布直方图。

(3) 若成绩为 35 分及以上的学生被认定为掌握了基础的法制知识，该年级共有学生 380 人，请你估计该年级掌握了基础的法制知识的人数。

**【答案】** (1)  $C$  (2) 12; 15; 见解析

(3) 285 人

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了频数分布表和频数分布直方图，用样本估计总体，随机调查，正确读懂统计图与统计表是解题的关键，

(1) 根据随机抽样要具有随机性和代表性进行求解即可；

(2) 用成绩在  $25 \leq x < 30$  这组的人数除以其人数占比求出参与调查的人数，进而求出  $a$ 、 $b$  的值，再补全统计图即可；

(3) 用 380 乘以样本中成绩为 35 分及以上的学生人数占比即可得到答案。

**【小问 1 详解】**

解：∵ 抽样调查要具有代表性，随机性，

∴ 应采用  $C$ ；

故答案为： $C$ ；

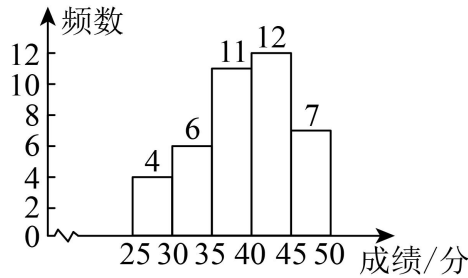
**【小问 2 详解】**

解： $4 \div 10\% = 40$  人，

∴ 参与调查的人数为 40 人，

$\therefore a = 40 \times 30\% = 12, b = \frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$ ,

补全统计图如下所示:



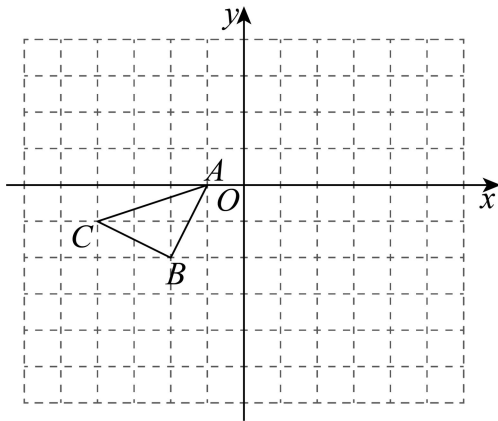
故答案为: 12; 15;

**【小问3 详解】**

解:  $380 \times (27.5\% + 30\% + 17.5\%) = 285$  人,

$\therefore$  估计该年级掌握了基础的法制知识的人数为 285 人.

23. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的顶点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $(-1, 0)$ ,  $(-2, -2)$ .



(1)  $\triangle A_1B_1C_1$  与  $\triangle ABC$  关于点  $O$  成中心对称, 请在图中画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 在 (1) 的基础上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A_1$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_2B_2C_2$ , 请在图中画出  $\triangle A_2B_2C_2$ .

(3) 请直接写出: 以  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为顶点的平行四边形的第四个顶点  $D$  的坐标: \_\_\_\_\_.

**【答案】** (1) 作图见解析

(2) 作图见解析 (3)  $D(-5, -3)$  或  $D(1, -1)$  或  $(-3, 1)$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了作图-旋转变换及中心对称变换, 根据旋转的性质可知, 对应点的连线

段的夹角都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形.

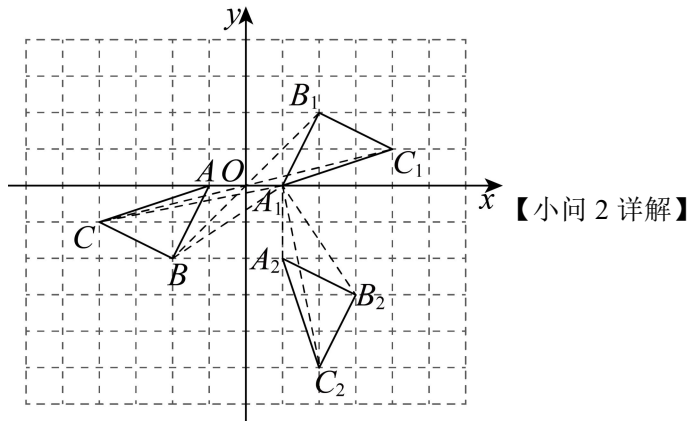
(1) 利用关于原点对称的点的坐标特征得出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ ，再连线即可；

(2) 利用网格特点和旋转的性质，画出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C_2$ ，连线即可；

(3) 作出平行四边形即可求解.

**【小问 1 详解】**

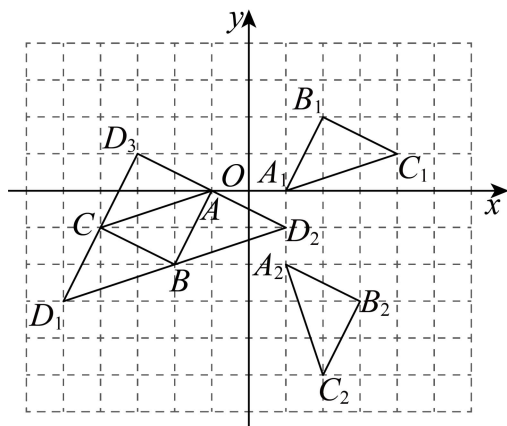
解： $\triangle A_1B_1C_1$ ，如图所示：



解： $\triangle A_2B_2C_2$ ，如上图所示：

**【小问 3 详解】**

解：由图可知点  $D$  的坐标为： $(-5, -3)$  或  $(1, -1)$  或  $(-3, 1)$ .



故答案为： $(-5, -3)$  或  $(1, -1)$  或  $(-3, 1)$ .

24. 某汽车网站对两款价格相同，续航里程相同的汽车做了一次评测，一款为燃油车，另一

款为纯电新能源车. 得到相关数据如下: (续航里程是指在最大的能源储备下可连续行驶的总里程).

燃油车	新能源车
油箱容积: 50 升	电池电量: 80 千瓦时
油价: 8 元/升	电价: 0.6 元/千瓦时

(1) 设两款车的续航里程均为  $a$  千米, 则燃油车的每千米行驶费用是\_\_\_\_\_元, 纯电新能源车的每千米行驶费用是\_\_\_\_\_元; (请用含  $a$  的代数式表示)

(2) 若燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.55 元, 则续航里程  $a$  的值为多少?

(3) 在 (2) 的条件下, 若燃油车和新能源车每年的其它费用分别为 4000 元和 7300 元, 则每年行驶里程在什么范围时, 新能源车的年费用更低? (年费用 = 年行驶费用 + 年其它费用)

**【答案】** (1)  $\frac{400}{a}$ ,  $\frac{48}{a}$ ;

(2) 续航里程  $a$  的值为 640 千米;

(3) 每年行驶里程大于 6000 时, 新能源车的年费用更低.

**【解析】**

**【分析】** 本题考查分式方程的应用、不等式的应用.

(1) 根据表中的信息, 可以表示出燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用;

(2) 根据燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.55 元和表中的信息, 列出分式方程, 解方程, 即可解决问题;

(3) 根据燃油车年行驶费用 + 年其它费用 > 新能源车年行驶费用 + 年其它费用列出不等式, 解不等式即可.

**【小问 1 详解】**

解: 燃油车每千米行驶费用为  $\frac{50 \times 8}{a} = \frac{400}{a}$  (元),

纯电新能源车每千米行驶费用为  $\frac{80 \times 0.6}{a} = \frac{48}{a}$  (元),

故答案为:  $\frac{400}{a}$ ,  $\frac{48}{a}$ ;

**【小问 2 详解】**

解:  $\frac{400}{a} - \frac{48}{a} = 0.55$ ,

解得： $a = 640$ ，

经检验， $a = 640$  是分式方程的解，且符合题意，

答：续航里程  $a$  的值为 640 千米；

**【小问 3 详解】**

解：由（2）知，燃油车的每千米行驶费用是  $\frac{400}{640} = \frac{5}{8}$ （元），

纯电新能源车的每千米行驶费用是  $\frac{48}{640} = \frac{3}{40}$ （元），

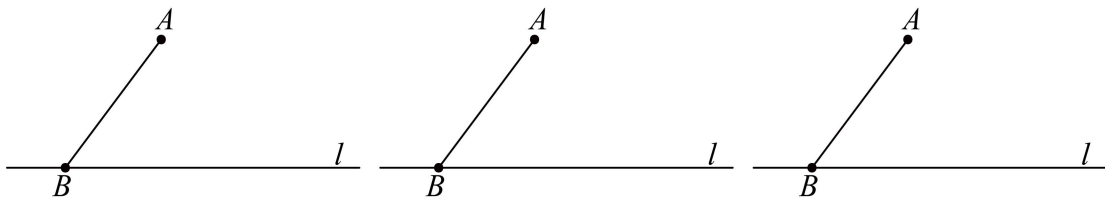
设每年行驶里程为  $x$  千米时，新能源车的年费用更低，

由题意得： $\frac{5}{8}x + 4000 > \frac{3}{40}x + 7300$ ，

解得： $x > 6000$ ，

∴ 每年行驶里程大于 6000 时，新能源车的年费用更低。

25. 如图，点  $A$  在直线  $l$  外，点  $B$  在直线  $l$  上.



(1) 在  $l$  上求作一点  $C$ ，在  $l$  外求作一点  $D$ ，使得以  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  为顶点的四边形是菱形；

(要求：用直尺和圆规作出所有大小不同的菱形)

(2) 连接  $AB$ ，若  $AB = 5$ ，且点  $A$  到直线  $l$  的距离为 4，则 (1) 中菱形的面积为 \_\_\_\_\_

(直接写出所有答案)。

**【答案】** (1) 见解析 (2) 20; 24;  $\frac{50}{3}$

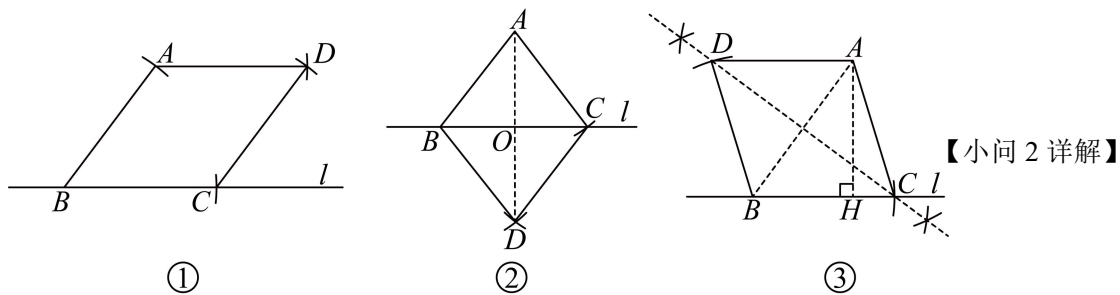
**【解析】**

**【分析】** (1) 以  $AB$ 、 $BC$  为边作菱形得到如图①的菱形  $ABCD$ ；以  $AB$  为边， $BC$  为对角线作菱形得到如图②的菱形  $ABDC$ ；以  $AB$  为对角线、 $BC$  为边作菱形得到如图③的菱形  $ACBD$ ；

(2) 分别进行三个菱形的面积公式计算即可求解。

**【小问 1 详解】**

解：如图①②③；



解：图①中，菱形  $ABCD$  的面积  $= 5 \times 4 = 20$ ；

图②中， $AB = 5$ ， $AO = 4$ ，则  $BO = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

$\therefore BC = 6$ ， $AD = 8$ ，菱形  $ABDC$  的面积  $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ；

图③中，作  $AH \perp BC$  于  $H$ ，设菱形的边长为  $x$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ABH$  中， $AH = 4$ ， $AB = 5$ ，则  $BH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

所以  $CH = x - 3$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ACH$  中， $4^2 + (x - 3)^2 = x^2$ ，解得  $x = \frac{25}{6}$ ，

菱形  $ACBD$  的面积  $= \frac{25}{6} \times 4 = \frac{50}{3}$ 。

故答案为：20；24； $\frac{50}{3}$ 。

**【点睛】** 本题考查了作图-复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法。也考查了菱形的判定与性质，勾股定理，菱形的面积。

## 26. 【课本再现】

(1) 如图 1，正方形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ，正方形  $A'B'C'O$  与正方形  $ABCD$  的边长相等， $AB$  与  $OA$  相交于点  $E$ ， $BC$  与  $OC$  相交于点  $F$ ，连接  $EF$ ，在正方形  $A'B'C'O$  绕点  $O$  旋转的过程中，始终有  $AE^2 + EB^2 = EF^2$ ，请证明这个结论。

### 【迁移应用】

(2) 如图 2，在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC < BC$ ，点  $D$  是  $AB$  边的中点， $E$  是射线  $AC$  上的动点，过点  $D$  作  $DE$  的垂线交直线  $BC$  于点  $F$ ，连接  $EF$ 。

(i) 当点  $E$  在  $AC$  边上，点  $F$  在  $BC$  边上时，试探究线段  $AE$ ， $BF$ ， $EF$  之间的数量关系。并证明你的结论；

(ii) 若  $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，设  $AE = x$ ， $EF = y$ ，请直接写出  $y$  与  $x$  的关系。

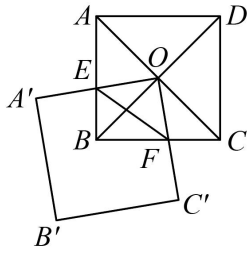


图1

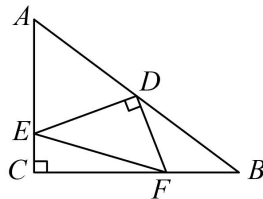
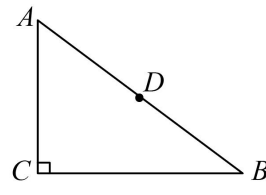


图2



备用图

**【答案】**(1)证明见解析;(2)(i)  $AE^2 + BF^2 = EF^2$ , 证明见解析;(ii)  $y = \frac{5}{4}\sqrt{x^2 - 3x + \frac{25}{4}}$ .

**【解析】**

**【分析】** (1) 证明  $\triangle AOE \cong \triangle BOF$  (ASA), 得出  $AE = BF$ , 利用  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,  $BE^2 + BF^2 = EF^2$  则可得出答案;

(2) (i) 作矩形  $ACBH$ , 证出  $\triangle AED \cong \triangle BGD$  (AAS), 得出  $AE = BG$ 、 $DE = DG$ 、 $EF = GF$ , 在  $\text{Rt}\triangle FBG$  中, 根据  $BF^2 + BG^2 = GF^2$  则可得出答案;

(ii) 分两种情况, 利用 (1) (i) 结果和勾股定理进行变换可得出答案.

**【详解】**解: (1) 证明: 如图 1, 四边形  $ABCD$ 、 $A'B'C'O$  都是正方形,

$\therefore OA = OB$ ,  $\angle OAE = \angle OBF = 45^\circ$ ,  $\angle AOB = \angle EOF = \angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = BC$ ,

$\therefore \angle AOE = \angle BOF$ ,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOF$  (ASA),

$\therefore AE = BF$ ,

$\therefore BE = CF$ , 连接  $EF$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,  $BE^2 + BF^2 = EF^2$ ,

$\therefore AE^2 + BE^2 = EF^2$ ,

(2) (i) 如图 2, 结论:  $AE^2 + BF^2 = EF^2$ ,

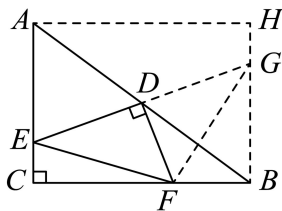


图2

证明: 作矩形  $ACBH$ , 延长  $ED$  交  $BD$  于点  $G$ , 连接  $FG$ , 如图:

点  $D$  是矩形  $ACBH$  的中心,

又点  $D$  是  $AB$  的中点,

$$\therefore AD = BD,$$

在矩形  $ACBH$  中,  $\angle BCA = 90^\circ$ ,  $AC \parallel BH$ ,  $\angle DAE = \angle DBG$ ,  $\angle AED = \angle BGD$ ,

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BGD (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = BG, ED = DG,$$

又  $\angle EDF = 90^\circ$ ,

$$\therefore EF = GF,$$

在矩形  $ACBH$  中,  $\angle FBG = 90^\circ$ ,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle FBG \text{ 中, } BF^2 + BG^2 = GF^2,$$

$$\therefore AE^2 + BF^2 = EF^2,$$

(ii) 解: ①当  $E, F$  分别在  $AC$  和  $BC$  上时, 如图 3(a),

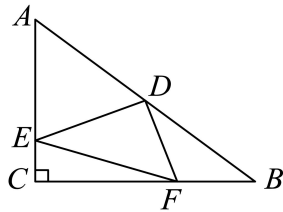


图3(a)

由(2)的结论可得  $AE^2 + BF^2 = EF^2$ , 在  $\text{Rt}\triangle ECF$  中, 由勾股定理得  $CE^2 + CF^2 = EF^2$ ,

$$\therefore CE^2 + CF^2 = AE^2 + BF^2,$$

设  $AE = x$ ,  $EF = y$  则  $CE = 3 - x$ ,  $CF = 4 - BF$ ,

$$\therefore (3 - x)^2 + (4 - BF)^2 = x^2 + BF^2,$$

$$\therefore BF = \frac{25 - 6x}{8},$$

$$\because AE^2 + BF^2 = EF^2,$$

$$\therefore y^2 = x^2 + \left(\frac{25 - 6x}{8}\right)^2$$

$$\therefore y = \frac{5}{4} \sqrt{x^2 - 3x + \frac{25}{4}}$$

②如图 3(b), 点  $E, F$  分别在线段  $AC$  和  $CB$  的延长线上时,

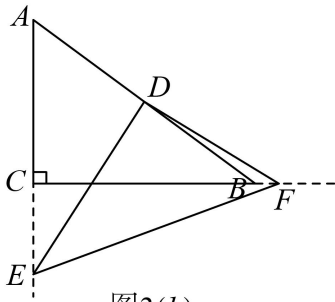


图3(b)

由(2)的结论可得  $AE^2 + BF^2 = EF^2$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ECF$  中, 由勾股定理得  $CE^2 + CF^2 = EF^2$ ,

$$\therefore CE^2 + CF^2 = AE^2 + BF^2,$$

设  $AE = x$ ,  $EF = y$  则  $CE = x - 3$ ,  $CF = 4 + BF$ ,

$$\therefore (x - 3)^2 + (4 + BF)^2 = x^2 + BF^2,$$

$$\therefore BF = \frac{6x - 25}{8},$$

$$\because AE^2 + BF^2 = EF^2$$

$$\therefore y^2 = x^2 + \left(\frac{6x - 25}{8}\right)^2$$

$$\therefore y = \frac{5}{4} \sqrt{x^2 - 3x + \frac{25}{4}}$$

综上所述:  $y$  与  $x$  的关系为:  $y = \frac{5}{4} \sqrt{x^2 - 3x + \frac{25}{4}}$ .

**【点睛】** 本题考查了旋转的性质, 正方形的性质, 等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理等知识; 熟练掌握以上知识是解题的关键.