

# 昆山市 2025-2026 学年第一学期八年级数学期末考试模拟试题

## 一. 选择题 (共 8 小题)

1. 国产人工智能大模型 *DeepSeek* 横空出世，其低成本、高性能的特点，迅速吸引了全球投资者的目光。以下是四款常用的人工智能大模型的图标，其文字上方的图案是轴对称图形的是（ ）



A. DeepSeek



B. ChatGPT



C. 文心一言

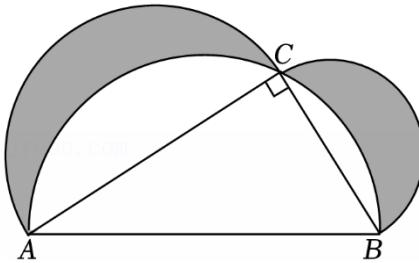


D. 纳米AI

2. 下列各数是无理数的是（ ）

A.  $\sqrt[3]{27}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $-5$       D.  $\frac{\pi}{2}$

3. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，分别以各边为直径作半圆，则图中阴影部分的面积为（ ）

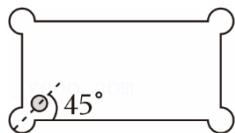


A. 6      B.  $\frac{25}{4}$       C.  $4\pi - 6$       D.  $\frac{25}{12}\pi$

4. 下列运算正确的是（ ）

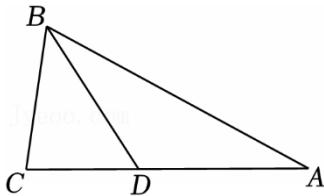
A. $-\sqrt{(-2)^2} = 2$	B. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$
C. $\sqrt[3]{-64} = -4$	D. $\sqrt[3]{10^{-3}} = 10$

5. 如图，一张台球桌的桌面长为  $2.84m$ ，宽为  $1.42m$ ，一个台球在桌面的一个角落，将该球按如图所示的  $45^\circ$  角击出，球持续直线运动（球碰到桌面边界会以相同角度反弹），最终落入台球桌角落的一个球袋。则该球（入球袋前，在桌面边缘反弹的次数为（ ）



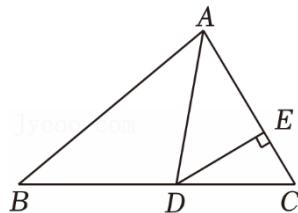
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle ABC=70^\circ$ ,  $D$ 为 $AC$ 边上一点, 且 $AD=BD$ . 则 $\angle DBC=(\quad)$



- A.  $70^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $40^\circ$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线,  $DE \perp AC$ 于点 $E$ ,  $DE=2$ ,  $AB+AC=16$ , 则 $\triangle ABC$ 的面积为( )

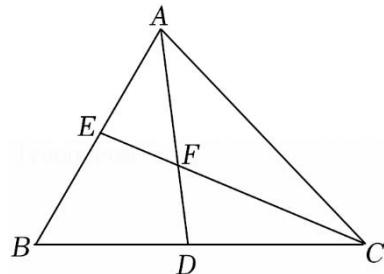


- A. 32      B. 20      C. 16      D. 8

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $AD$ 平分 $\angle BAC$ 交 $BC$ 于点 $D$ ,  $CE$ 平分 $\angle ACB$ 交 $AB$ 于点 $E$ ,  $AD$ 、 $CE$ 交于点 $F$ . 则下列说法错误的个数为( )

- ①  $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$ ;
- ②  $\angle CFD=60^\circ$ ;
- ③  $S_{\triangle CDF} : S_{\triangle AEF} = FC : AF$ ;
- ④  $AE=AC - CD$ ;
- ⑤ 若  $BE=\frac{1}{2}AB$ , 则  $CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高.

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 0 个



## 二. 填空题 (共 8 小题)

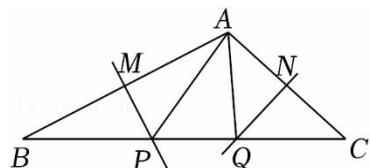
9. 若二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义, 则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. “近似数 3.14 万”精确到\_\_\_\_\_位.

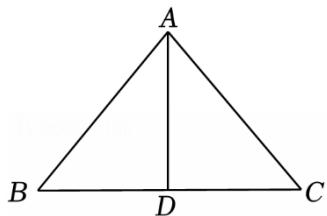
11. 比较大小:  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{_____ } 0.618$  (填空“>”, “<”, “=”).

12. 若等腰三角形有两条边长分别为 2 和 5, 则这个等腰三角形的周长为\_\_\_\_\_.

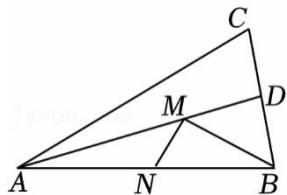
13. 如图,  $\triangle ABC$ 中,  $\angle BAC=108^\circ$ ,  $PM$ 和 $QN$ 分别是 $AB$ 和 $AC$ 的垂直平分线, 则 $\angle PAQ=$ \_\_\_\_\_.



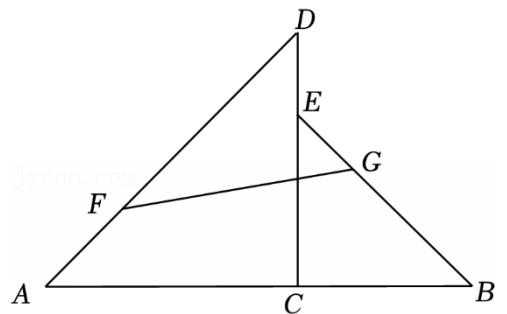
14. 如图,  $\triangle ACD$  与  $\triangle ABD$  关于  $AD$  所在的直线成轴对称,  $B, D, C$  三点共线. 若  $AC=3$ ,  $BD=2$ , 则  $\triangle ABC$  的周长为\_\_\_\_\_.



15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=6$ ,  $\angle BAC=30^\circ$ ,  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ,  $M$ 、 $N$  分别是  $AD$  和  $AB$  上的动点, 则  $BM+MN$  的最小值是\_\_\_\_\_.



16. 如图,  $AB=6$ , 点  $C$  为线段  $AB$  上一个动点, 在  $AB$  上方构造等腰直角  $\triangle ACD$  和等腰直角  $\triangle BCE$ ,  $\angle ACD = \angle BCE = 90^\circ$ , 点  $F$ ,  $G$  分别在边  $AD$  和  $BE$  上, 且满足  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$ , 则  $FG$  的最小值为\_\_\_\_\_.



### 三. 解答题 (共 10 小题)

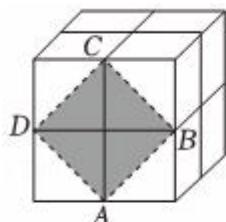
17. 计算: (1)  $\sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$ . (2)  $\sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$ .

18. 求下列各式中的  $x$ :

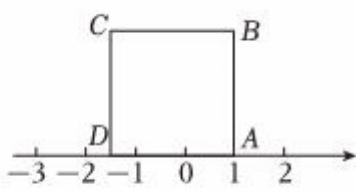
$$(1) (x - 3)^2 - 1 = 3; \quad (2) 8(x+1)^3 = 1.$$

19. 解方程:  $\frac{3x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x}$

20. 如图甲, 这是由 8 个同样大小的正方体组成的魔方, 总体积为  $V \text{ cm}^3$ .



(甲)



(乙)

(1) 这个魔方的棱长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$  (用代数式表示).

(2) 当魔方体积  $V=64 \text{ cm}^3$  时,

①这个魔方的棱长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

②图甲中阴影部分是一个正方形  $ABCD$ , 阴影部分正方形  $ABCD$  的边长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

③把正方形  $ABCD$  放置在数轴上, 如图乙所示, 使得点  $A$  与数  $1$  重合, 则  $D$  在数轴上表示的数为 \_\_\_\_\_ .

④请在乙图中数轴上准确画出表示实数  $-\sqrt{5}$  的点  $E$  的位置 (保留作图痕迹).

21. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ :

(1) 在  $AC$  边上求作点  $D$ , 使得  $DA=DB$ ; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

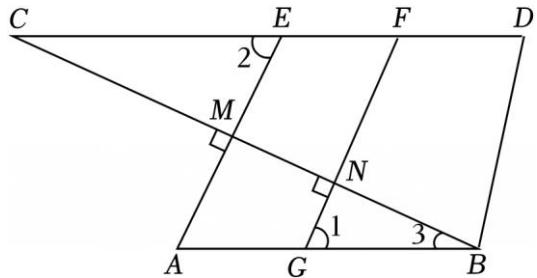
(2) 在 (1) 的基础上, 连接  $BD$ , 若  $BC=2$ ,  $AC=5$ , 则  $\triangle ABC$  的周长= \_\_\_\_\_ .



22. 已知：如图， $AE \perp BC$  于点  $M$ ， $FG \perp BC$  于点  $N$ ， $\angle 1 = \angle 2$ .

(1) 求证： $AB \parallel CD$ ；

(2) 若  $CD = CB$ ， $\angle D = 75^\circ$ ，求 $\angle ABC$  的度数.



23. 在数轴上点  $A$  表示  $a$ ，点  $B$  表示  $b$ . 且  $a, b$  满足  $\sqrt{a-10} + |b - \sqrt{3}| = 0$ .

(1)  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2)  $x$  表示  $a+b$  的整数部分， $y$  表示  $a+b$  的小数部分，则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

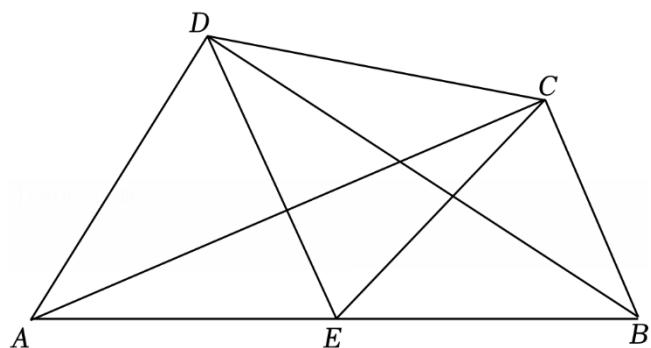
(3) 实数  $p, q$  在数轴上的位置如图所示，化简  $|p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}$ .



24. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ADB$  和  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ， $E$  是  $AB$  的中点.

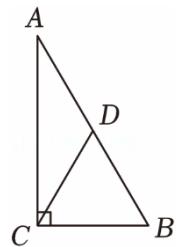
(1) 求证： $\angle CDE = \angle DCE$ ；

(2) 若  $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle DBA = 40^\circ$ ，求 $\angle DEC$  的度数.



25. 我们新定义一种三角形：两边平方和等于第三边平方的3倍的三角形叫做“悦动三角形”。例如：某三角形三边长分别是3,  $3\sqrt{2}$ 和3, 因为 $3^2 + (3\sqrt{2})^2 = 3 \times 3^2$ , 所以这个三角形是“悦动三角形”。(注：直角三角形两直角边的长度的平方和等于斜边长的平方，如直角三角形三边长分别为3, 4和5，则有 $3^2 + 4^2 = 5^2$ .)

- (1) 若 $\triangle ABC$ 三边长分别是5,  $2\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{11}$ , 则此三角形\_\_\_\_\_“悦动三角形”(填“是”或“不是”);
- (2) 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“悦动三角形”, 求此三角形的三边长之比(请按从小到大排列);
- (3) 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $BC=4$ , 点D为AB的中点, 连接CD,  $CD=DB$ , 若 $\triangle BCD$ 是“悦动三角形”, 求AB的长。



26. 如图, 将两个全等的直角三角形 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 拼在一起(图1).  $\triangle ABD$ 不动.

- (1) 若将 $\triangle ACE$ 绕点A逆时针旋转, 连接DE, M是DE的中点, 连接MB、MC(图2), 证明:  $MB=MC$ .
- (2) 若将图1中的CE向上平移,  $\angle CAE$ 不变, 连接DE, 连接MB、MC(图3), 请判断并直接写出 $MB$ 、 $MC$ 的数量关系;
- (3) 在(2)中, 若 $\angle CAE$ 的大小改变(图4), 其他条件不变, 则(2)中的 $MB$ 、 $MC$ 的数量关系还成立吗? 说明理由.

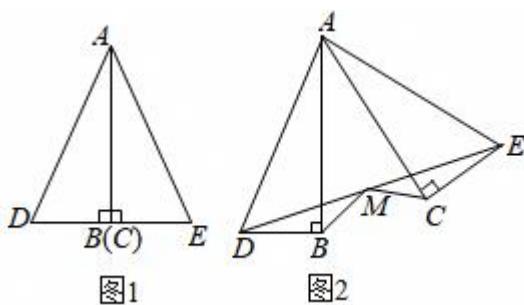


图1

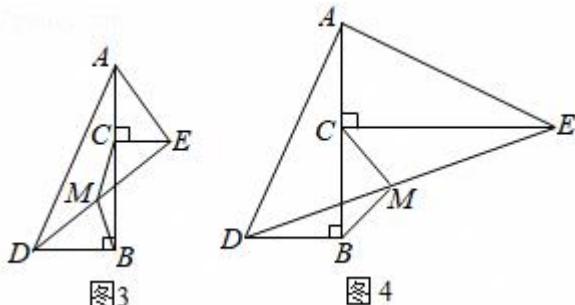


图2

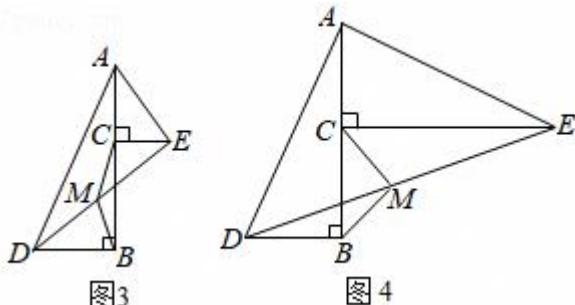


图3

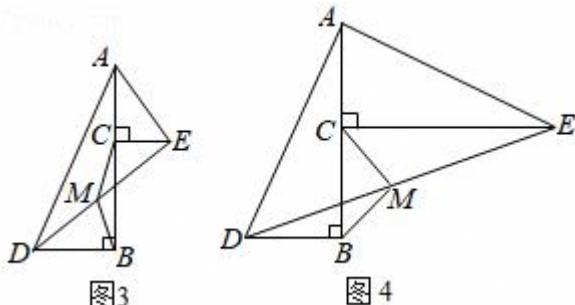


图4

## 答案

## 一. 选择题 (共 8 小题)

1. 国产人工智能大模型 *DeepSeek* 横空出世, 其低成本、高性能的特点, 迅速吸引了全球投资者的目光. 以下是四款常用的人工智能大模型的图标, 其文字上方的图案是轴对称图形的是 ( )



A. DeepSeek



B. ChatGPT



C. 文心一言



D. 纳米AI

**【解答】**解: A, B, D 选项中的图形都不能找到一条直线, 使图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 所以不是轴对称图形;

C 选项中的图形能找到一条直线, 使图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 所以是轴对称图形.

故选: C.

2. 下列各数是无理数的是 ( )

A. $\sqrt[3]{27}$	B. $\frac{1}{5}$	C. -5	D. $\frac{\pi}{2}$
-------------------	------------------	-------	--------------------

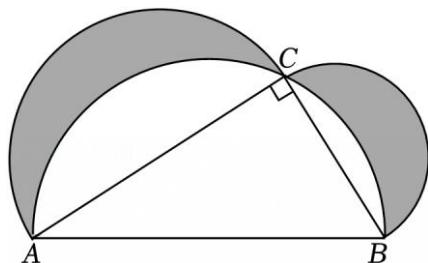
**【解答】**解:  $\sqrt[3]{27}=3$ , -5 是整数, 属于有理数;

$\frac{1}{5}$  是分数, 属于有理数;

$\frac{\pi}{2}$  是无理数.

故选: D.

3. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $BC=3$ , 分别以各边为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ( )



A. 6	B. $\frac{25}{4}$	C. $4\pi - 6$	D. $\frac{25}{12}\pi$
------	-------------------	---------------	-----------------------

**【解答】**解: 由勾股定理得,  $AB^2=AC^2+BC^2=25$ ,

$$\begin{aligned} \text{则阴影部分的面积} &= \frac{1}{2} \times AC \times BC + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{1}{4} \times (AC^2 + BC^2 - AB^2) \\ &= 6, \end{aligned}$$

故选: A.

4. 下列运算正确的是 ( )

A. $-\sqrt{(-2)^2} = 2$	B. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$
C. $\sqrt[3]{-64} = -4$	D. $\sqrt[3]{10^{-3}} = 10$

**【解答】解:** A.  $-\sqrt{(-2)^2} = -2$ , 原题计算错误, 不符合题意;

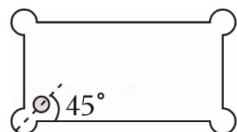
B.  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$ , 原题计算错误, 不符合题意;

C.  $\sqrt[3]{-64} = -4$ , 原题计算正确, 符合题意;

D.  $\sqrt[3]{10^{-3}} = \frac{1}{10}$ , 原题计算错误, 不符合题意,

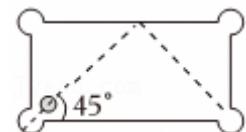
故选: C.

5. 如图, 一张台球桌的桌面长为  $2.84m$ , 宽为  $1.42m$ , 一个台球在桌面的一个角落, 将该球按如图所示的  $45^\circ$  角击出, 球持续直线运动(球碰到桌面边界会以相同角度反弹), 最终落入台球桌角落的一个球袋. 则该球(入球袋前, 在桌面边缘反弹的次数为 ( )



- A. 1                    B. 2                    C. 3                    D. 4

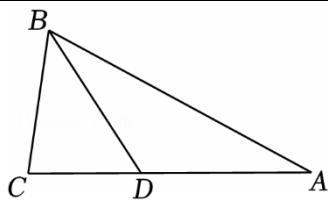
**【解答】解:** 根据轴对称的性质可知, 台球走过的路径为:



所以该球在桌面边缘反弹的次数为 1.

故选: A.

6. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle ABC=70^\circ$ ,  $D$  为  $AC$  边上一点, 且  $AD=BD$ . 则  $\angle DBC=$  ( )



- A.  $70^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $40^\circ$

**【解答】解：**  $\because AD=BD$ ,

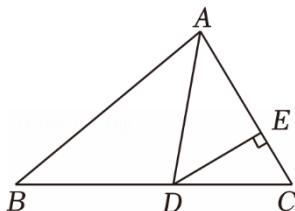
$$\therefore \angle A=\angle ABD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=70^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=40^\circ,$$

故选：D.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AC$ 于点 $E$ ， $DE=2$ ， $AB+AC=16$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）



- A. 32      B. 20      C. 16      D. 8

**【解答】解：**过 $D$ 作 $DH \perp AB$ 于 $H$ ,

$\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AC$ 于点 $E$ ,

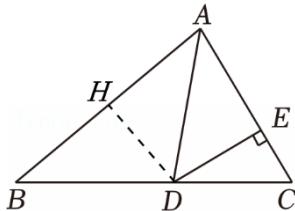
$$\therefore DH=DE=2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \triangle ABD \text{ 的面积} + \triangle ACD \text{ 的面积} = \frac{1}{2}AB \cdot DH + \frac{1}{2}AC \cdot DE = \frac{1}{2}(AB+AC) \cdot DE,$$

$$\therefore AB+AC=16,$$

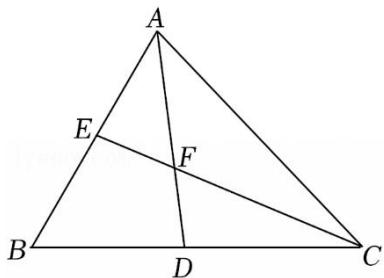
$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 16 \times 2 = 16.$$

故选：C.



8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=60^\circ$ ， $AD$ 平分 $\angle BAC$ 交 $BC$ 于点 $D$ ， $CE$ 平分 $\angle ACB$ 交 $AB$ 于点 $E$ ， $AD$ 、 $CE$ 交于点 $F$ . 则下列说法错误的个数为（ ）

- ① $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$ ;
- ② $\angle CFD = 60^\circ$ ;
- ③ $S_{\triangle CDF} : S_{\triangle AEF} = FC : AF$ ;
- ④ $AE = AC - CD$ ;
- ⑤若  $BE = \frac{1}{2}AB$ , 则  $CE$  是  $\triangle ABC$  的高.



- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 0 个

**【解答】解：**①当  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线时,  $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$ ,

而  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 故①错误;

②在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle ACB + \angle CAB = 120^\circ,$$

$\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $CE$  平分  $\angle ACB$ ,

$$\therefore \angle FCA = \frac{1}{2} \angle ACB, \quad \angle FAC = \frac{1}{2} \angle CAB,$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - (\angle FCA + \angle FAC) = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle ACB + \angle CAB) = 120^\circ,$$

$\therefore \angle CFD = 60^\circ$ ; 故②正确;

③如图 1, 作  $\angle AFC$  的平分线交  $AC$  于点  $G$ , 过  $G$  作  $GM \perp FC$ ,  $GH \perp AF$  于点  $G, H$ ,

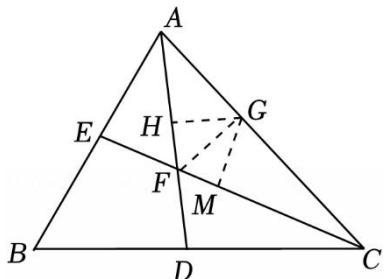


图1

$$\therefore GH = GM,$$

$$\therefore S_{\triangle AGF} : S_{\triangle FGC} = AF : FC,$$

$$\because \angle AFC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle CFG = 60^\circ,$$

$\therefore \angle AFE = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle AFG = \angle CFG = \angle AFE = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle EAF = \angle GAF, \angle DCF = \angle GCF$ ,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGF$  (ASA),  $\triangle CDF \cong \triangle CGF$  (ASA),

$\therefore S_{\triangle AEF} : S_{\triangle FDC} = AF : FC$ , 故③正确;

④  $\because \triangle AEF \cong \triangle AGF$  (ASA),  $\triangle CDF \cong \triangle CGF$  (ASA),

$\therefore AE = AG, CD = CG$ ,

$\therefore CD + AE = CG + AG = AC$ ,

$\therefore AE = AC - CD$ , 故④正确;

⑤ 如图 2, 延长  $CE$  至  $G$ , 使  $GE = CE$ , 连接  $BG$ ,

$\because BE = \frac{1}{2}AB$ ,

$\therefore AB = 2BE = 2AE$ ,

$\therefore AE = BE$ ,

$\because \angle AEC = \angle BEG$ ,

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BGE$  (SAS),

$\therefore \angle ACE = \angle G, CE = GE$ ,

$\because CE$  为角平分线,

$\therefore \angle ACE = \angle BCE$ ,

$\therefore \angle BCE = \angle G$ ,

$\therefore BC = BG$ ,

$\because CE = GE$ ,

$\therefore BE \perp CE$ ,

$\therefore CE$  是  $\triangle ABC$  的高, 故⑤正确;

综上所述: 正确的有②③④⑤, 错误的有①, 共 1 个,

故选: A.

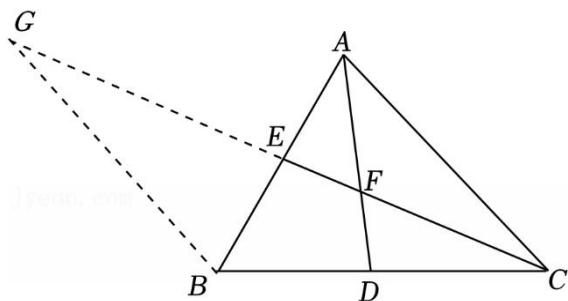


图2

## 二. 填空题(共8小题)

9. 若二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{5}$ .

**【解答】**解：要使二次根式 $\sqrt{5x-1}$ 有意义，必须 $5x - 1 \geq 0$ ,

$$\text{解得: } x \geq \frac{1}{5},$$

所以 $x$ 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{5}$ .

故答案为:  $x \geq \frac{1}{5}$ .

10. “近似数3.14万”精确到百位.

**【解答】**解：∵“近似数3.14万”中的数字4在百位上,

∴“近似数3.14万”精确到百位,

故答案为：百.

11. 比较大小:  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.618$  (填空“>”, “<”, “=”).

**【解答】**解： $\because \sqrt{5} \approx 2.23607$ ,

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618035,$$

$$\therefore 0.618035 > 0.618,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.618.$$

故答案为: >.

12. 若等腰三角形有两条边长分别为2和5，则这个等腰三角形的周长为12.

**【解答】**解：①5是腰长时，三角形的三边分别为5、5、2,

能组成三角形,

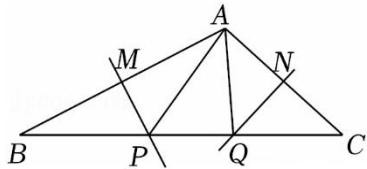
$$\text{周长} = 5 + 5 + 2 = 12,$$

②5是底边时，三角形的三边分别为2、2、5,

不能组成三角形,

故答案为：12.

13. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=108^\circ$ ， $PM$  和  $QN$  分别是  $AB$  和  $AC$  的垂直平分线，则  $\angle PAQ=$  36°.



**【解答】**解： $\because PM$  和  $QN$  分别是  $AB$  和  $AC$  的垂直平分线，

$$\therefore PA=PB, AQ=CQ,$$

$$\therefore \angle B=\angle PAB, \angle C=\angle QAC,$$

$$\because \angle BAC=108^\circ,$$

$$\therefore \angle B+\angle C=72^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB+\angle QAC=72^\circ,$$

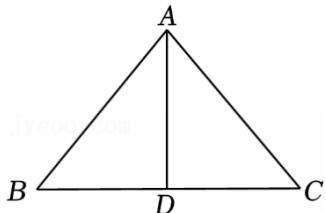
$$\therefore \angle PAQ=\angle BAC - (\angle PAB+\angle QAC)$$

$$=108^\circ - 72^\circ$$

$$=36^\circ,$$

故答案为：36°.

14. 如图， $\triangle ACD$  与  $\triangle ABD$  关于  $AD$  所在的直线成轴对称， $B, D, C$  三点共线. 若  $AC=3$ ,  $BD=2$ , 则  $\triangle ABC$  的周长为 10.



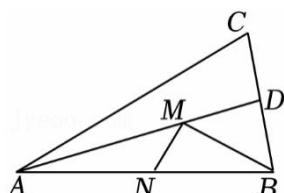
**【解答】**解： $\because \triangle ACD$  与  $\triangle ABD$  关于  $AD$  所在的直线成轴对称， $AC=3$ ,  $BD=2$ ,

$\therefore$ 根据轴对称的性质可得， $AB=AC=3$ ,  $BD=CD=2$ ,

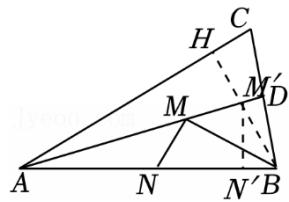
$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 3+3+2\times 2=3+3+4=6+4=10.$$

故答案为：10.

15. 如图，在 $\triangle ABC$  中， $AB=6$ ,  $\angle BAC=30^\circ$ ,  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ,  $M$ 、 $N$  分别是  $AD$  和  $AB$  上的动点，则  $BM+MN$  的最小值是 3.



**【解答】**解：如图，作  $BH \perp AC$ ，垂足为  $H$ ，交  $AD$  于  $M$  点，过  $M$  点作  $M'N' \perp AB$ ，垂足为  $N'$ ，则  $BM'+M'N'$  为所求的最小值。



由条件可知  $M'H=M'N'$ ，

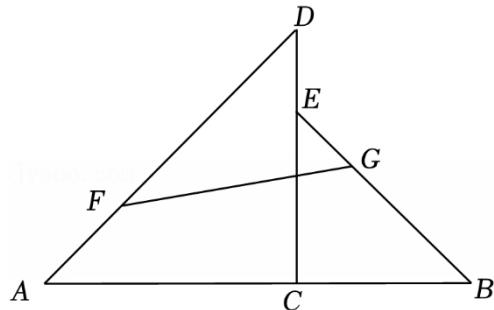
$\therefore BH$  是点  $B$  到直线  $AC$  的最短距离（垂线段最短），

由条件可知  $BH = \frac{1}{2}AB = 3$ 。

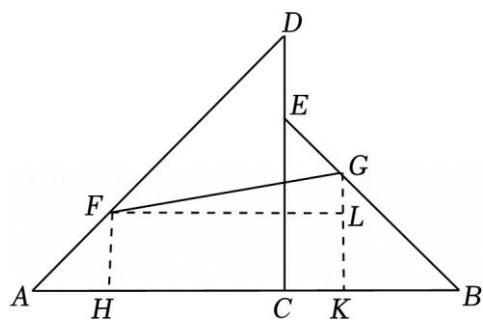
$\therefore BM+MN$  的最小值是  $BM'+M'N'=BM'+M'H=BH=3$ ，

故答案为：3。

16. 如图， $AB=6$ ，点  $C$  为线段  $AB$  上一个动点，在  $AB$  上方构造等腰直角  $\triangle ACD$  和等腰直角  $\triangle BCE$ ， $\angle ACD = \angle BCE = 90^\circ$ ，点  $F, G$  分别在边  $AD$  和  $BE$  上，且满足  $\frac{AF}{AD} = \frac{1}{3}$ ， $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$ ，则  $FG$  的最小值为  $\sqrt{10}$ 。



**【解答】**解：过点  $F$  作  $FH \perp AB$  于  $H$ ，过点  $G$  作  $GK \perp AB$  于  $K$ ，过点  $F$  作  $FL \perp GK$  于  $L$ ，如图所示：



则四边形  $FHKL$  为矩形，

$\therefore FL=HK$ ， $FH=KL$ ，

$\because \triangle ACD$  为等腰直角三角形，且  $\angle ACD=90^\circ$ ，

$\therefore AC=DC$ ， $\angle A=45^\circ$ ，

$\because FH \perp AB$ ，

$\therefore \triangle AHF$  为等腰直角三角形，即  $FH=AH$ ，

$\because FH \perp AB, \angle ACD = 90^\circ,$

$\therefore FH \parallel CD,$

$\therefore \triangle AHF \sim \triangle ACD,$

$$\therefore \frac{AH}{AC} = \frac{AF}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AH = FH = \frac{1}{3}AC,$$

同理:  $\triangle BKG \sim \triangle BCE,$

$$\therefore \frac{BK}{BC} = \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BK = GK = \frac{2}{3}BC,$$

设  $BC = x$ , 则  $AC = AB - BC = 6 - x$ ,

$$\therefore AH = FH = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3}(6-x), \quad BK = GK = \frac{2}{3}BC = \frac{2x}{3},$$

$$\therefore FL = HK = AB - AH - BK = 6 - \frac{1}{3}(6-x) - \frac{2x}{3} = 4 - \frac{x}{3},$$

$$GL = |GK - KL| = \left| \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}(6-x) \right| = |x - 2|,$$

在  $Rt\triangle FGL$  中, 由勾股定理得:  $FG^2 = FL^2 + GL^2$ ,

$$\text{即 } FG^2 = (4 - \frac{x}{3})^2 + (|x - 2|)^2 = \frac{10}{9}x^2 - \frac{20}{3}x + 20,$$

$$\text{整理得: } FG^2 = \frac{10}{9}(x-3)^2 + 10,$$

$\therefore$  当  $x=3$  时,  $FG^2$  为最小, 最小值为 10,

$\therefore FG$  的最小值为  $\sqrt{10}$ .

故答案为:  $\sqrt{10}$ .

### 三. 解答题 (共 10 小题)

17. 计算: (1)  $\sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$ .

$$\text{【解答】解: } \sqrt{16} - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{2} - 1|$$

$$= 4 - 3 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{2}.$$

(2) 计算:  $\sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$ .

$$\text{【解答】解: } \sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \div \sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}.$$

18. 求下列各式中的  $x$ :

$$(1) (x - 3)^2 - 1 = 3;$$

$$(2) 8(x+1)^3 = 1.$$

**【解答】解:** (1)  $(x - 3)^2 - 1 = 3$ ,

$$(x - 3)^2 = 4,$$

$$x - 3 = \pm 2,$$

$$\therefore x = 5 \text{ 或 } x = 1;$$

$$(2) 8(x+1)^3 = 1,$$

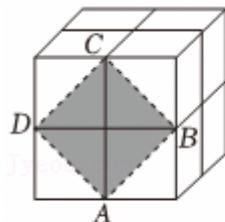
$$(x+1)^3 = \frac{1}{8},$$

$$x+1 = \frac{1}{2},$$

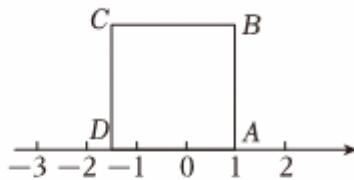
$$\therefore x = -\frac{1}{2}.$$

$$19. x = \frac{1}{2}$$

20. 如图甲, 这是由 8 个同样大小的正方体组成的魔方, 总体积为  $V \text{ cm}^3$ .



(甲)



(乙)

(1) 这个魔方的棱长为  $\sqrt[3]{V} \text{ cm}$  (用代数式表示).

(2) 当魔方体积  $V=64 \text{ cm}^3$  时,

①这个魔方的棱长为  $4 \text{ cm}$ .

②图甲中阴影部分是一个正方形  $ABCD$ , 阴影部分正方形  $ABCD$  的边长为  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ .

③把正方形  $ABCD$  放置在数轴上, 如图乙所示, 使得点  $A$  与数 1 重合, 则  $D$  在数轴上表示的数为  $-1 - 2\sqrt{2}$ .

④请在乙图中数轴上准确画出表示实数  $-\sqrt{5}$  的点  $E$  的位置 (保留作图痕迹).

**【解答】解:** (1) 因为拼成的魔方体积为  $V \text{ cm}^3$ .

所以正方形的边长为  $\sqrt[3]{V} \text{ cm}$ ,

故答案为:  $\sqrt[3]{V}$ ;

(2) 当魔方体积  $V=64cm^3$  时,

$$\textcircled{1} \because 4^3 = 64,$$

$$\therefore \sqrt[3]{64} = 4,$$

所以这个魔方的棱长为  $4cm$ ;

故答案为: 4;

\textcircled{2} 因为魔方的棱长为  $4cm$ ;

所以每个小立方体的棱长为  $4 \div 2 = 2 (cm)$ ,

所以阴影部分正方形  $ABCD$  的边长为  $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} (cm)$ ,

答: 阴影部分正方形  $ABCD$  的边长为  $2\sqrt{2} cm$ ;

故答案为:  $2\sqrt{2}$ ;

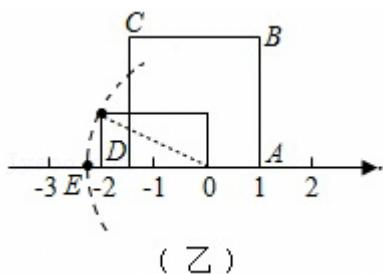
\textcircled{3} 点  $D$  到原点的距离为:  $2\sqrt{2} - 1$ ,

又因为点  $D$  在原点的左侧,

所以点  $D$  所表示的数为  $-(2\sqrt{2} - 1) = 1 - 2\sqrt{2}$ ,

故答案为:  $1 - 2\sqrt{2}$ ;

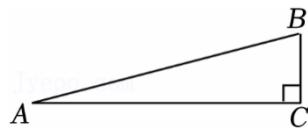
\textcircled{4} 如图, 作一个长为 2, 宽为 1 的矩形, 使以原点为一个顶点, 长为 2 的边在数轴的负半轴, 再以矩形的对角线的长为半径, 原点为圆心画弧, 与数轴的负半轴相交于点  $E$ , 点  $E$  所表示的数为  $-\sqrt{5}$ .



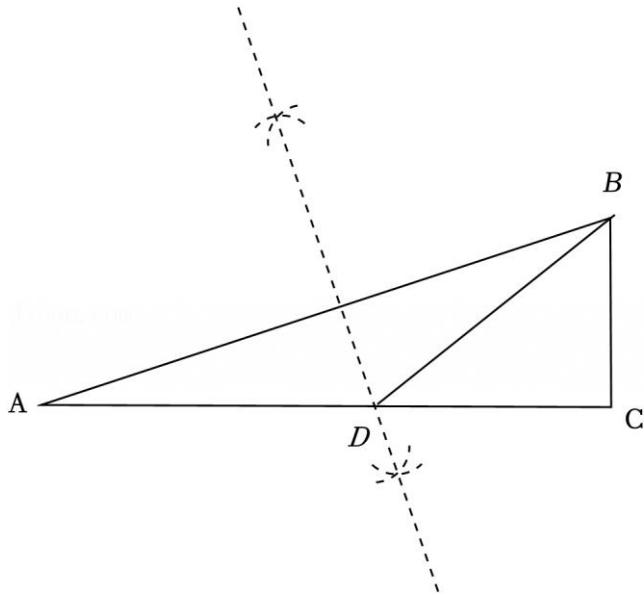
21. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ :

(1) 在  $AC$  边上求作点  $D$ , 使得  $DA=DB$ ; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的基础上, 连接  $BD$ , 若  $BC=2$ ,  $AC=5$ , 则  $\triangle ABC$  的周长 =  $7+\sqrt{29}$ .



**【解答】**解: (1) 如图所示, 作  $AB$  的垂直平分线, 与  $AC$  交于点  $D$ , 连接  $BD$ , 则  $BD=AD$ ,



(2)  $\because \angle C = 90^\circ, BC = 2, AC = 5,$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29},$$

$$AB + AC + BC = \sqrt{29} + 5 + 2 = 7 + \sqrt{29},$$

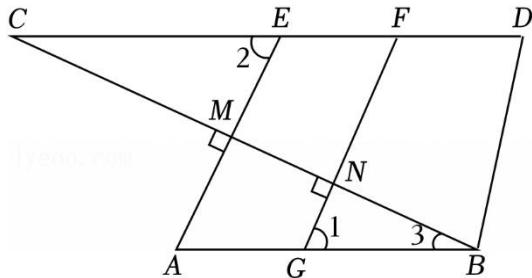
$\therefore \triangle ABC$  的周长为  $7 + \sqrt{29}$ .

故答案为:  $7 + \sqrt{29}$ .

22. 已知: 如图,  $AE \perp BC$  于点  $M$ ,  $FG \perp BC$  于点  $N$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ .

(1) 求证:  $AB \parallel CD$ ;

(2) 若  $CD = CB$ ,  $\angle D = 75^\circ$ , 求  $\angle ABC$  的度数.



【解答】(1) 证明:  $\because AE \perp BC$  于点  $M$ ,  $GF \perp BC$  于点  $N$ ,

$$\therefore AE \parallel GF,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle A = \angle 2,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

(2) 解:  $\because CD = CB, \angle D = 75^\circ$ ,

$$\therefore \angle CBD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ.$$

23. 在数轴上点  $A$  表示  $a$ , 点  $B$  表示  $b$ . 且  $a, b$  满足  $\sqrt{a-10} + |b-\sqrt{3}| = 0$ .

$$(1) a = \underline{10}, b = \underline{\sqrt{3}};$$

$$(2) x$$
 表示  $a+b$  的整数部分,  $y$  表示  $a+b$  的小数部分, 则  $x = \underline{11}$ ,  $y = \underline{\sqrt{3}-1}$ ;

$$(3)$$
 实数  $p, q$  在数轴上的位置如图所示, 化简  $|p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}$ .



**【解答】**解: (1) 根据题意,  $\sqrt{a-10} + |b-\sqrt{3}| = 0$ ,

$$\therefore a-10=0, b-\sqrt{3}=0,$$

$$\therefore a=10, b=\sqrt{3},$$

故答案为: 10;  $\sqrt{3}$ ,

(2) 由 (1) 可知,

$$\therefore a+b=10+\sqrt{3},$$

$$\therefore 1 < \sqrt{3} < 2,$$

$$\therefore 1+10 < \sqrt{3}+10 < 2+10,$$

$$\text{即 } 11 < 10+\sqrt{3} < 12,$$

$\therefore a+b$  的整数部分为 11, 即  $x=11$ ,

$$a+b \text{ 的小数部分为 } 10+\sqrt{3}-11=\sqrt{3}-1, \text{ 即 } y=\sqrt{3}-1,$$

$$\text{故答案为: } 11; \sqrt{3}-1;$$

(3) 根据数轴可得  $q < 0 < p$ ,  $|q| < |p|$ ,

$$\therefore p+q > 0, q-p < 0,$$

$$\therefore |p+q| - \sqrt{(q-p)^2} + \sqrt{q^2}$$

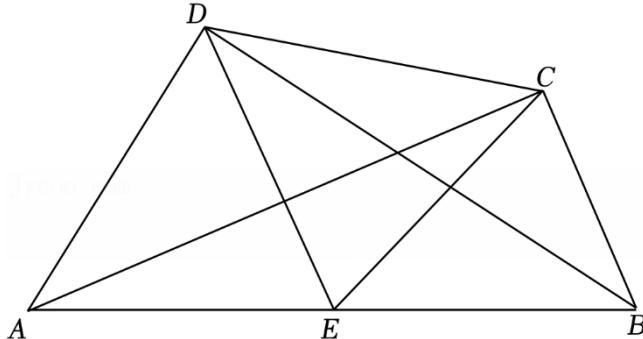
$$= |p+q| - |q-p| + |q|$$

$$= p+q+q - p - q$$

$$= q.$$

24. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ADB$  和  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $E$  是  $AB$  的中点.

- (1) 求证:  $\angle CDE = \angle DCE$ ;
- (2) 若  $\angle CAB = 30^\circ$ ,  $\angle DBA = 40^\circ$ , 求  $\angle DEC$  的度数.



**【解答】**(1) 证明: 在  $\text{Rt}\triangle ADB$  和  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $E$  是  $AB$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB, CE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DE = CE;$$

$$\therefore \angle CDE = \angle DCE;$$

(2) 解:  $\because \angle ADB = 90^\circ, \angle ACB = 90^\circ, \angle CAB = 30^\circ, \angle DBA = 40^\circ$ ,

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle DBA = 50^\circ, \angle ABC = 90^\circ - \angle CAB = 60^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ADB$  和  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ADB = 90^\circ, \angle ACB = 90^\circ$ ,  $E$  是  $AB$  的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = AE, CE = \frac{1}{2}AB = BE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAB = 50^\circ, \angle ECB = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA = 180^\circ - \angle DAB - \angle ADE = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ,$$

$$\angle CEB = 180^\circ - \angle ECB - \angle CBA = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle DEA - \angle CEB = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ.$$

25. 我们新定义一种三角形: 两边平方和等于第三边平方的 3 倍的三角形叫做“悦动三角形”. 例如: 某三

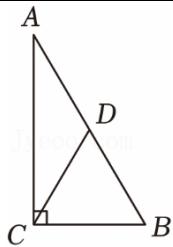
角形三边长分别是 3,  $3\sqrt{2}$  和 3, 因为  $3^2 + (3\sqrt{2})^2 = 3 \times 3^2$ , 所以这个三角形是“悦动三角形”. (注:

直角三角形两直角边的长度的平方和等于斜边长的平方, 如直角三角形三边长分别为 3, 4 和 5, 则有  $3^2 + 4^2 = 5^2$ .)

(1) 若  $\triangle ABC$  三边长分别是 5,  $2\sqrt{3}$  和  $\sqrt{11}$ , 则此三角形 是 “悦动三角形” (填“是”或“不是”);

(2) 若  $\text{Rt}\triangle ABC$  是“悦动三角形”, 求此三角形的三边长之比 (请按从小到大排列);

(3) 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ, BC = 4$ , 点  $D$  为  $AB$  的中点, 连接  $CD, CD = DB$ , 若  $\triangle BCD$  是“悦动三角形”, 求  $AB$  的长.



【解答】解：(1)  $\because 5^2=25$ ,  $(2\sqrt{3})^2=12$  和  $(\sqrt{11})^2=11$ ,

$$\therefore 25+11=3\times 12=36,$$

则  $\triangle ABC$  是“悦动三角形”，

故答案为：是；

(2) 设三角形的三边长从小到大为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,

$\because \text{Rt}\triangle ABC$  是“悦动三角形”，

$\therefore$  分  $a^2+c^2=3b^2$ ,  $b^2+c^2=3a^2$  两种情况求解；

则  $b^2+a^2+b^2=3a^2$ , 解得  $a=b$ ,

$$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}a,$$

$$\therefore a:b:c=1:1:\sqrt{2},$$

故答案为：1: 1:  $\sqrt{2}$ .

(3) 由条件可知  $CD=BD=\frac{1}{2}AB$ ,

设  $CD=BD=m$ , 则  $AB=2m$ ,

$\because \triangle BCD$  是“悦动三角形”，

$\therefore$  分  $CD^2+BD^2=3BC^2$ ,  $CD^2+BC^2=3BD^2$ ,  $BD^2+BC^2=3CD^2$  三种情况求解；

当  $CD^2+BD^2=3BC^2$  时,  $m^2+m^2=3\times 4^2$ ,

解得,  $m=2\sqrt{6}$  或  $m=-2\sqrt{6}$  (舍去),

$$\therefore AB=4\sqrt{6};$$

当  $CD^2+BC^2=3BD^2$  时,  $m^2+4^2=3\times m^2$ ,

解得,  $m=2\sqrt{2}$  或  $m=-2\sqrt{2}$  (舍去),

$$\therefore AB=4\sqrt{2};$$

当  $BD^2+BC^2=3CD^2$  时,  $m^2+6^2=3\times m^2$ ,

同理  $AB=4\sqrt{2}$ ;

综上所述,  $AB$  的长为  $4\sqrt{6}$  或  $4\sqrt{2}$ .

26. 如图, 将两个全等的直角三角形  $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$  拼在一起 (图 1).  $\triangle ABD$  不动.

(1) 若将  $\triangle ACE$  绕点  $A$  逆时针旋转, 连接  $DE$ ,  $M$  是  $DE$  的中点, 连接  $MB$ 、 $MC$  (图 2), 证明:  $MB=MC$ .

(2) 若将图 1 中的  $CE$  向上平移,  $\angle CAE$  不变, 连接  $DE$ , 连接  $MB$ 、 $MC$  (图 3), 请判断并直接写出  $MB$ 、 $MC$  的数量关系;

(3) 在 (2) 中, 若  $\angle CAE$  的大小改变 (图 4), 其他条件不变, 则 (2) 中的  $MB$ 、 $MC$  的数量关系还成立吗? 说明理由.

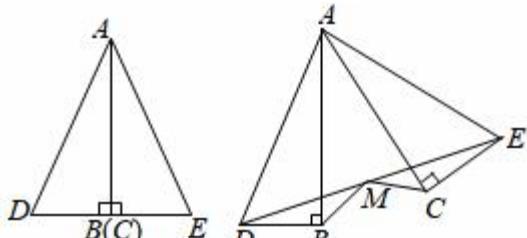


图1

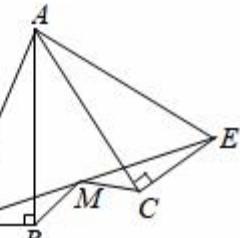


图2

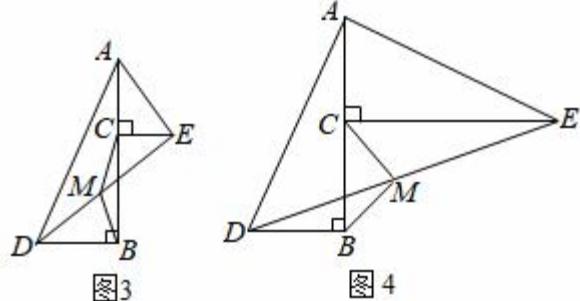


图3

图4

**【解答】** 证明: (1) 如图 2, 连接  $AM$ , 由已知得  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ,

$$\therefore AD=AE, AB=AC, \angle BAD=\angle CAE,$$

$$\because MD=ME,$$

$$\therefore \angle MAD=\angle MAE,$$

$$\therefore \angle MAD - \angle BAD = \angle MAE - \angle CAE,$$

即  $\angle BAM=\angle CAM$ ,

在  $\triangle ABM$  和  $\triangle ACM$  中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAM=\angle CAM \\ AM=AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACM \text{ (SAS)},$$

$$\therefore MB=MC;$$

(2)  $MB=MC$ .

理由如下: 如图 3, 延长  $DB$ 、 $AE$  相交于  $E'$ , 延长  $EC$  交  $AD$  于  $F$ ,

$$\therefore BD=BE', CE=CF,$$

$\because M$  是  $ED$  的中点,  $B$  是  $DE'$  的中点,

$\therefore MB \parallel AE'$ ,

$\therefore \angle MBC = \angle CAE$ ,

同理:  $MC \parallel AD$ ,

$\therefore \angle BCM = \angle BAD$ ,

$\because \angle BAD = \angle CAE$ ,

$\therefore \angle MBC = \angle BCM$ ,

$\therefore MB = MC$ ;

(3)  $MB = MC$  还成立.

理由如下: 如图 4, 延长  $BM$  交  $CE$  于  $F$ ,

$\because CE \parallel BD$ ,

$\therefore \angle MDB = \angle MEF$ ,  $\angle MBD = \angle MFE$ ,

又 $\because M$  是  $DE$  的中点,

$\therefore MD = ME$ ,

在  $\triangle MDB$  和  $\triangle MEF$  中,

$$\begin{cases} \angle MDB = \angle MEF \\ \angle MBD = \angle MFE \\ MD = ME \end{cases}$$

$\therefore \triangle MDB \cong \triangle MEF$  (AAS),

$\therefore MB = MF$ ,

$\because \angle ACE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BCF = 90^\circ$ ,

$\therefore MB = MC$ .

