

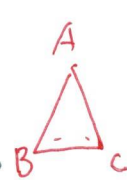
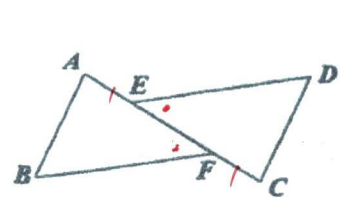
2025~2026 学年第一学期阶段性学业水平阳光测评

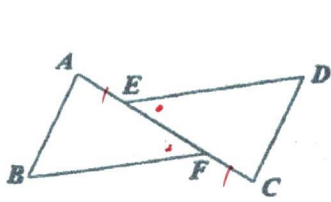
初二数学

2025.11

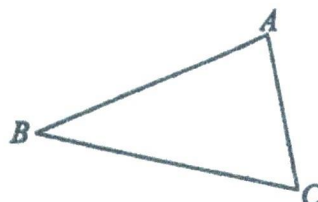
(满分 130 分, 时长 120 分钟)

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确答案用 2B 铅笔涂在答题卷相应的位置上.

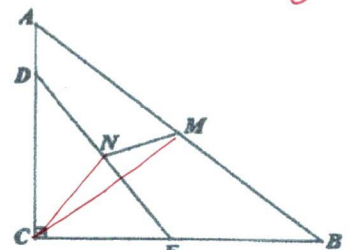
- 1. 一个三角形的两边长分别是 3, 6, 则该三角形第三条边的长度可以是 **B**
 A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
- 2. 若分式 $\frac{2}{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 **C**
 A. $x \neq 0$ B. $x = 0$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$
- 3. 下列从左到右的变形中, 属于因式分解的是 **A**
 A. $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ B. $x^2 - 2x + 1 = x(x-2) + 1$
 C. $x^2 - x = x^2(1 - \frac{1}{x})$ D. $x(x-3) = x^2 - 3x$
- 4. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=50^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 **D**
 A. 50° B. 60° C. 65° D. 80° 
- 5. 如图, 点 E, F 在 AC 上, 且 $AE=CF$, $\angle AFB = \angle CED$, 添加下列一个条件后, 仍不能判定 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 的是 **A**
 A. $AB=CD$ B. $\angle B = \angle D$ C. $BF=DE$ D. $AB \parallel CD$ 



第 5 题图



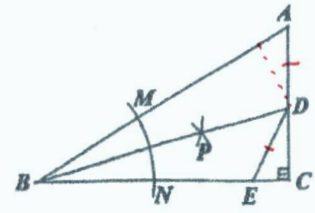
第 6 题图



第 7 题图

- 6. 如图, 三个居民小区分别座落在图中 $\triangle ABC$ 三个顶点 A, B, C 处, 现要建一个牛奶供应站 P , 且该供奶站 P 到三小区 A, B, C 的距离相等, 则点 P 的位置应选在 **D**
 A. $\triangle ABC$ 三条中线的交点 B. $\triangle ABC$ 三个内角平分线的交点
 C. $\triangle ABC$ 三条高所在直线的交点 D. $\triangle ABC$ 三边的垂直平分线的交点
- 7. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=10$, $AC=6$, $BC=8$, 线段 DE 的两个端点 D, E 分别在 AC, BC 上滑动, 且 $DE=6$, 若点 M, N 分别是 AB, DE 的中点, 连接 MN , 则 MN 的长度最小值为 **B** $5-3=2$
 A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

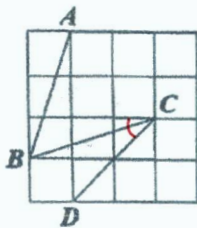
8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以点 B 为圆心, 适当长为半径作弧, 与 BA, BC 分别交于点 M, N , 再分别以点 M, N 为圆心, 取大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径作弧, 两弧交于点 P , 作射线 AP 交 AC 于点 D , 点 E 在 BC 上, 连接 DE , 且 $AD=DE$, 若 $AB=12, BE=9$, 则 CE 的长为



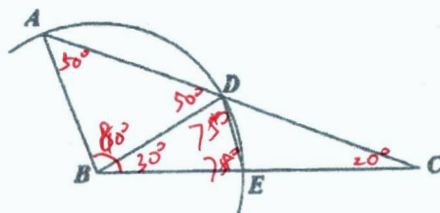
- A. 1 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{4}$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 请将答案填在答题卷相应的位置上.

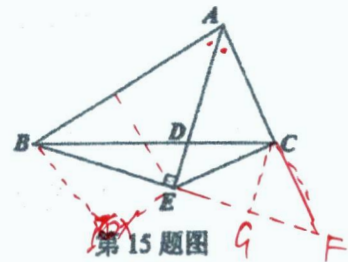
9. 因式分解: $a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2$.
10. 若 $m+n=3, mn=-4$, 则 m^2n+mn^2 的值为 -12 .
11. 若 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 2$, 则分式 $\frac{ab}{a-b}$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.
12. 已知关于 x 的方程 $\frac{3x}{x-2} + 1 = \frac{m}{x-2}$ 有增根, 则常数 m 的值为 6 .
13. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 点 A, B, C, D 均为格点(小正方形的顶点为格点), 则 $\angle BAD + \angle BCD = 45^\circ$.



第 13 题图

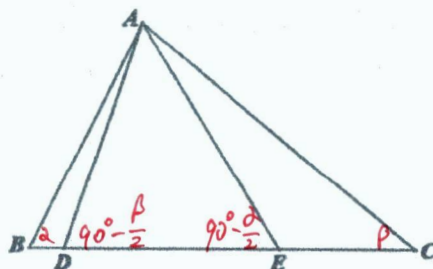


第 14 题图



第 15 题图

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=50^\circ, \angle C=20^\circ$, 以点 B 为圆心, AB 长为半径画弧, 分别交 AC, BC 于点 D, E , 连接 DE , 则 $\angle CDE$ 的度数为 55° .
15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC < \angle ACB$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 D , 过点 B 作 $BE \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E , 连接 CE , 若 $\triangle ABE$ 的面积为 25, $\triangle BCE$ 的面积为 11, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 28 .
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=78^\circ$, 点 D, E 在边 BC 上, 且 $AB=BE, AC=CD$, 则 $\angle DAE$ 的度数为 51° .



第 16 题图

$2 + \beta = 102^\circ$

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分，把解答过程写在答题卡相应的位置上，解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明。

17. (本题满分 6 分) 因式分解：

(1) $2x^2 - 18;$
 $= 2(x+3)(x-3)$

(2) $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3.$
 $= xy(x^2 - 2xy + y^2)$
 $= xy(x-y)^2.$

18. (本题满分 6 分) 计算：

(1) $\frac{2x}{x-y} - \frac{2y}{x-y};$
 $= \frac{2x-2y}{x-y}$
 $= 2$

(2) $\frac{x+1}{x^2-x} \cdot (x - \frac{3x-1}{x+1}).$
 $= \frac{x+1}{x(x-1)} \cdot \frac{x^2+x-3x+1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)} \cdot (x-1)^2 = \frac{x-1}{x}$

19. (本题满分 5 分) 先化简，再求值： $1 - (x-2 - \frac{5}{x+2}) \div \frac{x^2-6x+9}{x+2}$ ，其中 $x=2$ 。

原式 $= 1 - \frac{x^2-4-5}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x-3)^2}$
 $= 1 - \frac{x+3}{x-3}$
 代入 $x=2 = 6$

20. (本题满分 6 分) 解方程： $\frac{4}{x^2-1} - \frac{3}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-x}$

解： $\frac{4}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{x(x+1)} = \frac{2}{x(x-1)}$
 左右同乘 $x(x+1)(x-1)$

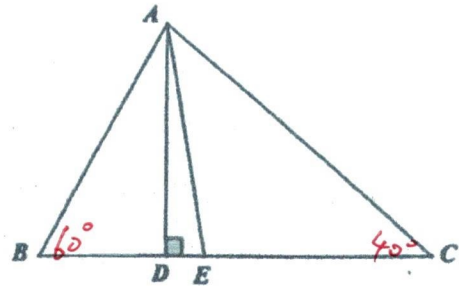
$4x - 3(x-1) = 2(x+1)$
 得： $x=1$

经检验， $x=1$ 是增根，方程无解

21. (本题满分 6 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是高， AE 是角平分线，且 $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=40^\circ$ 。

求 $\angle DAE$ 的度数。

解： $\angle BAC = 80^\circ$ ，故 $\angle BAE = 40^\circ$
 $\angle BAD = 30^\circ$ ，故 $\angle DAE = 10^\circ$

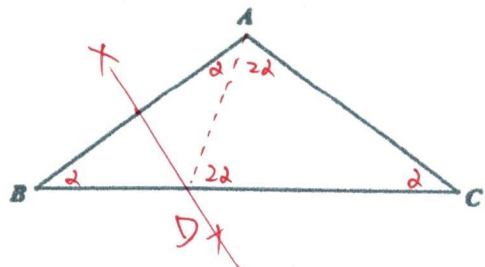


22. (本题满分 7 分) 如图，在钝角 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ 。

(1) 尺规作图：在边 BC 上确定一点 D ，使得 $AD=BD$ (保留作图痕迹，标注相应字母，不写作法)；

(2) 在 (1) 的基础上，若 $AC=CD$ ，求 $\angle BAC$ 的度数。

$5\alpha = 180^\circ$
 $\alpha = 36^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 108^\circ$



23. (本题满分 8 分) 某校积极发展航模特色社团, 为了让航模小组能更好地完成无人机的训练、参赛任务, 现需购买 A、B 两种新款无人机模型, 已知 A 型无人机模型的单价比 B 型贵 800 元; 用 12000 元购买 A 型无人机模型的数量与用 8000 元购买 B 型无人机模型的数量相同.

(1) 求 A 型和 B 型无人机模型的单价各是多少元?

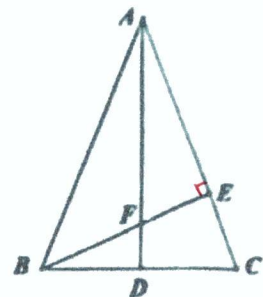
(2) 若航模小组购买 A、B 两种新款无人机模型共 10 台, 共用资金 20000 元, 求航模小组购买 A 型无人机模型的数量.

(1) 设 A 型无人机 x 元, 则 B 型无人机单价 $x-800$.
由题意得: $\frac{12000}{x} = \frac{8000}{x-800}$, $x=2400$ (经检验是方程的根)
故 A 型单价 2400 元, B 型单价 1600 元.

(2) 设购 A 型 a 台, 则 B: $10-a$
 $2400 \times a + 1600 \times (10-a) = 20000$
 $a = 5$
答: 购买 A 型无人机 5 台

24. (本题满分 8 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=45^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D, $BE \perp AC$ 于点 E, AD, BE 交于点 F.

(1) 求证: $\triangle AEF \cong \triangle BEC$; $\begin{cases} AF=EB \\ \angle AEF=\angle BEC=90^\circ \\ \angle AFE=\angle BCE=BCG \end{cases}$
(2) 若 $AB+BC=14$, 求 $\triangle AEF$ 的周长.



(2) 由(1)知: $AF=BC$, $EF=EC$.

$$\begin{aligned} \therefore C_{\triangle AEF} &= AF + AE + EF \\ &= BC + AE + EC \\ &= BC + AC \\ &= AB + BC = 14. \end{aligned}$$

25. (本题满分 10 分) 如果两个分式 P 与 Q, 满足 $P+Q=k$ (k 为常数), 且 k 为整数 ($k \neq 0$), 则称 P 与 Q 互为“调和分式”, 常数 k 称为“调和值”. 例如: 分式 $P = \frac{x}{x+2}$, $Q = \frac{x^2}{x+2}$, 由 $P+Q=1$, 则 P 与 Q 互为“调和分式”, “调和值” $k=1$.

(1) 已知三个分式 $A = \frac{x+2}{x-1}$, $B = \frac{x-4}{x-1}$, $C = \frac{1-4x}{x-1}$, 则下列结论中, 正确的是 ①② (填序号).

① A 与 B 是调和分式; ② A 与 C 是调和分式; ③ B 与 C 是调和分式.

(2) 若分式 $M = \frac{3x-2}{2x-3}$, $N = \frac{S}{4x^2-9}$ (S 是整式), M 与 N 互为“调和分式”, 且“调和值”

$k=4$, 求整式 S: $\frac{3x-2}{2x-3} + \frac{S}{(2x+3)(2x-3)} = 4$. $S = 5(2x+3)(x-2) =$

(3) 若分式 $\frac{ax+3}{x-1}$ 与 $\frac{2x+b}{x^2-2x+1}$ (a, b 为整数) 互为“调和分式”, 求“调和值” k 的值. $10x^2-5x-30$

$$\frac{ax+3}{x-1} + \frac{2x+b}{(x-1)^2} = k$$

$$\frac{(ax+3)(x-1) + 2x+b}{(x-1)^2} = k$$

$$a \left[\frac{x^2 - \frac{(a-5)}{a}x + \frac{b-3}{a}}{(x-1)^2} \right] = k$$

要使右式为整数, 则

$$\begin{cases} -\frac{a-5}{a} = -2 \\ \frac{b-3}{a} = 1 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} a = -5 \\ b = -2 \end{cases}$$

故 $k = -5$.

26. (本题满分 10 分)

【问题引入】

(1)如图①, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=30^\circ$, 过点 A 作 $AD \perp BC$, 垂足为点 D .

若 $AB=2$, 则 $BD=$ 1; $CD=$ 3.

【类比探究】

(2)如图②, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=75^\circ$, 过点 A 作 $AD \perp BC$, 垂足为点 D , 且 $BD < CD$.

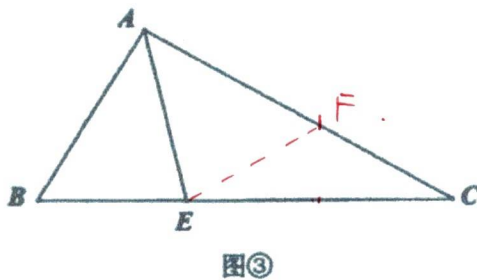
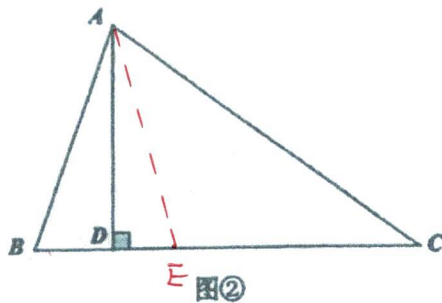
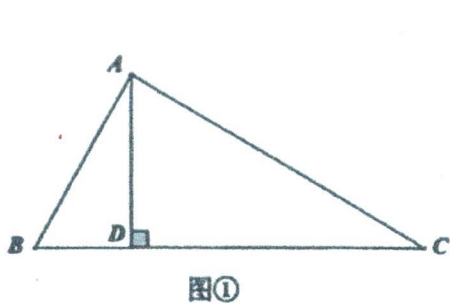
若 $AB+BD=CD$, 求 $\angle C$ 的度数. 在 DC 上取 $DE=DB$ 则 $AB=CE$.

【拓展应用】 用证 $\triangle ADB \cong \triangle ADE$, 故 $AB=AE=EC$. $\triangle AEC$ 为等腰三角形, $\angle C = \angle AEC = 2\angle C$.

(3)如图③, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=2\angle C$, AE 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E .

$\therefore \angle C = 35^\circ$

求证: $AB+BE=AC$.



(3) 在 AC 上取 $AF=AB$.

因为 $\begin{cases} AF=AB \\ \angle BAE=\angle FAE \\ AE=AE \end{cases}$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$. 已知

所以 $FE=BE$, $\angle AFE=\angle B=2\angle C$.

所以 $\angle FEC=\angle C$. $FE=FC=BE$.

所以 $AB+BE=AF+BE=AC$.

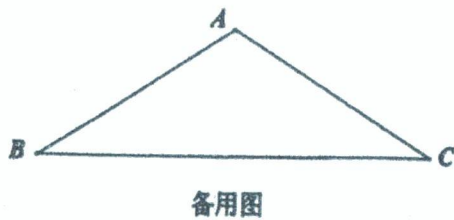
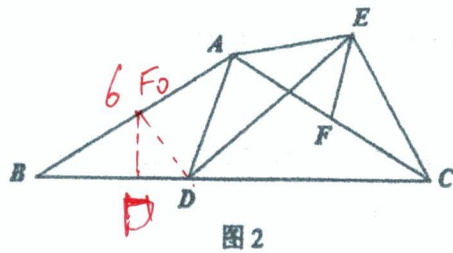
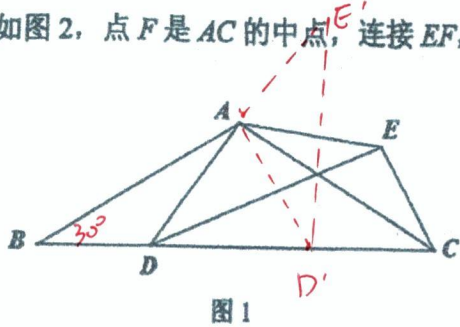
得证.

7. (本题满分 10 分) 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 点 D 是边 BC 上一动点(点 D 不与点 B, C 重合), 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 120° 后得到线段 AE , 连接 DE, CE .

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$,
 (1) 求 $\angle ACE$ 的度数; $\angle ACE = 30^\circ$.

(2) 已知 $BC=8$, 点 D 在 BC 上运动的过程中, 若 $\triangle CDE$ 是直角三角形, 求此时 BD 的长;

(3) 如图 2, 点 F 是 AC 的中点, 连接 EF , 若 $AB=6$, 则线段 EF 的长度最小值为 $\frac{3}{2}$.



(2) 由(1)知 $\angle ACE = 30^\circ$, 则 $\angle DCB = 60^\circ$.
 (i) 当 $\angle DEC = 90^\circ$ 时, $\angle EDC = 30^\circ$, $\therefore CD = 2CE$.
 由(1)知 $BD = CE$, 故 $CD = \frac{1}{3}BC = \frac{8}{3}$
 (ii) 当 $\angle CDE = 90^\circ$ 时, 此时 $CE = 2CD = BD$
 故 $BD = \frac{2}{3}BC = \frac{16}{3}$
 综上, $BD = \frac{8}{3}$ 或 $\frac{16}{3}$.

(3) 在 AB 上取 AB 的中点 F_0 , 由全等知 $EF = DF$.
 则当 $F_0D \perp BC$ 时, DF_0 最小, 最小为 $\frac{3}{2}$.