

昆山市 2025-2026 学年第一学期八年级数学期末考试模拟试题

一. 选择题（共 8 小题）

1. 国产人工智能大模型 *DeepSeek* 横空出世，其低成本、高性能的特点，迅速吸引了全球投资者的目光。以下是四款常用的人工智能大模型的图标，其文字上方的图案是轴对称图形的是（ ）



A. DeepSeek



B. ChatGPT



C. 文心一言



D. 纳米AI

2. 下列各数是无理数的是（ ）

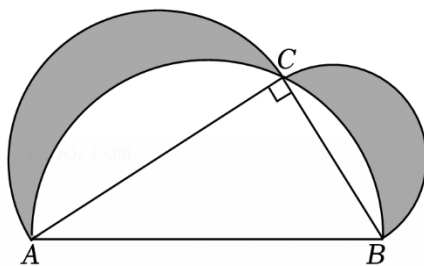
A. $\sqrt[3]{27}$

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. $\frac{\pi}{2}$

3. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，分别以各边为直径作半圆，则图中阴影部分的面积为（ ）



A. 6

B. $\frac{25}{4}$

C. $4\pi - 6$

D. $\frac{25}{12}\pi$

4. 下列运算正确的是（ ）

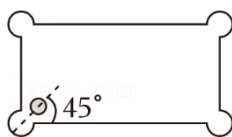
A. $-\sqrt{(-2)^2}=2$

B. $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=\frac{1}{3}$

C. $\sqrt[3]{-64}=-4$

D. $\sqrt[3]{10^{-3}}=10$

5. 如图，一张台球桌的桌面长为 $2.84m$ ，宽为 $1.42m$ ，一个台球在桌面的一个角落，将该球按如图所示的 45° 角击出，球持续直线运动（球碰到桌面边界会以相同角度反弹），最终落入台球桌角落的一个球袋。则该球（入球袋前，在桌面边缘反弹的次数为（ ）



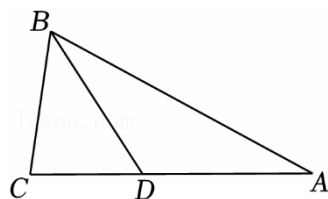
A. 1

B. 2

C. 3

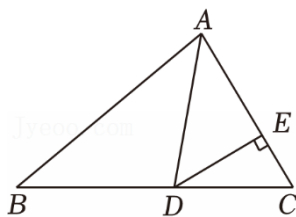
D. 4

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A=30^\circ$, $\angle ABC=70^\circ$, D 为 AC 边上一点, 且 $AD=BD$. 则 $\angle DBC=$ ()



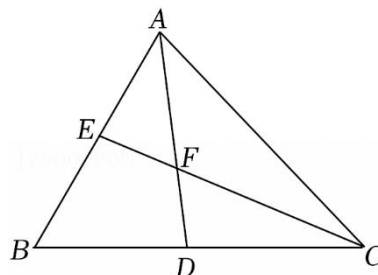
- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AC$ 于点 E , $DE=2$, $AB+AC=16$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A. 32 B. 20 C. 16 D. 8

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E , AD 、 CE 交于点 F . 则下列说法错误的个数为 ()



- ① $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$;
② $\angle CFD = 60^\circ$;
③ $S_{\triangle CDF} : S_{\triangle AEF} = FC : AF$;
④ $AE = AC - CD$;
⑤ 若 $BE = \frac{1}{2}AB$, 则 CE 是 $\triangle ABC$ 的高.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 0个

二. 填空题 (共8小题)

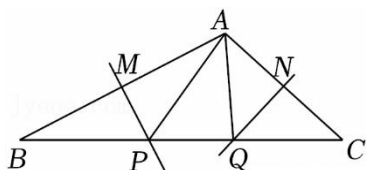
9. 若二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

10. “近似数3.14万”精确到 _____ 位.

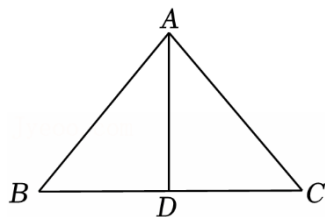
11. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.618 (填空“>”, “<”, “=”).

12. 若等腰三角形有两条边长分别为2和5, 则这个等腰三角形的周长为 _____.

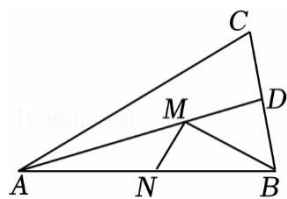
13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=108^\circ$, PM 和 QN 分别是 AB 和 AC 的垂直平分线, 则 $\angle PAQ=$ _____.



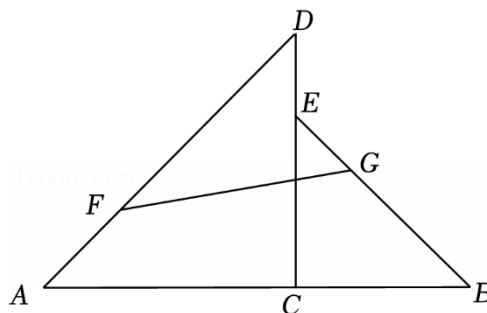
14. 如图, $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABD$ 关于 AD 所在的直线成轴对称, B, D, C 三点共线. 若 $AC=3, BD=2$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6, \angle BAC=30^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , M, N 分别是 AD 和 AB 上的动点, 则 $BM+MN$ 的最小值是_____.



16. 如图, $AB=6$, 点 C 为线段 AB 上一个动点, 在 AB 上方构造等腰直角 $\triangle ACD$ 和等腰直角 $\triangle BCE$, $\angle ACD = \angle BCE = 90^\circ$, 点 F, G 分别在边 AD 和 BE 上, 且满足 $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}, \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$, 则 FG 的最小值为_____.



三. 解答题 (共 10 小题)

17. 计算: (1) $\sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$. (2) $\sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$.

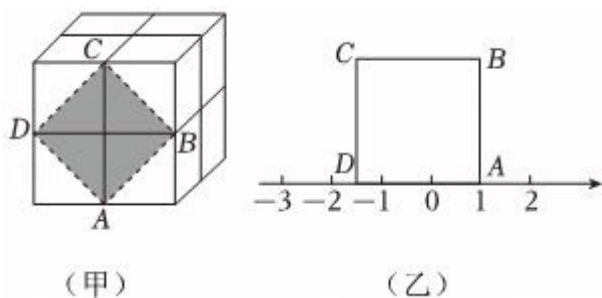
18. 求下列各式中的 x :

(1) $(x-3)^2 - 1 = 3$;

(2) $8(x+1)^3 = 1$.

19. 解方程: $\frac{3x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x}$

20. 如图甲, 这是由 8 个同样大小的正方体组成的魔方, 总体积为 $V \text{ cm}^3$.



(1) 这个魔方的棱长为 _____ cm (用代数式表示).

(2) 当魔方体积 $V=64\text{cm}^3$ 时,

①这个魔方的棱长为 _____ cm .

②图甲中阴影部分是一个正方形 $ABCD$, 阴影部分正方形 $ABCD$ 的边长为 _____ cm .

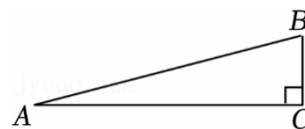
③把正方形 $ABCD$ 放置在数轴上, 如图乙所示, 使得点 A 与数 1 重合, 则 D 在数轴上表示的数为 _____.

④请在乙图中数轴上准确画出表示实数 $-\sqrt{5}$ 的点 E 的位置 (保留作图痕迹).

21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$:

(1) 在 AC 边上求作点 D , 使得 $DA=DB$; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

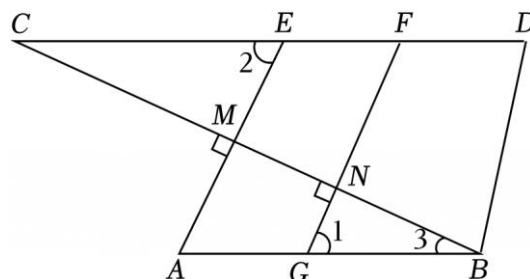
(2) 在 (1) 的基础上, 连接 BD , 若 $BC=2$, $AC=5$, 则 $\triangle ABC$ 的周长= _____.



22. 已知：如图， $AE \perp BC$ 于点 M ， $FG \perp BC$ 于点 N ， $\angle 1 = \angle 2$ 。

(1) 求证： $AB \parallel CD$ ；

(2) 若 $CD = CB$ ， $\angle D = 75^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 的度数。



23. 在数轴上点 A 表示 a ，点 B 表示 b 。且 a, b 满足 $\sqrt{a-10} + |b-\sqrt{3}| = 0$ 。

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) x 表示 $a+b$ 的整数部分， y 表示 $a+b$ 的小数部分，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

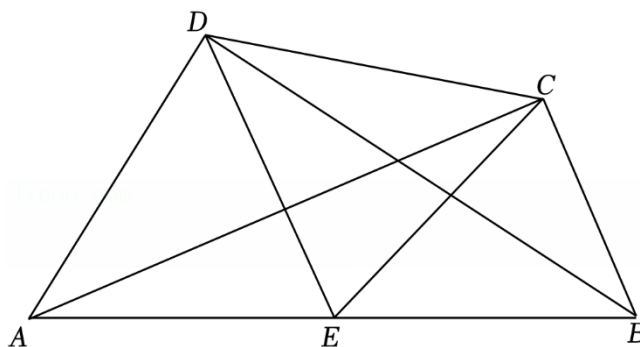
(3) 实数 p, q 在数轴上的位置如图所示，化简 $|p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}$ 。



24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 AB 的中点。

(1) 求证： $\angle CDE = \angle DCE$ ；

(2) 若 $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle DBA = 40^\circ$ ，求 $\angle DEC$ 的度数。

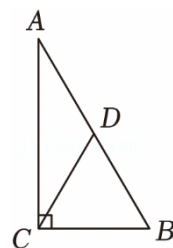


25. 我们新定义一种三角形：两边平方和等于第三边平方的 3 倍的三角形叫做“悦动三角形”. 例如：某三角形三边长分别是 3, $3\sqrt{2}$ 和 3, 因为 $3^2 + (3\sqrt{2})^2 = 3 \times 3^2$, 所以这个三角形是“悦动三角形”. (注：直角三角形两直角边的长度的平方和等于斜边长的平方, 如直角三角形三边长分别为 3, 4 和 5, 则有 $3^2 + 4^2 = 5^2$.)

(1) 若 $\triangle ABC$ 三边长分别是 5, $2\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{11}$, 则此三角形_____ “悦动三角形” (填“是”或“不是”);

(2) 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“悦动三角形”, 求此三角形的三边长之比 (请按从小到大排列);

(3) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 4$, 点 D 为 AB 的中点, 连接 CD , $CD = DB$, 若 $\triangle BCD$ 是“悦动三角形”, 求 AB 的长.

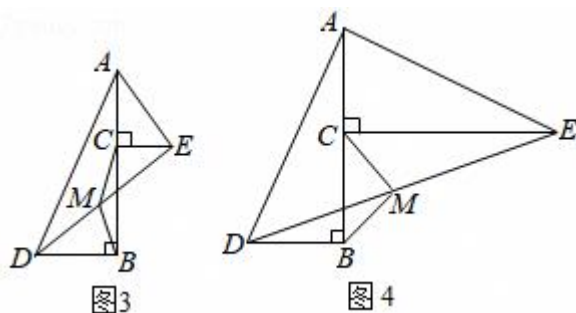
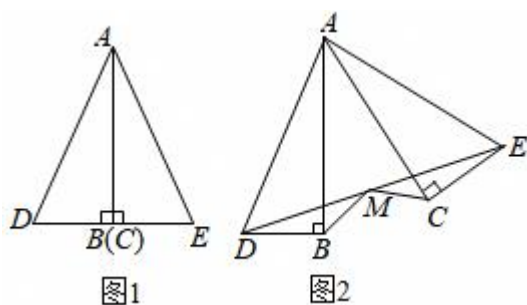


26. 如图, 将两个全等的直角三角形 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 拼在一起 (图 1). $\triangle ABD$ 不动.

(1) 若将 $\triangle ACE$ 绕点 A 逆时针旋转, 连接 DE , M 是 DE 的中点, 连接 MB 、 MC (图 2), 证明: $MB = MC$.

(2) 若将图 1 中的 CE 向上平移, $\angle CAE$ 不变, 连接 DE , 连接 MB 、 MC (图 3), 请判断并直接写出 MB 、 MC 的数量关系;

(3) 在 (2) 中, 若 $\angle CAE$ 的大小改变 (图 4), 其他条件不变, 则 (2) 中的 MB 、 MC 的数量关系还成立吗? 说明理由.



答案

一. 选择题 (共 8 小题)

1. 国产人工智能大模型 *DeepSeek* 横空出世, 其低成本、高性能的特点, 迅速吸引了全球投资者的目光. 以下是四款常用的人工智能大模型的图标, 其文字上方的图案是轴对称图形的是 ()



A. DeepSeek



B. ChatGPT



C. 文心一言



D. 纳米AI

【解答】解: A, B, D 选项中的图形都不能找到一条直线, 使图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 所以不是轴对称图形;

C 选项中的图形能找到一条直线, 使图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 所以是轴对称图形.

故选: C .

2. 下列各数是无理数的是 ()

A. $\sqrt[3]{27}$

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. $\frac{\pi}{2}$

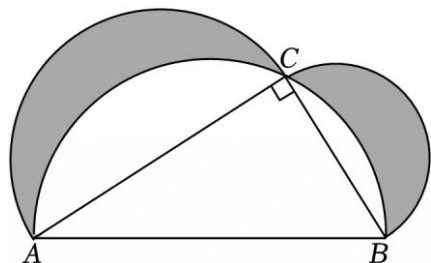
【解答】解: $\sqrt[3]{27}=3$, -5 是整数, 属于有理数;

$\frac{1}{5}$ 是分数, 属于有理数;

$\frac{\pi}{2}$ 是无理数.

故选: D .

3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, 分别以各边为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. 6

B. $\frac{25}{4}$

C. $4\pi - 6$

D. $\frac{25}{12}\pi$

【解答】解: 由勾股定理得, $AB^2=AC^2+BC^2=25$,

$$\begin{aligned}
 \text{则阴影部分的面积} &= \frac{1}{2} \times AC \times BC + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{1}{4} \times (AC^2 + BC^2 - AB^2) \\
 &= 6,
 \end{aligned}$$

故选：A.

4. 下列运算正确的是 ()

A. $-\sqrt{(-2)^2} = 2$

B. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

C. $\sqrt[3]{-64} = -4$

D. $\sqrt[3]{10^{-3}} = 10$

【解答】解：A. $-\sqrt{(-2)^2} = -2$ ，原题计算错误，不符合题意；

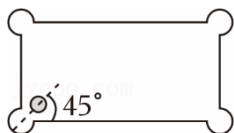
B. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$ ，原题计算错误，不符合题意；

C. $\sqrt[3]{-64} = -4$ ，原题计算正确，符合题意；

D. $\sqrt[3]{10^{-3}} = \frac{1}{10}$ ，原题计算错误，不符合题意，

故选：C.

5. 如图，一张台球桌的桌面长为 $2.84m$ ，宽为 $1.42m$ ，一个台球在桌面的一个角落，将该球按如图所示的 45° 角击出，球持续直线运动（球碰到桌面边界会以相同角度反弹），最终落入台球桌角落的一个球袋. 则该球（入球袋前，在桌面边缘反弹的次数为 ()



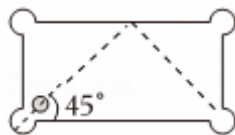
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

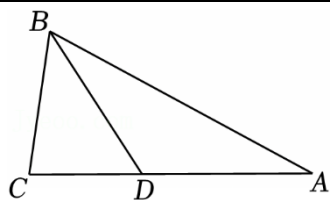
【解答】解：根据轴对称的性质可知，台球走过的路径为：



所以该球在桌面边缘反弹的次数为 1.

故选：A.

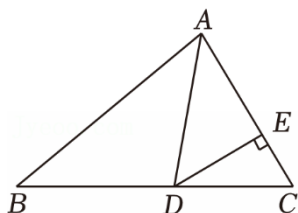
6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle ABC = 70^\circ$ ， D 为 AC 边上一点，且 $AD = BD$. 则 $\angle DBC = ()$



- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

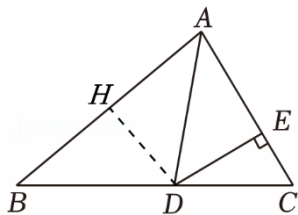
【解答】解： $\because AD=BD$ ，
 $\therefore \angle A = \angle ABD = 30^\circ$ ，
 $\because \angle ABC = 70^\circ$ ，
 $\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 40^\circ$ ，
 故选：D.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 为 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AC$ 于点 E ， $DE=2$ ， $AB+AC=16$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）



- A. 32 B. 20 C. 16 D. 8

【解答】解：过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，
 $\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AC$ 于点 E ，
 $\therefore DH=DE=2$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 的面积 $=\triangle ABD$ 的面积 $+\triangle ACD$ 的面积 $=\frac{1}{2}AB \cdot DH + \frac{1}{2}AC \cdot DE = \frac{1}{2}(AB+AC) \cdot DE$ ，
 $\because AB+AC=16$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 的面积 $=\frac{1}{2} \times 16 \times 2 = 16$.
 故选：C.



8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=60^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ， CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E ， AD 、 CE 交于点 F 。则下列说法错误的个数为（ ）

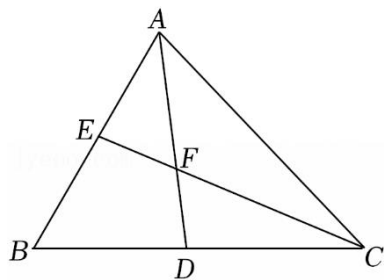
① $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$;

② $\angle CFD = 60^\circ$;

③ $S_{\triangle CDF} : S_{\triangle AEF} = FC : AF$;

④ $AE = AC - CD$;

⑤ 若 $BE = \frac{1}{2}AB$, 则 CE 是 $\triangle ABC$ 的高.



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 0 个

【解答】解：①当 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线时， $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$,而 AD 平分 $\angle BAC$, 故①错误;

②在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle CAB = 120^\circ$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, CE 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle FCA = \frac{1}{2} \angle ACB$, $\angle FAC = \frac{1}{2} \angle CAB$,

$\therefore \angle AFC = 180^\circ - (\angle FCA + \angle FAC) = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ACB + \angle CAB) = 120^\circ$,

$\therefore \angle CFD = 60^\circ$; 故②正确;

③如图 1, 作 $\angle AFC$ 的平分线交 AC 于点 G , 过 G 作 $GM \perp FC$, $GH \perp AF$ 于点 G, H ,

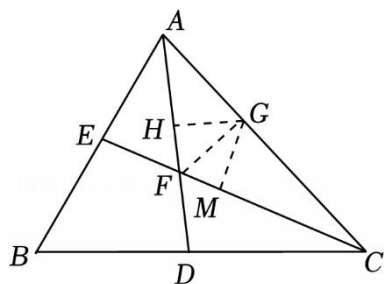


图1

$\therefore GH = GM$,

$\therefore S_{\triangle AGF} : S_{\triangle FGC} = AF : FC$,

$\because \angle AFC = 120^\circ$,

$\therefore \angle AFG = \angle CFG = 60^\circ$,

$$\therefore \angle AFE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle CFG = \angle AFE = 60^\circ,$$

$$\because \angle EAF = \angle GAF, \angle DCF = \angle GCF,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (ASA)}, \triangle CDF \cong \triangle CGF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} : S_{\triangle FDC} = AF : FC, \text{ 故③正确;}$$

$$\text{④} \because \triangle AEF \cong \triangle AGF \text{ (ASA)}, \triangle CDF \cong \triangle CGF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE = AG, CD = CG,$$

$$\therefore CD + AE = CG + AG = AC,$$

$$\therefore AE = AC - CD, \text{ 故④正确;}$$

$$\text{⑤如图 2, 延长 } CE \text{ 至 } G, \text{ 使 } GE = CE, \text{ 连接 } BG,$$

$$\because BE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB = 2BE = 2AE,$$

$$\therefore AE = BE,$$

$$\because \angle AEC = \angle BEG,$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BGE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ACE = \angle G, CE = GE,$$

$$\because CE \text{ 为角平分线,}$$

$$\therefore \angle ACE = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle G,$$

$$\therefore BC = BG,$$

$$\because CE = GE,$$

$$\therefore BE \perp CE,$$

$$\therefore CE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的高, 故⑤正确;}$$

综上所述: 正确的有②③④⑤, 错误的有①, 共 1 个,

故选: A.

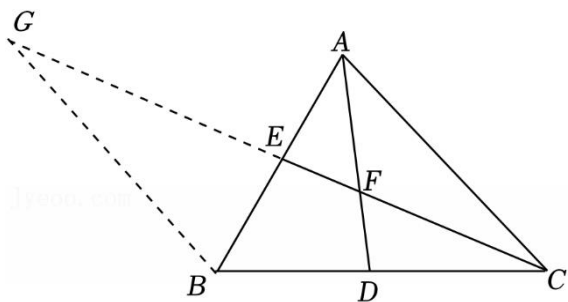


图2

二. 填空题 (共 8 小题)

9. 若二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{5}$.

【解答】解: 要使二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义, 必须 $5x-1 \geq 0$,

解得: $x \geq \frac{1}{5}$,

所以 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{5}$.

故答案为: $x \geq \frac{1}{5}$.

10. “近似数 3.14 万”精确到 百 位.

【解答】解: \because “近似数 3.14 万”中的数字 4 在百位上,

\therefore “近似数 3.14 万”精确到百位,

故答案为: 百.

11. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $>$ 0.618 (填空“ $>$ ”, “ $<$ ”, “ $=$ ”).

【解答】解: $\because \sqrt{5} \approx 2.23607$,

$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618035$,

$\therefore 0.618035 > 0.618$,

$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.618$.

故答案为: $>$.

12. 若等腰三角形有两条边长分别为 2 和 5, 则这个等腰三角形的周长为 12 .

【解答】解: ① 5 是腰长时, 三角形的三边分别为 5、5、2,

能组成三角形,

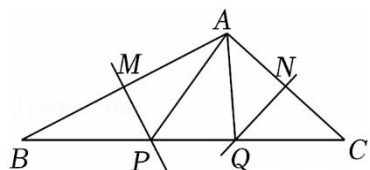
周长 $= 5+5+2=12$,

② 5 是底边时, 三角形的三边分别为 2、2、5,

不能组成三角形,

故答案为：12.

13. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=108^\circ$ ， PM 和 QN 分别是 AB 和 AC 的垂直平分线，则 $\angle PAQ=$ 36° .



【解答】解：∵ PM 和 QN 分别是 AB 和 AC 的垂直平分线，

$$\therefore PA=PB, AQ=CQ,$$

$$\therefore \angle B=\angle PAB, \angle C=\angle QAC,$$

$$\therefore \angle BAC=108^\circ,$$

$$\therefore \angle B+\angle C=72^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB+\angle QAC=72^\circ,$$

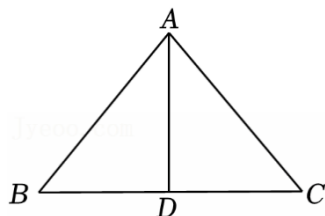
$$\therefore \angle PAQ=\angle BAC-(\angle PAB+\angle QAC)$$

$$=108^\circ-72^\circ$$

$$=36^\circ,$$

故答案为： 36° .

14. 如图， $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABD$ 关于 AD 所在的直线成轴对称， B, D, C 三点共线. 若 $AC=3, BD=2$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为 10 .



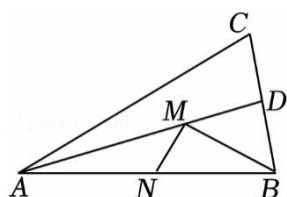
【解答】解：∵ $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABD$ 关于 AD 所在的直线成轴对称， $AC=3, BD=2$ ，

∴ 根据轴对称的性质可得， $AB=AC=3, BD=CD=2$ ，

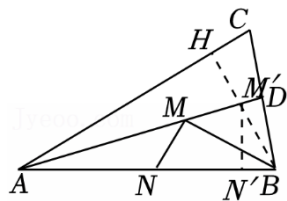
$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 3+3+2\times 2=3+3+4=6+4=10.$$

故答案为：10.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=6, \angle BAC=30^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ， M, N 分别是 AD 和 AB 上的动点，则 $BM+MN$ 的最小值是 3 .



【解答】解：如图，作 $BH \perp AC$ ，垂足为 H ，交 AD 于 M' 点，过 M' 点作 $M'N' \perp AB$ ，垂足为 N' ，则 $BM' + M'N'$ 为所求的最小值。



由条件可知 $M'H = M'N'$ ，

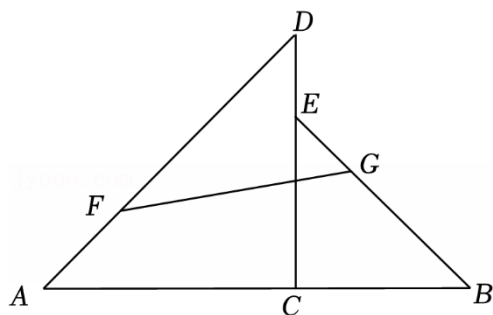
$\therefore BH$ 是点 B 到直线 AC 的最短距离（垂线段最短），

由条件可知 $BH = \frac{1}{2}AB = 3$ 。

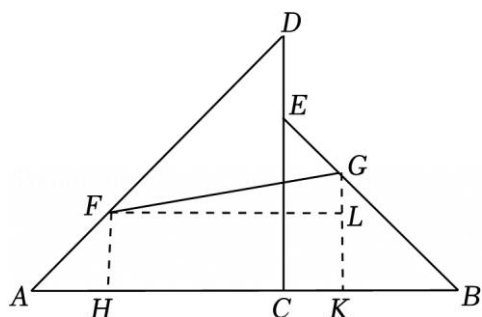
$\therefore BM + MN$ 的最小值是 $BM' + M'N' = BM' + M'H = BH = 3$ ，

故答案为：3。

16. 如图， $AB = 6$ ，点 C 为线段 AB 上一个动点，在 AB 上方构造等腰直角 $\triangle ACD$ 和等腰直角 $\triangle BCE$ ， $\angle ACD = \angle BCE = 90^\circ$ ，点 F, G 分别在边 AD 和 BE 上，且满足 $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}$ ， $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$ ，则 FG 的最小值为 $\sqrt{10}$ 。



【解答】解：过点 F 作 $FH \perp AB$ 于 H ，过点 G 作 $GK \perp AB$ 于 K ，过点 F 作 $FL \perp GK$ 于 L ，如图所示：



则四边形 $FHKL$ 为矩形，

$\therefore FL = HK$ ， $FH = KL$ ，

$\therefore \triangle ACD$ 为等腰直角三角形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ，

$\therefore AC = DC$ ， $\angle A = 45^\circ$ ，

$\therefore FH \perp AB$ ，

$\therefore \triangle AHF$ 为等腰直角三角形，即 $FH = AH$ ，

$$\therefore FH \perp AB, \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AHF \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AH}{AC} = \frac{AF}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AH = FH = \frac{1}{3}AC,$$

$$\text{同理: } \triangle BKG \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{BK}{BC} = \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BK = GK = \frac{2}{3}BC,$$

$$\text{设 } BC = x, \text{ 则 } AC = AB - BC = 6 - x,$$

$$\therefore AH = FH = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3}(6 - x), \quad BK = GK = \frac{2}{3}BC = \frac{2x}{3},$$

$$\therefore FL = HK = AB - AH - BK = 6 - \frac{1}{3}(6 - x) - \frac{2x}{3} = 4 - \frac{x}{3},$$

$$GL = |GK - KL| = \left| \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}(6 - x) \right| = |x - 2|,$$

$$\text{在 Rt}\triangle FGL \text{ 中, 由勾股定理得: } FG^2 = FL^2 + GL^2,$$

$$\text{即 } FG^2 = \left(4 - \frac{x}{3}\right)^2 + (|x - 2|)^2 = \frac{10}{9}x^2 - \frac{20}{3}x + 20,$$

$$\text{整理得: } FG^2 = \frac{10}{9}(x - 3)^2 + 10,$$

$$\therefore \text{当 } x = 3 \text{ 时, } FG^2 \text{ 为最小, 最小值为 } 10,$$

$$\therefore FG \text{ 的最小值为 } \sqrt{10}.$$

$$\text{故答案为: } \sqrt{10}.$$

三. 解答题 (共 10 小题)

17. 计算: (1) $\sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$.

【解答】解: $\sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$

$$= 4 - 3 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{2}.$$

(2) 计算: $\sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$.

【解答】解: $\sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}.$$

18. 求下列各式中的 x :

$$(1) (x-3)^2 - 1 = 3;$$

$$(2) 8(x+1)^3 = 1.$$

【解答】解: (1) $(x-3)^2 - 1 = 3$,

$$(x-3)^2 = 4,$$

$$x-3 = \pm 2,$$

$$\therefore x = 5 \text{ 或 } x = 1;$$

$$(2) 8(x+1)^3 = 1,$$

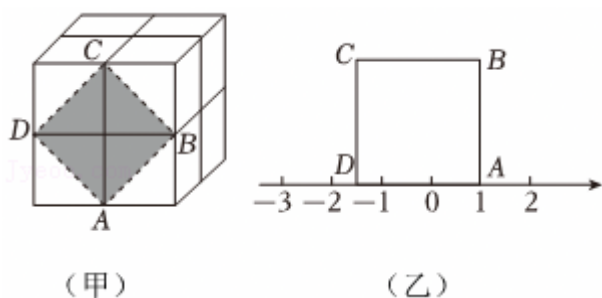
$$(x+1)^3 = \frac{1}{8},$$

$$x+1 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}.$$

$$19. x = \frac{1}{2}$$

20. 如图甲, 这是由 8 个同样大小的正方体组成的魔方, 总体积为 $V \text{ cm}^3$.



(1) 这个魔方的棱长为 $\sqrt[3]{V} \text{ cm}$ (用代数式表示).

(2) 当魔方体积 $V = 64 \text{ cm}^3$ 时,

①这个魔方的棱长为 4 cm .

②图甲中阴影部分是一个正方形 $ABCD$, 阴影部分正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{2} \text{ cm}$.

③把正方形 $ABCD$ 放置在数轴上, 如图乙所示, 使得点 A 与数 1 重合, 则 D 在数轴上表示的数为 $1 - 2\sqrt{2}$.

④请在乙图中数轴上准确画出表示实数 $-\sqrt{5}$ 的点 E 的位置 (保留作图痕迹).

【解答】解: (1) 因为拼成的魔方体积为 $V \text{ cm}^3$.

所以正方形的边长为 $\sqrt[3]{V} \text{ cm}$,

故答案为: $\sqrt[3]{V}$;

(2) 当魔方体积 $V=64\text{cm}^3$ 时,

$$\textcircled{1} \because 4^3 = 64,$$

$$\therefore \sqrt[3]{64} = 4,$$

所以这个魔方的棱长为 4cm ;

故答案为: 4;

$\textcircled{2}$ 因为魔方的棱长为 4cm ;

所以每个小立方体的棱长为 $4 \div 2 = 2 \text{ (cm)}$,

所以阴影部分正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$,

答: 阴影部分正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{2} \text{ cm}$;

故答案为: $2\sqrt{2}$;

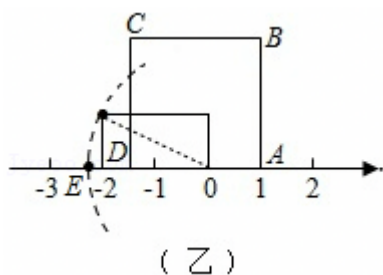
$\textcircled{3}$ 点 D 到原点的距离为: $2\sqrt{2} - 1$,

又因为点 D 在原点的左侧,

所以点 D 所表示的数为 $-(2\sqrt{2} - 1) = 1 - 2\sqrt{2}$,

故答案为: $1 - 2\sqrt{2}$;

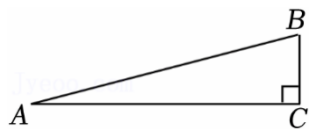
$\textcircled{4}$ 如图, 作一个长为 2, 宽为 1 的矩形, 使以原点为一个顶点, 长为 2 的边在数轴的负半轴, 再以矩形的对角线的长为半径, 原点为圆心画弧, 与数轴的负半轴相交于点 E , 点 E 所表示的数为 $-\sqrt{5}$.



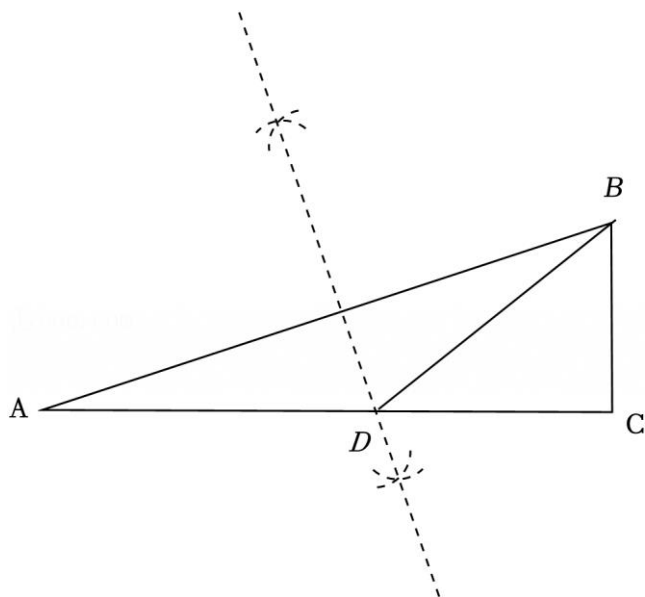
21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$:

(1) 在 AC 边上求作点 D , 使得 $DA=DB$; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的基础上, 连接 BD , 若 $BC=2$, $AC=5$, 则 $\triangle ABC$ 的周长 = $7+\sqrt{29}$.



【解答】 解: (1) 如图所示, 作 AB 的垂直平分线, 与 AC 交于点 D , 连接 BD , 则 $BD=AD$,



(2) $\because \angle C = 90^\circ$, $BC = 2$, $AC = 5$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29},$$

$$AB + AC + BC = \sqrt{29} + 5 + 2 = 7 + \sqrt{29},$$

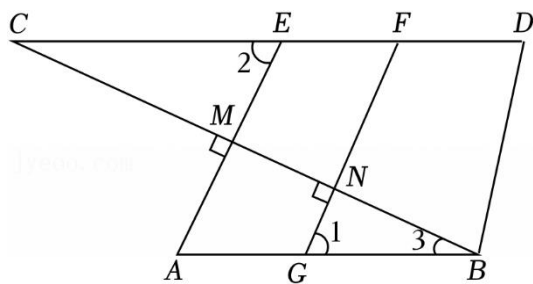
$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $7 + \sqrt{29}$.

故答案为: $7 + \sqrt{29}$.

22. 已知: 如图, $AE \perp BC$ 于点 M , $FG \perp BC$ 于点 N , $\angle 1 = \angle 2$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $CD = CB$, $\angle D = 75^\circ$, 求 $\angle ABC$ 的度数.



【解答】 (1) 证明: $\because AE \perp BC$ 于点 M , $GF \perp BC$ 于点 N ,

$$\therefore AE \parallel GF,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle A = \angle 2,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

(2) 解: $\because CD = CB$, $\angle D = 75^\circ$,

$$\therefore \angle CBD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ.$$

23. 在数轴上点 A 表示 a , 点 B 表示 b . 且 a, b 满足 $\sqrt{a-10} + |b-\sqrt{3}| = 0$.

$$(1) a = \underline{10}, b = \underline{\sqrt{3}};$$

$$(2) x \text{ 表示 } a+b \text{ 的整数部分, } y \text{ 表示 } a+b \text{ 的小数部分, 则 } x = \underline{11}, y = \underline{\sqrt{3}-1};$$

$$(3) \text{ 实数 } p, q \text{ 在数轴上的位置如图所示, 化简 } |p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}.$$



【解答】解: (1) 根据题意, $\sqrt{a-10} + |b-\sqrt{3}| = 0$,

$$\therefore a-10=0, b-\sqrt{3}=0,$$

$$\therefore a=10, b=\sqrt{3},$$

故答案为: $10; \sqrt{3}$;

(2) 由 (1) 可知,

$$\therefore a+b=10+\sqrt{3},$$

$$\therefore 1 < \sqrt{3} < 2,$$

$$\therefore 1+10 < \sqrt{3}+10 < 2+10,$$

$$\text{即 } 11 < 10+\sqrt{3} < 12,$$

$\therefore a+b$ 的整数部分为 11, 即 $x=11$,

$a+b$ 的小数部分为 $10+\sqrt{3}-11=\sqrt{3}-1$, 即 $y=\sqrt{3}-1$,

故答案为: $11; \sqrt{3}-1$;

(3) 根据数轴可得 $q < 0 < p$, $|q| < |p|$,

$$\therefore p+q > 0, q-p < 0,$$

$$\therefore |p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}$$

$$= |p+q| - |q-p| + |q|$$

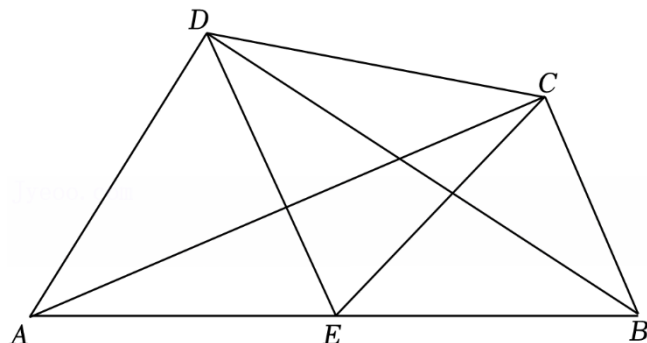
$$= p+q+q-p-q$$

$$= q.$$

24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 AB 的中点.

(1) 求证： $\angle CDE = \angle DCE$;

(2) 若 $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle DBA = 40^\circ$ ，求 $\angle DEC$ 的度数.



【解答】(1) 证明：在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 AB 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB, CE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DE = CE;$$

$$\therefore \angle CDE = \angle DCE;$$

(2) 解： $\because \angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle DBA = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle DBA = 50^\circ, \angle ABC = 90^\circ - \angle CAB = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 AB 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = AE, CE = \frac{1}{2}AB = BE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAB = 50^\circ, \angle ECB = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA = 180^\circ - \angle DAB - \angle ADE = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ,$$

$$\angle CEB = 180^\circ - \angle ECB - \angle CBA = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

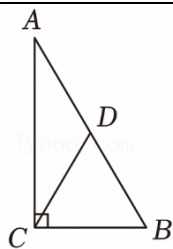
$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle DEA - \angle CEB = 180^\circ - 80^\circ - 60^\circ = 40^\circ.$$

25. 我们新定义一种三角形：两边平方和等于第三边平方的 3 倍的三角形叫做“悦动三角形”. 例如：某三角形三边长分别是 3， $3\sqrt{2}$ 和 3，因为 $3^2 + (3\sqrt{2})^2 = 3 \times 3^2$ ，所以这个三角形是“悦动三角形”. (注：直角三角形两直角边的长度的平方和等于斜边长的平方，如直角三角形三边长分别为 3，4 和 5，则有 $3^2 + 4^2 = 5^2$.)

(1) 若 $\triangle ABC$ 三边长分别是 5， $2\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{11}$ ，则此三角形 是 “悦动三角形” (填“是”或“不是”);

(2) 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“悦动三角形”，求此三角形的三边长之比 (请按从小到大排列);

(3) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ，点 D 为 AB 的中点，连接 CD ， $CD = DB$ ，若 $\triangle BCD$ 是“悦动三角形”，求 AB 的长.



【解答】解：（1） $\because 5^2=25$ ， $(2\sqrt{3})^2=12$ 和 $(\sqrt{11})^2=11$ ，

$$\therefore 25+11=3\times 12=36,$$

则 $\triangle ABC$ 是“悦动三角形”，

故答案为：是；

（2）设三角形的三边长从小到大为 a ， b ， c ，

$\because \text{Rt}\triangle ABC$ 是“悦动三角形”，

\therefore 分 $a^2+c^2=3b^2$ ， $b^2+c^2=3a^2$ 两种情况求解；

则 $b^2+a^2+b^2=3a^2$ ，解得 $a=b$ ，

$$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}a,$$

$$\therefore a:b:c=1:1:\sqrt{2},$$

故答案为：1: 1: $\sqrt{2}$.

（3）由条件可知 $CD=BD=\frac{1}{2}AB$ ，

设 $CD=BD=m$ ，则 $AB=2m$ ，

$\because \triangle BCD$ 是“悦动三角形”，

\therefore 分 $CD^2+BD^2=3BC^2$ ， $CD^2+BC^2=3BD^2$ ， $BD^2+BC^2=3CD^2$ 三种情况求解；

当 $CD^2+BD^2=3BC^2$ 时， $m^2+m^2=3\times 4^2$ ，

解得， $m=2\sqrt{6}$ 或 $m=-2\sqrt{6}$ （舍去），

$$\therefore AB=4\sqrt{6};$$

当 $CD^2+BC^2=3BD^2$ 时， $m^2+4^2=3\times m^2$ ，

解得， $m=2\sqrt{2}$ 或 $m=-2\sqrt{2}$ （舍去），

$$\therefore AB=4\sqrt{2};$$

当 $BD+BC^2=3CD^2$ 时， $m^2+6^2=3\times m^2$ ，

同理 $AB=4\sqrt{2}$ ；

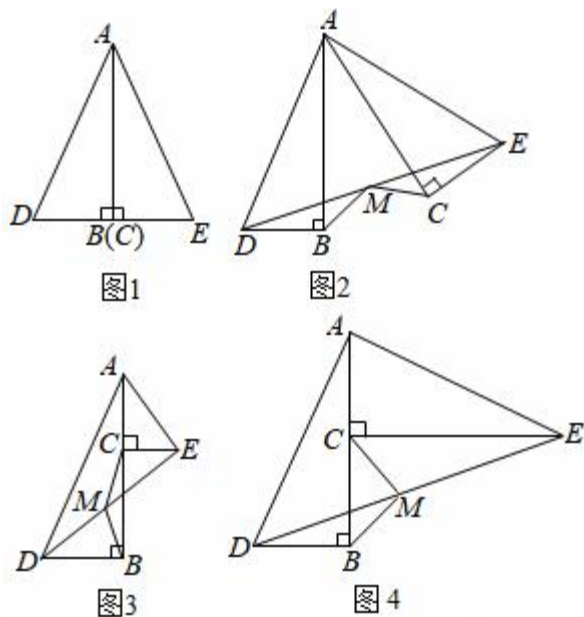
综上所述， AB 的长为 $4\sqrt{6}$ 或 $4\sqrt{2}$.

26. 如图，将两个全等的直角三角形 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 拼在一起（图1）. $\triangle ABD$ 不动.

(1) 若将 $\triangle ACE$ 绕点 A 逆时针旋转, 连接 DE , M 是 DE 的中点, 连接 MB 、 MC (图2), 证明: $MB=MC$.

(2) 若将图1中的 CE 向上平移, $\angle CAE$ 不变, 连接 DE , 连接 MB 、 MC (图3), 请判断并直接写出 MB 、 MC 的数量关系;

(3) 在(2)中, 若 $\angle CAE$ 的大小改变 (图4), 其他条件不变, 则(2)中的 MB 、 MC 的数量关系还成立吗? 说明理由.



【解答】证明: (1) 如图2, 连接 AM , 由已知得 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$$\therefore AD=AE, AB=AC, \angle BAD=\angle CAE,$$

$$\therefore MD=ME,$$

$$\therefore \angle MAD=\angle MAE,$$

$$\therefore \angle MAD - \angle BAD = \angle MAE - \angle CAE,$$

$$\text{即 } \angle BAM = \angle CAM,$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle ACM$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAM=\angle CAM, \\ AM=AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACM \text{ (SAS)},$$

$$\therefore MB=MC;$$

(2) $MB=MC$.

理由如下: 如图3, 延长 DB 、 AE 相交于 E' , 延长 EC 交 AD 于 F ,

$$\therefore BD=BE', CE=CF,$$

$\because M$ 是 ED 的中点, B 是 DE' 的中点,

$\therefore MB \parallel AE'$,

$\therefore \angle MBC = \angle CAE$,

同理: $MC \parallel AD$,

$\therefore \angle BCM = \angle BAD$,

$\because \angle BAD = \angle CAE$,

$\therefore \angle MBC = \angle BCM$,

$\therefore MB = MC$;

(3) $MB = MC$ 还成立.

理由如下: 如图 4, 延长 BM 交 CE 于 F ,

$\because CE \parallel BD$,

$\therefore \angle MDB = \angle MEF$, $\angle MBD = \angle MFE$,

又 $\because M$ 是 DE 的中点,

$\therefore MD = ME$,

在 $\triangle MDB$ 和 $\triangle MEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDB = \angle MEF \\ \angle MBD = \angle MFE, \\ MD = ME \end{cases}$$

$\therefore \triangle MDB \cong \triangle MEF$ (AAS),

$\therefore MB = MF$,

$\because \angle ACE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCF = 90^\circ$,

$\therefore MB = MC$.

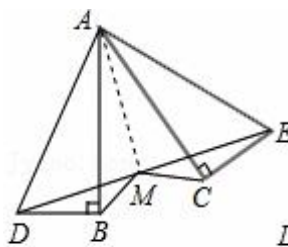


图2

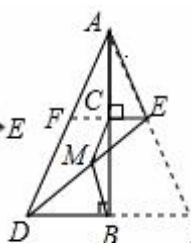


图3

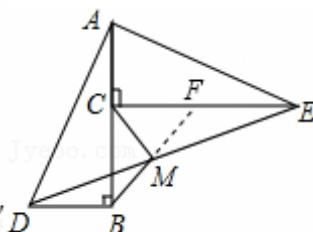


图4