昆山市 2025-2026 学年第一学期九年级数学期末考试模拟试题

一、选择题

1．一元二次方程 $3x^2-2x-1=0$ 的二次项系数为（　　）

A．3　　B．－2　　C．－1　　D．0

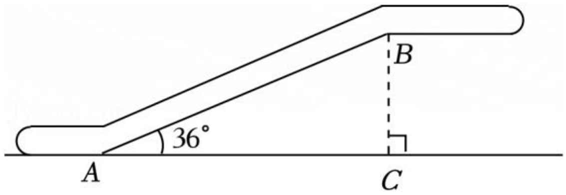
2．已知五个数据：2，2，x，5，8 的平均数是 4，现增加了一个数据后的平均数仍不变，则增加的这个数据是（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．5

3．用配方法解一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的过程中，配方正确的是（　　）

A．$(x-1)^2=0$　　B．$(x-1)^2=1$　　C．$(x+1)^2=2$　　D．$(x-1)^2=2$

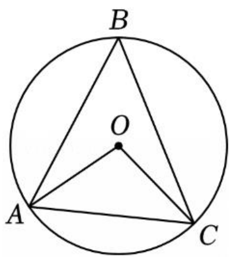
4．如图，某商场有一自动扶梯，其倾斜角 $\angle BAC=36°$，自动扶梯的长度 $AB=15$ 米．则该自动扶梯的高度 BC 等于（　　）



A．15sin36° 米　　B．$\frac{15}{sin36°}$米

C．15tan36° 米　　D．$\frac{15}{tan36°}$米

5．如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，连接 OA，OC，若 $\angle OAC=40°$，则 $\angle B$ 的度数为（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

6．下列关于二次函数 $y=-(x-1)^2+3$ 的图象的性质描述，其中正确的是（　　）

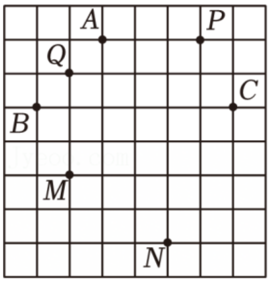
A．图象开口向上

B．图象顶点为（－1，3）

C．图象可由函数 $y=-x^2$ 的图象平移得到

D．图象与 y 轴交点为（0，3）

7．如图，在 8×8 的正方形网格中，点 A，B，C，P，Q，M，N 都在格点上（正方形的顶点即格点），若⊙O 是以 A，B，C 为顶点的三角形的外接圆，则下列各点中，在⊙O 上的是（　　）



A．点 P　　　　B．点 Q　　　　C．点 M　　　　D．点 N

8．已知二次函数 $y=-x^2+2ax-a^2+3a-2$（a 为常数）的图象上有且仅有两个点到 x 轴的距离等于 3 个单位长度，则 a 的取值范围是（　　）

A．$a>-\frac{1}{3}$　　　　B．$-\frac{1}{3}<a<\frac{5}{3}$　　　　C．$\frac{2}{3}<a<\frac{5}{3}$　　　　D．$a>\frac{5}{3}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.请将答案填在答题卡相应的位置上）

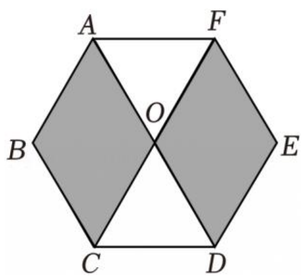
9．求值：$2\sin30^\circ=$________．

10．若 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx-1=0$ 的一个根，则 m 的值为 __________．

11．九年级(1)班 50 名学生的年龄情况如下表所示(单位：岁)，则该班级学生年龄的中位数为_________ 岁．

年龄	14	15	16	17
人数	3	21	25	1

12．如图，正六边形 $ABCDEF$ 飞镖游戏板，对角线 AD，CF 相交于点 O．假设飞镖投中游戏板上的每一点是等可能的（若投中各区域的边界线或没有投中游戏板，则重投 1 次），现向该游戏板随机投掷飞镖 1 次，则飞镖投中阴影区域的概率是 ____________________．



13．已知 a，b（$a\neq b$）是方程 $x^2-x-2024=0$ 的两个实数根，则代数式 $a^2-2025+b$ 的值为________．

14．中国瓦当的发展历程悠久，其艺术风格和功能随着历史时期的变化而演变．现有一瓦当，它的一面是呈扇形的一部分，如图 1 所示，其中两边 AB，CD 所在直线构成的夹角$\angle AOD=80°$，点 O 是扇形所在圆的圆心，$AO=DO=20cm$，$BO=CO=10cm$，如图 2 所示，则该瓦当此面的面积为 cm^2.（结果保留 π）

图1

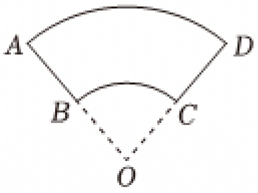
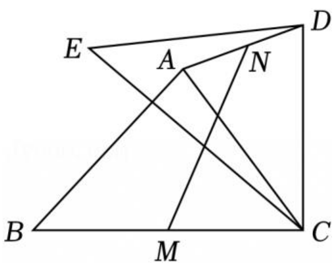


图2

15．已知抛物线 $y=x^2+2tx$（t 为常数，且 $t>0$）上两点 P（﹣$4t$，y_1），Q（m，y_2），当 $5\leqslant m\leqslant 6$ 时，$y_1<y_2$ 恒成立，则 t 的取值范围是______________________ ．

16．如图，△ABC 中，$AC=10$，$BC=14$，$tan\angle ACB=\frac{4}{3}$，将△$ABC$ 绕点 C 旋转得到△DEC，点 A，B 的对应点分别为点 D，E，连接 AD，若点 M，N 分别是 BC，AD 的中点，连接 MN，则 MN 长度的取值范围是 ______________________ ．



三、解答题（本大题共 82 分.解答时应写出必要的计算或说明过程，并把解答过程填写在答题卡相应的位置上）

17．（5 分）解方程：$(x-2)^2=3(x-2)$．

18．（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+6x-m=0$ 有两个不相等的实数根．

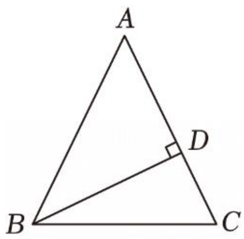
（1）求 m 的取值范围；

（2）若其中一个根是另一个根的 2 倍，求 m 的值．

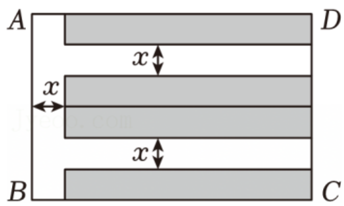
19．（6 分）如图，等腰△ABC 中，$AB=AC$，过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D，$AD=6$，$tanA=\frac{4}{3}$.

（1）求 AB 的长；

（2）求 $\sin C$ 的值．



20．（6 分）某社区为了解决停车难的问题，计划将一块矩形空地 $ABCD$ 改建成一个小型停车场，其中阴影部分为停车位区域，其余部分均为宽度是 x 米的道路，如图所示．已知 $AD=50$ 米，$AB=32$ 米，且停车区域（即阴影部分）的面积为 880 米^2，求道路的宽度 x（米）.



21．（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$），其中两个变量 x 与 y 的部分对应值如下表所示：

x	…	－4	－3	－1	m	1	…
y	…	0	－4	－6	－4	0	…

（1）则 $m=$ ________ ；

（2）求该二次函数的表达式；

（3）当－3≤x≤1 时，则 y 的取值范围是 ________________________ ．

22.（8 分）为了增强学生保护环境的意识，在 6 月 5 日“世界环境日”当天，某校在七、八年级举行了环保知识竞赛，现从七、八年级所有参赛学生中各随机抽取了 10 名学生的成绩（百分制）进行整理和分析，部分信息如下所示：[说明：七、八年级全体参赛学生的竞赛成绩分成了 A，B，C，D 四个分数段，各分数段成绩取值范围为（成绩用 x 表示，单位：分）：$A.60\leqslant x<70$，$B.70\leqslant x<80$，$C.80\leqslant x<90$，$D.90\leqslant x\leqslant 100$．]

【收集数据】

七年级 10 名同学竞赛成绩如下：75，84，78，72，91，79，86，69，72，94．

八年级 10 名同学竞赛成绩中落在 C 分数段的成绩如下：80，82，82，84，85．

【整理数据】七、八年级各 10 名学生竞赛成绩在四个分数段的分布如下表所示：

成绩（分）	A $60\leqslant x<70$	B $70\leqslant x<80$	C $80\leqslant x<90$	D $90\leqslant x\leqslant 100$
七年级	1	5	2	2
八年级	0	4	5	1

【分析数据】七、八年级各 10 名学生竞赛成绩的平均数、中位数、众数、方差如下表：

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	80	78.5	a	64.8
八年级	80	b	82	40.8

【问题解决】根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：$a=$_________，$b=$_________．

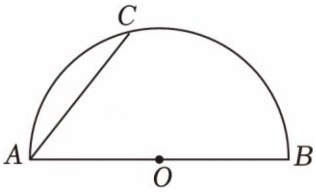
（2）若该校七年级共有 300 名学生参加了知识竞赛，请估计七年级所有参赛学生中成绩达优良（满足 $x\geqslant 80$ 即为优良）的人数．

（3）根据以上数据分析，你认为哪个年级所抽取的 10 名学生竞赛成绩更好？请说明理由．

23.（8 分）如图，AB 是半圆的直径，点 O 为圆心，C 是半圆上一点，连接 AC.

（1）用无刻度的直尺和圆规作图：在半圆上确定一点 P，使得$\overset{\frown}{PB}=\overset{\frown}{PC}$保留作图痕迹)；

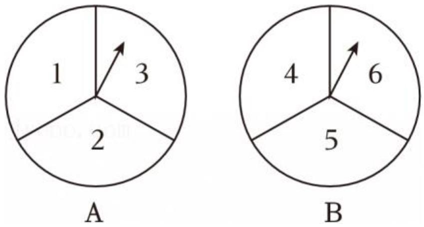
（2）在（1）的条件下，连接 PB，PC，若 AB＝10，AC＝6，求四边形 $ABPC$ 的面积.



24.（7 分）如图，转盘 A，B 中的各个扇形的面积分别相等，转盘 A 的 3 个扇形中分别标有数字 1，2，3，转盘 B 的 3 个扇形中分别标有数字 4，5，6.

（1）现任意转动转盘 A1 次（若指针落在扇形的边界线上，则重转 1 次），当转盘停止转动时，则指针落在标有数字 1 的扇形的概率为____________________ ；

（2）现任意转动转盘 A，B 各 1 次（若指针落在扇形的边界线上，则重转 1 次），当转盘停止转动时，求转盘 A，B 的指针所落扇形中的两个数字之和为奇数的概率.（请用画树状图或列表等方法说明理由）



25.（8 分）如图 1，一扇推拉式窗户，AB 为固定的窗框底边，AC 为该窗户开启的下沿一边，可绕点 A 旋转一定角度，MN 为支撑杆，其中一端固定在窗户下沿边 AC 上的点 M 处，另一端点 N 在窗框底边 AB 上滑动（窗户关闭时，AC，MN 叠合在 AB 边上），支撑杆 MN 的长度固定不变．窗户打开一定角度后，AC 即与 AB 构成一个旋转角∠CAB，其俯视平面图如图 2 所示，窗户的旋转角∠CAB 的大小控制在一定范围内 0°≤∠CAB≤160°，MN＝20cm．

（1）现将窗户打开至旋转角∠CAB＝45°时，第一次测得∠MNA＝30°，求此时 AN 的长；

（2）在（1）的基础上，继续打开窗户，即 AC 绕点 A 逆时针旋转，旋转角∠CAB 从 45°开始逐渐增大，旋转后点 M，N 的对应点分别为点 M'，N'，直至第二次测得∠$M'N'A$＝30°时停止，求端点 N 在此过程中滑动的长度．（结果均保留根号）

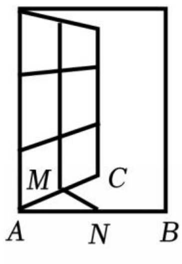


图1

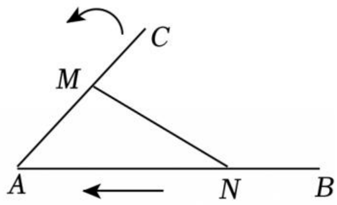


图2

26.（10 分）如图 1，△ABC 中，D 为 AB 边上一点，连接 CD，∠BCD＝∠BAC，以 AD 为直径的⊙O 恰好经过点 C．

（1）求证：BC 是⊙O 的切线；

（2）若$AB=8\sqrt{5}$，tan∠ADC＝2．

①求⊙O 的半径 r；

②如图 2，若点 E 是$\overset{\frown}{AD}$的中点（点 E，C 在直径 AD 的异侧），连接 CE，求 CE 的长．

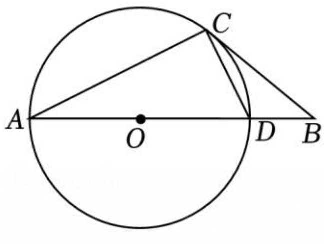


图1

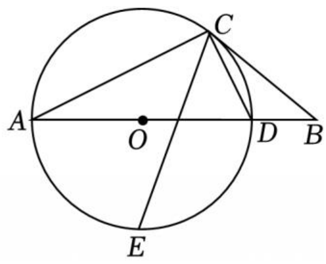


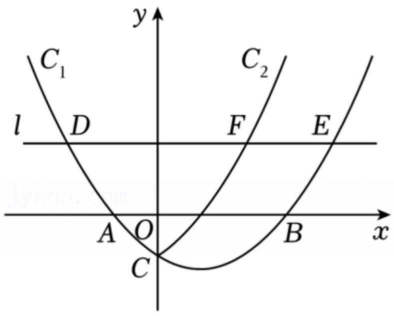
图2

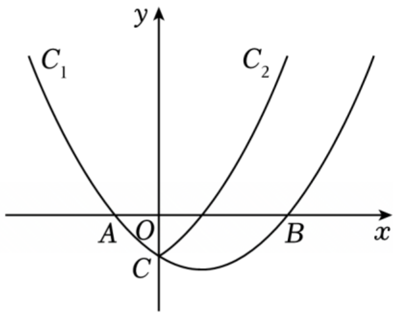
27.（10 分）如图，已知二次函数 $y=a(x+1)(x-3)$（a 是常数，且 $a>0$）的图象 C_1 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，并将图象 C_1 中位于 y 轴左侧的部分作关于 y 轴的对称图象，该对称图象记为图象 C_2.

（1）则点 A 坐标为 ______________，点 B 坐标为 _____________；

（2）若直线 l：$y=m$（m 是常数）交图象 C_1 于点 D，E（点 D 在点 E 的左侧），并与图象 C_2 交于点 F，若 $DF=2EF$，求 a 与 m 的数量关系；

（3）当 $a=\frac{1}{3}$ 时，连接 BC，图象 C_2 上是否存在一点 P，过点 P 作 $PQ\perp$ 直线 BC，垂足为点 Q，连接 CP，使得 $\angle CPQ=2\angle ABC$？若存在，求点 P 坐标；若不存在，请说明理由.





备用图

答案与解析

一、选择题

1．（3 分）一元二次方程 $3x^2-2x-1=0$ 的二次项系数为（　　）

A．3　　B．-2　　C．-1　　D．0

【分析】根据一元二次方程的一般形式，即可解答．

【解答】解：一元二次方程 $3x^2-2x-1=0$ 的二次项系数为 3，

故选：A．

2．（3 分）已知五个数据：2，2，x，5，8 的平均数是 4，现增加了一个数据后的平均数仍不变，则增加的这个数据是（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．5

【分析】先根据算术平均数的定义求出 x 的值，再设增加数据为 m，由增加了一个数据后的平均数仍不变列出关于 m 的方程，解之即可得出答案．

【解答】解：由题意知，$\frac{2+2+x+5+8}{5}=4$，

解得 $x=3$，

所以原数据为 2、2、3、5、8，

设增加数据为 m，

则 $\frac{2+2+3+5+8+m}{6}=4$，

解得 $m=4$，

故选：C．

3．（3 分）用配方法解一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的过程中，配方正确的是（　　）

A．$(x-1)^2=0$　　B．$(x-1)^2=1$　　C．$(x+1)^2=2$　　D．$(x-1)^2=2$

【分析】利用解一元二次方程－配方法进行计算，即可解答．

【解答】解：$x^2-2x-1=0$，

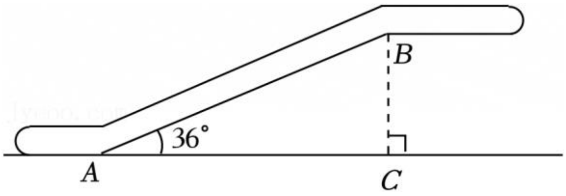
$x^2-2x=1$，

$x^2-2x+1=1+1$，

$(x-1)^2=2$，

故选：D．

4．（3 分）如图，某商场有一自动扶梯，其倾斜角 $\angle BAC=36°$，自动扶梯的长度 $AB=15$ 米．则该自动扶梯的高度 BC 等于（　　）



A．15sin36° 米　　B．$\frac{15}{sin36°}$米

C．15tan36° 米　　D．$\frac{15}{tan36°}$米

【分析】根据题意可得：$BC\perp AC$，然后在 Rt△ABC 中，利用锐角三角函数的定义进行计算，即可解答．

【解答】解：由题意得：$BC\perp AC$，

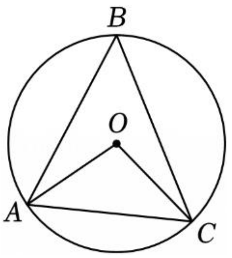
在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=36°$，$AB=15$ 米，

∴$BC=AB\bullet \sin36°=15\sin36°$（米），

∴该自动扶梯的高度 BC 等于 15sin36° 米，

故选：A．

5．（3 分）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，连接 OA，OC，若$\angle OAC=40°$，则$\angle B$ 的度数为（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

【分析】先利用等腰三角形的性质可得$\angle OAC=\angle OCA=40°$，从而可得$\angle AOC=100°$，然后利用圆周角定理进行计算，即可解答．

【解答】解：∵$OA=OC$，

∴$\angle OAC=\angle OCA=40°$，

∴$\angle AOC=180°-\angle OAC-\angle OCA=100°$，

∴$\angle B=\frac{1}{2}\angle AOC=50°$，

故选：B．

6．（3 分）下列关于二次函数 $y=-(x-1)^2+3$ 的图象的性质描述，其中正确的是（　　）

A．图象开口向上

B．图象顶点为（﹣1，3）

C．图象可由函数 $y=-x^2$ 的图象平移得到

D．图象与 y 轴交点为（0，3）

【分析】根据二次函数图象平移法则和图象与系数的关系逐项分析判断即可．

【解答】解：A、二次函数 $y=-(x-1)^2+3$ 的 $a=-1<0$，开口向下，选项说法错误，不符合题意；

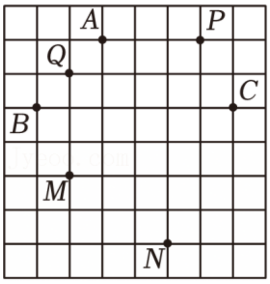
B、二次函数 $y=-(x-1)^2+3$ 的顶点坐标为（1，3），选项说法错误，不符合题意；

C、图象可由函数 $y=-x^2$ 的图象平移得到，选项说法正确，符合题意；

D、图象与 y 轴交点为（0，2），选项说法错误，不符合题意；

故选：C．

7．（3 分）如图，在 8×8 的正方形网格中，点 A，B，C，P，Q，M，N 都在格点上（正方形的顶点即格点），若⊙O 是以 A，B，C 为顶点的三角形的外接圆，则下列各点中，在⊙O 上的是（　　）



A．点 P　　B．点 Q　　C．点 M　　D．点 N

【分析】△ABC 的外心为经过点 Q 的正方形的对角线与 BC 的垂直平分线的交点 O，设每个小正方形的边长都是 1，连接 OC，求得 $OC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，则⊙$O$ 的半径长为$\sqrt{10}$，观察图形并且经过计算可知，点 N 到圆心 O 距离 $ON=\sqrt{10}$，则点 N 在⊙上，于是得到问题的答案．

【解答】解：如图，△ABC 的外心为经过点 Q 的正方形的对角线与 BC 的垂直平分线的交点 O，

设每个小正方形的边长都是 1，连接 OC，

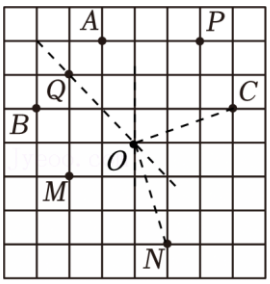
∵$OC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴⊙O 的半径长为$\sqrt{10}$，

观察 P、Q、M、N 四点，只有点 N 到圆心 O 距离 $ON=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

∴点 N 在⊙上，

故选：D．



8．（3 分）已知二次函数 $y=-x^2+2ax-a^2+3a-2$（a 为常数）的图象上有且仅有两个点到 x 轴的距离等于

3 个单位长度，则 a 的取值范围是（　　）

A．$a>-\frac{1}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}<a<\frac{5}{3}$　　C．$\frac{2}{3}<a<\frac{5}{3}$　　D．$a>\frac{5}{3}$

【分析】求得抛物线的顶点为（a，$3a-2$），由题意可知只有在 x 轴下方的函数图象与 $y=-3$ 有两个交点即可．

【解答】解：∵$y=-x^2+2ax-a^2+3a-2=-(x-a)^2+3a-2$，

∴抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=a$，顶点为（a，$3a-2$），

∵二次函数 $y=-x^2+2ax-a^2+3a-2$（a 为常数）的图象上有且仅有两个点到 x 轴的距离等于 3 个单位长度，

∴ $-3<3a-2<3$，

∴$-\frac{1}{3}<a<\frac{5}{3}$，

故选：B．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.请将答案填在答题卡相应的位置上）

9.（3 分）求值：$2\sin30°=$__1__．

【分析】根据特殊教的三角函数值直接解答．

【解答】解：$2\sin30°=2\times\frac{1}{2}=1$．

10.（3 分）若 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx-1=0$ 的一个根，则 m 的值为 __$\frac{3}{2}$__．

【分析】把 $x=2$ 代入一元二次方程得到 $4-2m-1=0$，然后解一次方程即可．

【解答】解：把 $x=2$ 代入方程 $x^2-mx-1=0$ 得 $4-2m-1=0$，

解得 $m=\frac{3}{2}$.

故答案为：$\frac{3}{2}$.

11.（3 分）九年级（1）班 50 名学生的年龄情况如下表所示（单位：岁），则该班级学生年龄的中位数为 16__岁．

年龄	14	15	16	17
人数	3	21	25	1

【分析】根据中位数的定义解答即可，这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

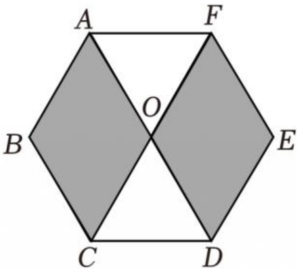
【解答】解：∵50 个数据的中位数是第 25 个和第 26 个数据的平均数，

∴$\frac{1}{2}(16+16)=16$（岁），

即这个班学生年龄的中位数是 16 岁．

故答案为：16．

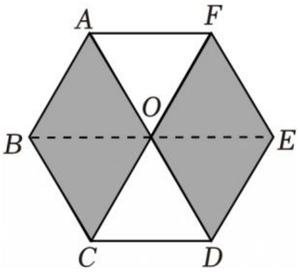
12．（3 分）如图，正六边形 $ABCDEF$ 飞镖游戏板，对角线 AD，CF 相交于点 O．假设飞镖投中游戏板上的每一点是等可能的（若投中各区域的边界线或没有投中游戏板，则重投 1 次），现向该游戏板随机投掷飞镖 1 次，则飞镖投中阴影区域的概率是 $\underline{\ \frac{2}{3}\ }$ ．



【分析】根据几何概率的求法：飞镖落在阴影部分的概率就是阴影区域的面积与总面积的比值．

【解答】解：如图，连接 BE，

根据正六边形的性质，可知图中所有小三角形的面积都相等，



∴任意投掷飞镖一次，飞镖投中阴影部分的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

故答案为：$\frac{2}{3}$.

13．（3 分）已知 a，b（$a\neq b$）是方程 $x^2-x-2024=0$ 的两个实数根，则代数式 $a^2-2025+b$ 的值为__0__ ．

【分析】利用一元二次方程根与系数的关系，结合整体思想即可解决问题．

【解答】解：因为 a，b（$a\neq b$）是方程 $x^2-x-2024=0$ 的两个实数根，

所以 $a^2-a-2024=0$，$a+b=1$，

则 $a^2-2024=a$，

所以 $a^2-2025+b=a+b-1=1-1=0$．

故答案为：0．

14．（3 分）中国瓦当的发展历程悠久，其艺术风格和功能随着历史时期的变化而演变．现有一瓦当，它的一面是呈扇形的一部分，如图 1 所示，其中两边 AB，CD 所在直线构成的夹角$\angle AOD=80°$ ，点 O 是扇形所在圆的圆心，$AO=DO=20cm$，$BO=CO=10cm$，如图 2 所示，则该瓦当此面的面积为 $\underline{\ \frac{200\pi}{3}\ }$

cm^2.（结果保留 π）

图1

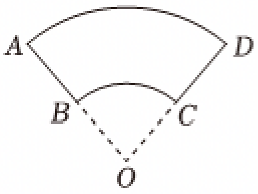


图2

【分析】根据题目中的数据和扇形面积公式，可以计算出该瓦当此面的面积．

【解答】解：∵$\angle AOD=80°$，$AO=DO=20cm$，$BO=CO=10cm$，

∴该瓦当此面的面积为：$\frac{80\pi\times20^2}{360}-\frac{80\pi\times10^2}{360}$

$=\frac{80\pi\times400}{360}-\frac{80\pi\times100}{360}$

$=\frac{800\pi}{9}-\frac{200\pi}{9}$

$=\frac{600\pi}{9}$

$=\frac{200\pi}{3}$（cm^2），

故答案为：$\frac{200\pi}{3}$.

15．（3 分）已知抛物线 $y=x^2+2tx$（t 为常数，且 $t>0$）上两点 $P(-4t, y_1)$，$Q(m, y_2)$，当 $5\leqslant m\leqslant 6$ 时，$y_1<y_2$ 恒成立，则 t 的取值范围是 $\underline{\;0<t<\frac{5}{2}\;}$ ．

【分析】先求出抛物线的对称轴，再求出 $P(-4t, y_1)$ 点关于对称轴的对称点 $P'(2t, y_1)$，经判断可得 P' 点和 Q 点都在对称轴右侧，且对称轴开口向上，y 随 x 的增大而增大，则可判断求得 t 的取值范围．

【解答】解：对于抛物线 $y=x^2+2tx$，根据对称轴公式 $x=-\frac{b}{2a}$，

∵$a=1$、$b=2t$，

∴对称轴为：$x=-t$，

∵点 $P(-4t, y_1)$ 关于对称轴，$x=-t$ 的对称点为 $P'(2t, y_1)$，

∵$t>0$，

∴对称轴，$x=-t<0$，$2t>0$，

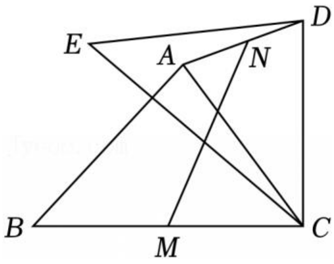
∴$P'(2t, y_1)$，$Q(m, y_2)$ 两点均在对称轴右侧，且抛物线开口向上，

∵要使 $y_1<y_2$ 恒成立，则 $2t<m$，

∴$0<t<\frac{5}{2}$.

故答案为：$0<t<\frac{5}{2}$.

16.（3 分）如图，△ABC 中，AC＝10，BC＝14，$tan\angle ACB=\frac{4}{3}$，将△$ABC$ 绕点 C 旋转得到△DEC，点 A，B 的对应点分别为点 D，E，连接 AD，若点 M，N 分别是 BC，AD 的中点，连接 MN，则 MN 长度的取值范围是 __$4\sqrt{2}-5\leqslant MN\leqslant 4\sqrt{2}+5$__ .



【分析】取 AC 的中点 K，连接 MK，NK，过 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，由 $\tan\angle ACB=\frac{AH}{HC}=\frac{4}{3}$，令 AH＝$4x$，CH＝$3x$，由勾股定理得到（$4x$）^{2}+（$3x$）^{2}＝10^2，求出 x＝2，得到 AH＝8，CH＝6，判定△ABH 是等腰直角三角形，求出 $AB=\sqrt{2}AH$＝$8\sqrt{2}$，由三角形中位线定理求出 $MK=\frac{1}{2}AB$＝$4\sqrt{2}$，$NK=\frac{1}{2}CD$＝5，由三角形三边关系定理得到 $MK-NK\leqslant MN\leqslant MK+NK$，即可求出 MN 的取值范围.

【解答】解：取 AC 的中点 K，连接 MK，NK，过 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，

∵$\tan\angle ACB=\frac{AH}{HC}=\frac{4}{3}$，

∴令 AH＝$4x$，CH＝$3x$，

∵AH^2+CH^2＝AC^2，

∴（$4x$）^{2}+（$3x$）^{2}＝10^2，

∴x＝2（舍去负值），

∴AH＝8，CH＝6，

∴BH＝$BC-CH$＝14－6＝8，

∴AH＝BH，

∴△ABH 是等腰直角三角形，

∴$AB=\sqrt{2}AH$＝$8\sqrt{2}$，

∵M、N、K 分别是 BC、AD、AC 的中点，

∴MK，NK 分别是△ABC 和△CAD 的中位线，

∴$MK=\frac{1}{2}AB$＝$4\sqrt{2}$，$NK=\frac{1}{2}CD$，

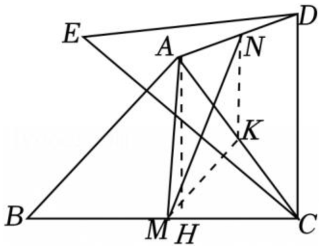
由旋转的性质得到 CD＝CA＝10，

∴NK＝5，

∵$MK-NK≤MN≤MK+NK$，

∴$4\sqrt{2}-5≤MN≤4\sqrt{2}+5$，

故答案为：$4\sqrt{2}-5≤MN≤4\sqrt{2}+5$．



三、解答题（本大题共 82 分.解答时应写出必要的计算或说明过程，并把解答过程填写在答题卡相应的位置上）

17．（5 分）解方程：$(x-2)^2=3(x-2)$．

【分析】首先移项，把等号右边的式子变成 0，然后把等号左边的式子分解因式，根据几个因式的乘积是 0，则至少有一个是 0，即可转化成一元一次方程，从而求解．

【解答】解：移项得：$(x-2)^2-3(x-2)=0$，

即：$(x-2)(x-2-3)=0$，

则 $(x-2)(x-5)=0$，

则 $x-2=0$ 或 $x-5=0$，

则方程的解是：$x_1=2$，$x_2=5$．

18．（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+6x-m=0$ 有两个不相等的实数根．

（1）求 m 的取值范围；

（2）若其中一个根是另一个根的 2 倍，求 m 的值．

【分析】（1）根据 $\Delta>0$，构建不等式求解；

（2）设一个根为 a，另一个根为 $2a$，构建方程求出 a 可得结论．

【解答】解：（1）∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+6x-m=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta>0$，

∴$36+4m>0$，

∴$m>-9$；

（2）设一个根为 a，另一个根为 $2a$，

则有 $a+2a=-6$，

∴$a=-2$，

∴两根分别为 -2，-4，

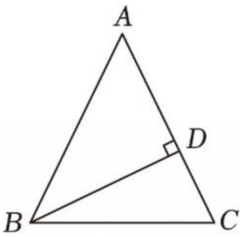
∵ $-2\times(-4)=-m$，

∴$m=-8$.

19.（6 分）如图，等腰△ABC 中，$AB=AC$，过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D，$AD=6$，$tanA=\frac{4}{3}$.

（1）求 AB 的长；

（2）求 $\sin C$ 的值.



【分析】（1）先根据∠A 的正切及 AD 的长，求出 BD 的长，再利用勾股定理即可解决问题.

（2）在 Rt△BCD 中，求出 BC 的长，再结合正弦的定义即可解决问题.

【解答】解：（1）∵$BD\perp AC$，

∴∠ADB=∠BDC=90°.

在 Rt△ABD 中，

$\tan A=\frac{BD}{AD}=\frac{4}{3}$，

∵$AD=6$，

∴$BD=8$，

∴$AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$.

（2）∵$AB=AC$，$AB=10$，

∴$AC=10$，

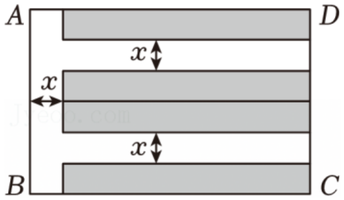
∴$CD=AC-AD=10-6=4$.

在 Rt△BCD 中，

$BC=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，

∴$\sin C=\frac{BD}{BC}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

20.（6 分）某社区为了解决停车难的问题，计划将一块矩形空地 $ABCD$ 改建成一个小型停车场，其中阴影部分为停车位区域，其余部分均为宽度是 x 米的道路，如图所示．已知 $AD=50$ 米，$AB=32$ 米，且停车区域（即阴影部分）的面积为 880 米^2，求道路的宽度 x（米）.



【分析】由题意可知，停车区域的总长为（50﹣x）米，宽为（32﹣2x）米，根据停车区域（即阴影部分）的面积为 880 米^2，列出一元二次方程，解之取符合题意的值即可．

【解答】解：由题意得：（50﹣x）（32﹣2x）＝880，

整理得：x^2﹣66x+360＝0，

解得：x_1＝60（不合题意，舍去），x_2＝6，

答：道路的宽度 x 是 6 米．

21．（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$），其中两个变量 x 与 y 的部分对应值如下表所示：

x	…	﹣4	﹣3	﹣1	m	1	…
y	…	0	﹣4	﹣6	﹣4	0	…

（1）则 m＝ <u>0</u> ；

（2）求该二次函数的表达式；

（3）当﹣3≤x≤1 时，则 y 的取值范围是 <u>$-\frac{25}{4}\leq x\leq -4$</u> ．

【分析】（1）利用抛物线的对称性先确定抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{3}{2}$，然后利用当 x＝﹣3 和 x＝0 时函数值相等得到 m 的值；

（2）设交点式为 $y=a(x+4)(x-1)$，然后把（0，﹣4）代入求出 a 即可；

（3）先利用配方法得到 $y=(x+\frac{3}{2})^2-\frac{25}{4}$，则当 $x=-\frac{3}{2}$时，y 有最小值$-\frac{25}{4}$，由于当 x＝﹣3 时，y＝﹣4；x＝1，y＝0，从而可确定当﹣3≤x≤1 时，y 的取值范围．

【解答】解：（1）∵抛物线经过点（﹣4，0）和（1，0），

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{3}{2}$，

∴当 x＝﹣3 和 x＝0 时，y＝﹣4，

即 m＝0；

故答案为：0；

（2）设抛物线解析式为 $y=a(x+4)(x-1)$，

把（0，﹣4）代入得﹣4＝a×4×（﹣1），

解得 $a=1$，

∴抛物线解析式为 $y=(x+4)(x-1)$，

即 $y=x^2+3x-4$；

（3）∵$y=x^2+3x-4=(x+\frac{3}{2})^2-\frac{25}{4}$，

∴当 $x=-\frac{3}{2}$时，y 有最小值，最小值为$-\frac{25}{4}$，

∵当 $x=-3$ 时，$y=-4$；$x=1$，$y=0$，

∴当 $-3\leqslant x\leqslant 1$ 时，则 y 的取值范围是$-\frac{25}{4}\leq x\leqslant 0$.

故答案为：$-\frac{25}{4}\leq x\leqslant 0$.

22.（8 分）为了增强学生保护环境的意识，在 6 月 5 日“世界环境日”当天，某校在七、八年级举行了环保知识竞赛，现从七、八年级所有参赛学生中各随机抽取了 10 名学生的成绩（百分制）进行整理和分析，部分信息如下所示：[说明：七、八年级全体参赛学生的竞赛成绩分成了 A，B，C，D 四个分数段，各分数段成绩取值范围为（成绩用 x 表示，单位：分）：$A.60\leqslant x<70$，$B.70\leqslant x<80$，$C.80\leqslant x<90$，$D.90\leqslant x\leqslant 100$．]

【收集数据】

七年级 10 名同学竞赛成绩如下：75，84，78，72，91，79，86，69，72，94.

八年级 10 名同学竞赛成绩中落在 C 分数段的成绩如下：80，82，82，84，85.

【整理数据】七、八年级各 10 名学生竞赛成绩在四个分数段的分布如下表所示：

成绩（分）	A $60\leqslant x<70$	B $70\leqslant x<80$	C $80\leqslant x<90$	D $90\leqslant x\leqslant 100$
七年级	1	5	2	2
八年级	0	4	5	1

【分析数据】七、八年级各 10 名学生竞赛成绩的平均数、中位数、众数、方差如下表：

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	80	78.5	a	64.8
八年级	80	b	82	40.8

【问题解决】根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：$a=$__72__，$b=$__81__．

（2）若该校七年级共有 300 名学生参加了知识竞赛，请估计七年级所有参赛学生中成绩达优良（满足

x≥80 即为优良）的人数.

（3）根据以上数据分析，你认为哪个年级所抽取的 10 名学生竞赛成绩更好？请说明理由.

【分析】（1）根据众数和中位数的定义求解即可；

（2）总人数乘以样本中七年级成绩优良人数所占比例即可；

（3）根据中位数、平均数及方差的意义求解即可.

【解答】解：（1）七年级成绩的众数 a＝72，八年级成绩的中位数 $b=\frac{80+82}{2}=81$，

故答案为：72、81；

（2）$300\times\frac{2+2}{10}=120$（人），

答：估计七年级所有参赛学生中成绩达优良（满足 x≥80 即为优良）的人数约有 120 人；

（3）八年级成绩更好，

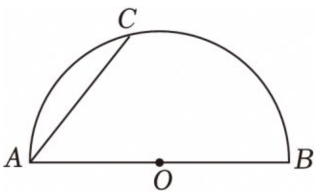
因为七、八年级成绩的平均数相等，而八年级成绩的中位数大于七年级，方差小于七年级，

所以八年级高分人数多余七年级，稳定性更好.

23．（8 分）如图，AB 是半圆的直径，点 O 为圆心，C 是半圆上一点，连接 AC.

（1）用无刻度的直尺和圆规作图：在半圆上确定一点 P，使得$\overset{\frown}{PB}=\overset{\frown}{PC}$保留作图痕迹）；

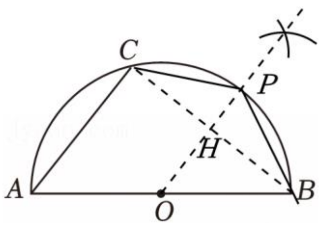
（2）在（1）的条件下，连接 PB，PC，若 AB＝10，AC＝6，求四边形 $ABPC$ 的面积.



【分析】（1）过点 O 作 $OP\perp BC$ 交⊙O 于点 P，点 P 即为所求；

（2）利用勾股定理求出 BC，再求出 PH，利用三角形面积公式求解即可.

【解答】解：（1）如图，点 P 即为所求；



（2）∵AB 是直径，

∴$\angle ACB$＝90°，

∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

∵$OP\perp BC$，

∴$CH=BH$，

∵$OA=OB$，

∴$OH=\frac{1}{2}AC=3$，

∵$OP=5$，

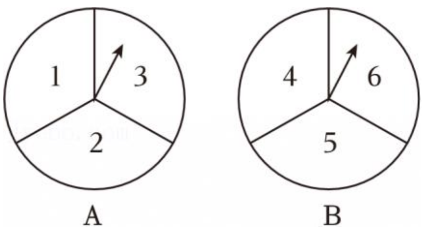
∴$PH=OP-OH=5-3=2$，

∴四边形 $ABPC$ 的面积$=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC+\frac{1}{2}\cdot BC\cdot PH=\frac{1}{2}\times6\times8+\frac{1}{2}\times8\times2=32$.

24.（7 分）如图，转盘 A，B 中的各个扇形的面积分别相等，转盘 A 的 3 个扇形中分别标有数字 1，2，3，转盘 B 的 3 个扇形中分别标有数字 4，5，6.

（1）现任意转动转盘 A1 次（若指针落在扇形的边界线上，则重转 1 次），当转盘停止转动时，则指针落在标有数字 1 的扇形的概率为 $\underline{\frac{1}{3}}$ ；

（2）现任意转动转盘 A，B 各 1 次（若指针落在扇形的边界线上，则重转 1 次），当转盘停止转动时，求转盘 A，B 的指针所落扇形中的两个数字之和为奇数的概率.（请用画树状图或列表等方法说明理由）



【分析】（1）直接用求概率的方法求概率即可.

（2）列出表格，可以得出等可能的结果以及两个数字之和为奇数的结果，然后利用概率公式求概率即可.

【解答】解：（1）当转盘停止转动时，则指针落在标有数字 1 的扇形的概率为$\frac{1}{3}$，

故答案为：$\frac{1}{3}$；

（2）根据题意，列表如下：

	1	2	3
4	5	6	7
5	6	7	8
6	7	8	9

由表可知，共有 9 种等可能的结果，其中转盘 A，B 的指针所落扇形中的两个数字之和为奇数的有 5 种结果，

所以转盘 A，B 的指针所落扇形中的两个数字之和为奇数得概率为$\frac{5}{9}$.

25.（8 分）如图 1，一扇推拉式窗户，AB 为固定的窗框底边，AC 为该窗户开启的下沿一边，可绕点 A 旋转一定角度，MN 为支撑杆，其中一端固定在窗户下沿边 AC 上的点 M 处，另一端点 N 在窗框底边 AB 上滑动（窗户关闭时，AC，MN 叠合在 AB 边上），支撑杆 MN 的长度固定不变．窗户打开一定角度后，AC 即与 AB 构成一个旋转角∠CAB，其俯视平面图如图 2 所示，窗户的旋转角∠CAB 的大小控制在一定范围内 0°≤∠CAB≤160°，MN＝20cm．

（1）现将窗户打开至旋转角∠CAB＝45°时，第一次测得∠MNA＝30°，求此时 AN 的长；

（2）在（1）的基础上，继续打开窗户，即 AC 绕点 A 逆时针旋转，旋转角∠CAB 从 45°开始逐渐增大，旋转后点 M，N 的对应点分别为点 M'，N'，直至第二次测得∠$M'N'A$＝30°时停止，求端点 N 在此过程中滑动的长度．（结果均保留根号）

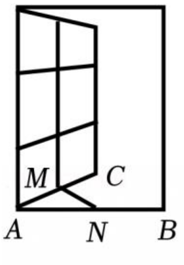


图1

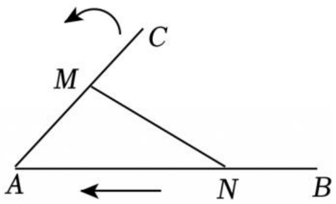


图2

【分析】（1）如图 2 中，过点 N＝M 作 MH⊥ABy 于点 H．解直角三角形求出 AH，HN 即可；

（2）如图 3 中，作 $M'H'$⊥BA 交 BA 的延长线于点 H'，求出 AN' 可得结论．

【解答】解：（1）如图 2 中，过点 N＝M 作 MH⊥ABy 于点 H．

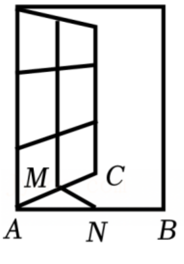


图1

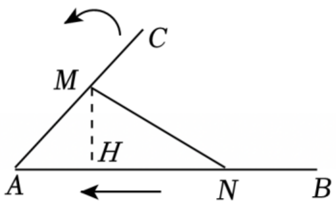


图2

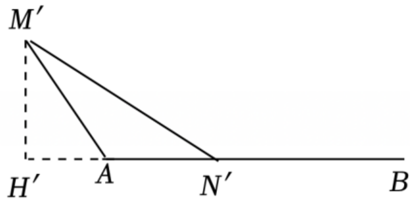


图3

在 Rt△MNH 中，∠MNH＝30°，MN＝20cm，

∴MH＝$\frac{1}{2}MN$＝$\frac{1}{2}$×20＝10（cm），HN＝$\sqrt{3}MH$＝$10\sqrt{3}$（cm），

在 Rt△AMH 中，∠MAH＝45°，

∴MH＝AH＝10（cm），AM＝$10\sqrt{2}$（cm），

∴AN＝AH+HN＝（$10+10\sqrt{3}$）cm；

（2）如图 3 中，作 $M'H'\perp BA$ 交 BA 的延长线于点 H'．

在 Rt△$M'N'H'$ 中，$\angle M'N'H'=30°$，$M'N'=20cm$，

∴$M'H'=\frac{1}{2}M'N'=\frac{1}{2}\times 20=10$（$cm$），$H'N'=\sqrt{3}M'H'=10\sqrt{3}$（$cm$），

在 Rt△AMH 中，$AH'=\sqrt{AM'^2-M'H'^2}=10$（$cm$）

∴$AN'=H'N'-AH'=$（$10\sqrt{3}-10$）cm；

∴端点 N 在此过程中滑动的长度＝（$10+10\sqrt{3}$）－（$10\sqrt{3}-10$）＝20（cm）．

26．（10 分）如图 1，△ABC 中，D 为 AB 边上一点，连接 CD，$\angle BCD=\angle BAC$，以 AD 为直径的⊙O 恰好经过点 C．

（1）求证：BC 是⊙O 的切线；

（2）若$AB=8\sqrt{5}$，$\tan\angle ADC=2$．

①求⊙O 的半径 r；

②如图 2，若点 E 是$\widehat{AD}$的中点（点 E，C 在直径 AD 的异侧），连接 CE，求 CE 的长．

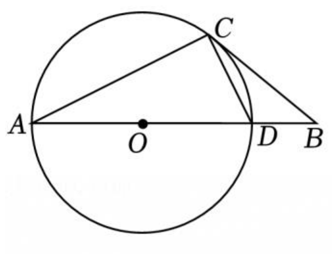


图1

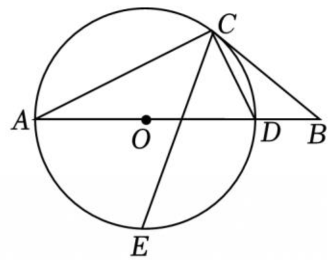


图2

【分析】（1）连接 OC，根据圆周角定理得到$\angle ACD=90°$，根据等腰三角形的性质得到$\angle A=\angle ACO$，求得$\angle OCB=90°$，根据切线的判定定理得到结论；

（2）①根据相似三角形的判定和性质定理得到$\frac{BC}{AB}=\frac{BD}{BC}=\frac{CD}{AD}=\frac{1}{2}$，求得 $BC=4\sqrt{5}$，得到 $BD=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{5}$，于是得到⊙$O$ 的半径 r 为 $3\sqrt{5}$；

②连接 AE，由点 E 是$\widehat{AD}$的中点，得到$\widehat{AE}=\widehat{DE}$，求得$\angle ACE=\angle DCE$，$AE=DE$，根据圆周角定理得到$\angle AED=\angle ACD=90°$，求得$\angle ACE=\angle DCE=45°$，得到 $AC=12$，$CD=6$，过 A 作 $AH\perp CE$ 于 H，过根据等腰直角三角形的性质得到 $AH=CH=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=6\sqrt{2}$，根据相似三角形的判定和性质定理即可得到结论．

【解答】（1）证明：连接 OC，

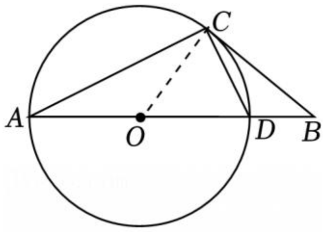


图1

∵AD 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACD=90°$，

∴$\angle ACO+\angle OCD=90°$，

∵$OA=OC$，

∴$\angle A=\angle ACO$，

∴$\angle A+\angle OCD=90°$，

∵$\angle BCD=\angle BAC$，

∴$\angle BCD+\angle OCD=90°$，

∴$\angle OCB=90°$，

∵OC 是⊙O 的半径，

∴BC 是⊙O 的切线；

（2）解：①∵$\angle ACD=90°$，

∴$\tan\angle ADC=\frac{AD}{CD}=2$，

∵$\angle BCD=\angle BAC$，$\angle B=\angle B$，

∴$\triangle BCD\backsim\triangle BAC$，

∴$\frac{BC}{AB}=\frac{BD}{BC}=\frac{CD}{AD}=\frac{1}{2}$，

∵$AB=8\sqrt{5}$，

∴$BC=4\sqrt{5}$，

∴$BD=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{5}$，

∴$AD=AB-BD=8\sqrt{5}-2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$，

∴$AO=\frac{1}{2}AB=3\sqrt{5}$，

∴⊙O 的半径 r 为 $3\sqrt{5}$；

②连接 AE，

∵点 E 是$\overset{\frown}{AD}$的中点，

∴$\widehat{AE}=\widehat{DE}$，

∴$\angle ACE=\angle DCE$，$AE=DE$，

∵AD 是⊙O 的直径，

∴$\angle AED=\angle ACD=90°$ ，

∴$\angle ACE=\angle DCE=45°$ ，

∵$AD=6\sqrt{5}$，

∴$AE=DE=6\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{10}$，

∵$\tan\angle ADC=\frac{AC}{CD}=2$，

∴$AC=12$，$CD=6$，

过 A 作 $AH\perp CE$ 于 H，

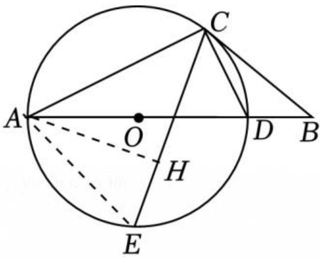


图2

∴$\triangle ACH$ 是等腰直角三角形，

∵$AC=12$，

∴$AH=CH=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=6\sqrt{2}$，

∵$\angle AHE=\angle ACD=90°$ ，$\angle AEC=\angle ADC$，

∴$\triangle AHE\backsim\triangle ACD$，

∴$HE=\frac{CD}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，

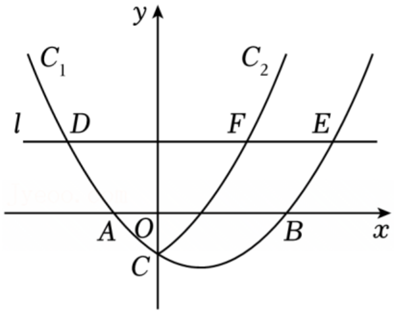
∴$CE=CH+HE=9\sqrt{2}$.

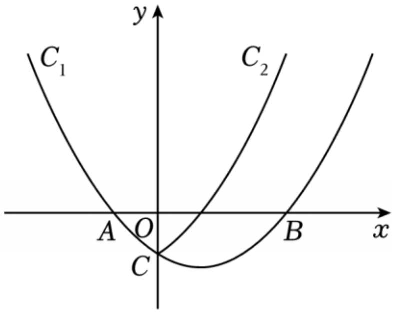
27.（10 分）如图，已知二次函数 $y=a(x+1)(x-3)$（a 是常数，且 $a>0$）的图象 C_1 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，并将图象 C_1 中位于 y 轴左侧的部分作关于 y 轴的对称图象，该对称图象记为图象 C_2.

（1）则点 A 坐标为 ＿（-1，0）＿，点 B 坐标为 ＿（3，0）＿；

（2）若直线 l：$y=m$（m 是常数）交图象 C_1 于点 D，E（点 D 在点 E 的左侧），并与图象 C_2 交于点 F，若 $DF=2EF$，求 a 与 m 的数量关系；

（3）当$a=\frac{1}{3}$时，连接 BC，图象 C_2 上是否存在一点 P，过点 P 作 $PQ\perp$直线 BC，垂足为点 Q，连接 CP，使得 $\angle CPQ=2\angle ABC$？若存在，求点 P 坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

【分析】（1）令 $y=a(x+1)(x-3)=0$，则 $x=3$ 或 -1，即可求解；

（2）由二次函数 $y=a(x+1)(x-3)$ 知，其对称轴为直线 $x=1$，故设点 $E(t，at^2-2at-3a)$，则点 $D(2-t，at^2-2at-3a)$，则点 F 的横坐标为：$t-2$，则 $DF=2t-4$，$2EF=4=2t-4$，则 $t=4$，即可求解；

（3）证明$\triangle QNP\backsim\triangle CMQ$，得到$\therefore\frac{CM}{QN}=\frac{QM}{PN}=\frac{CQ}{PQ}=\frac{3}{4}$，求出点 $P(\frac{13}{9}m，\frac{5m-3}{3})$，即可求解．

【解答】解：（1）令 $y=a(x+1)(x-3)=0$，则 $x=3$ 或 -1，

即点 A、B 的坐标分别为：$(-1，0)$、$(3，0)$，

故答案为：$(-1，0)$、$(3，0)$；

（2）由题意得：C_2：$y=a(-x+1)(-x-3)=a(x-1)(x+3)=a(x^2+2x-3)$，

由二次函数 $y=a(x+1)(x-3)$ 知，其对称轴为直线 $x=1$，故设点 $E(t，at^2-2at-3a)$，则点 $D(2-t，at^2-2at-3a)$，则点 F 的横坐标为：$t-2$，

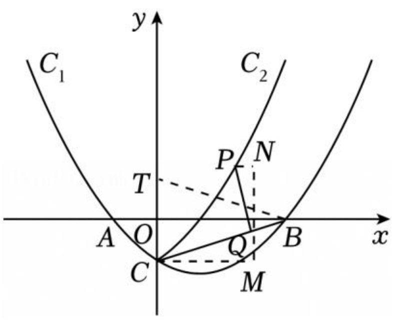
则 $DF=2t-4$，$2EF=4=2t-4$，则 $t=4$，

则 $m=at^2-2at-3a=16a-8a-3a=5a$；

（3）存在，理由：

取 $OT=OC=1$，则$\angle CBT=2\angle ABC=\angle CPQ$，

由点 C、B 的坐标得，$BC=\sqrt{10}=BT$，设 BT 边上的高为 h，



则 $S_{\triangle BCT}=\frac{1}{2}\times CT\times BO=\frac{1}{2}\times BT\times h$，即 $2\times3=\sqrt{10}h$，则 $h=\frac{6}{\sqrt{10}}$，

则 $\sin\angle CBT=\frac{h}{BC}=\frac{\frac{6}{\sqrt{10}}}{\sqrt{10}}=\frac{3}{5}$，则 $\tan\angle CBT=\frac{3}{4}=\tan\angle CPQ=\frac{CQ}{PQ}$，

由点 B、C 的坐标得，直线 BC 的表达式为：$y=\frac{1}{3}x-1$，

设点 P（x，y），点 Q（m，$\frac{1}{3}m-1$），

过点 Q 作 y 轴的平行线交过点 P 和 x 轴的平行线于点 N，交过点 C 和 x 轴的平行线于点 M，

∵ $\angle NQP+\angle NPQ=90°$，$\angle NQP+\angle CQM=90°$，

∴ $\angle NPQ=\angle CQM$，

∴ $\triangle QNP\backsim\triangle CMQ$，

∴ $\frac{CM}{QN}=\frac{QM}{PN}=\frac{CQ}{PQ}=\frac{3}{4}$，即 $\frac{m}{y-\frac{1}{3}m+1}=\frac{3}{4}=-\frac{\frac{1}{3}m-1+1}{x-m}$，

解得：$x=\frac{5m}{9}$，$y=\frac{5m-3}{3}$，即点 P（$\frac{5m}{9}$，$\frac{5m-3}{3}$），

将点 P 的坐标代入 $y=\frac{1}{3}$（x^2+2x-3），即 $\frac{5m-3}{3}=\frac{1}{3}[(\frac{5m}{9})^2+2\times\frac{5m}{9}-3]$，

解得：$m=0$（舍去）或 $\frac{63}{5}$，

则 $x=\frac{5m}{9}=7$，

即点 P（7，20）.