昆山市 2025-2026 学年第一学期高二数学期中考试模拟试题

（考试时间：120 分钟　　总分 150 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知直线 $l_1: ax+y-2=0, l_2: 2x+(a+1)y+2=0$，若 $l_1 // l_2$，则 $a=$（　　）

A. -1 或 2　　B. 1　　C. 1 或 -2　　D. -2

2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，若 $\frac{a_7}{a_5}=\frac{12}{13}$，则 $\frac{S_{13}}{S_9}=$（　　）

A. $\frac{9}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{7}{5}$　　D. $\frac{4}{3}$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为负数，记其前 n 项和为 S_n，若 $S_6-S_4=-3, a_6a_7a_8=-\frac{1}{8}$，则 $a_2=$（　　）

A. -8　　B. -16　　C. -32　　D. -48

4. 已知圆 C 的圆心在 x 轴上且经过 $A(1,1), B(2,-2)$ 两点，则圆 C 的标准方程是（　　）

A. $(x-3)^2+y^2=5$　　B. $(x-3)^2+y^2=17$

C. $(x+3)^2+y^2=17$　　D. $x^2+(y+1)^2=5$

5. 已知点 $A(-1,2)$，$C(-1,0)$，点 A 关于直线 $x-y+1=0$ 的对称点为点 B，在 $\triangle PBC$ 中，$|PC|=\sqrt{2}|PB|$，则 $\triangle PBC$ 面积的最大值为（　　）

A. $4\sqrt{2}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

6. 已知点 $A(-1,0)$，$B(0,3)$，点 P 是圆 $(x-3)^2+y^2=1$ 上任意一点，则 $\triangle PAB$ 面积的最小值为（　　）

A. 6　　B. $\frac{11}{2}$　　C. $\frac{9}{2}$　　D. $6-\frac{\sqrt{10}}{2}$

7. 已知 F_1 和 F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线交于不同四点，顺次连接焦点和这四点恰好组成一个正六边形，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

8. 已知数列$\{a_n\}$是各项为正数的等比数列，公比为q，在a_1，a_2之间插入 1 个数，使这 3 个数成等差数列，记公差为d_1，在a_2，a_3之间插入 2 个数，使这 4 个数成等差数列，公差为d_2，…，在a_n，a_{n+1}之间插入n个数，使这$n+2$个数成等差数列，公差为d_n，则（　　）

A. 当$0<q<1$时，数列$\{d_n\}$单调递减　　B. 当$q>1$时，数列$\{d_n\}$单调递增

C. 当$d_1>d_2$时，数列$\{d_n\}$单调递减　　D. 当$d_1<d_2$时，数列$\{d_n\}$单调递增

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知圆$C:x^2+y^2=4$，点P为直线$x+y-4=0$上一动点，过点P向圆C引两条切线PA、PB，A、B为切点，则以下四个命题正确的是（　　）

A. 圆C上有且仅有 3 个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离都等于 1

B. 圆C与圆$C_2:x^2+y^2-6x-8y+m=0$恰有三条公切线，则$m=16$

C. 不存在点P，使得$\angle APB=60^\circ$

D. 直线AB经过定点$(1,1)$

10. 在数列$\{p_n\}$中，如果对任意$n\geq 2(n\in\mathbf{N}^*)$，都有$\dfrac{P_{n+1}}{P_n}-\dfrac{P_n}{P_{n-1}}=k$（$k$为常数），则称数列$\{p_n\}$为比等差数列，$k$称为比公差.则下列说法错误的是（　　）

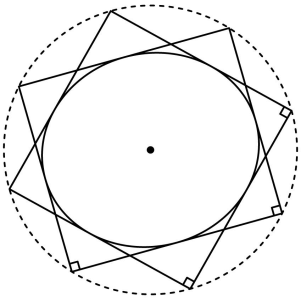
A. 等比数列一定是比等差数列，且比公差$k=1$

B. 等差数列一定不是比等差数列

C. 若数列$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，则数列$\{a_n\cdot b_n\}$一定是比等差数列

D. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=a_2=1$，$a_{n+1}=a_n+a_{n-1}(n\geq 2)$，则该数列不是比等差数列

11. 法国著名数学家加斯帕尔•蒙日在研究圆锥曲线时发现：椭圆的任意两条互相垂直的切线的交点Q的轨迹是以坐标原点为圆心，$\sqrt{a^2+b^2}$ 为半径的圆，这个圆称为蒙日圆.若矩形G的四边均与椭圆$C:\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$相切，则下列说法正确的是（　　）



A. 椭圆C的蒙日圆方程为$x^2+y^2=9$

B. 若G为正方形，则G的边长为$3\sqrt{2}$

C. 若H是椭圆C蒙日圆上一个动点，过H作椭圆C的两条切线，与该蒙日圆分别交于P,Q两点，则$\triangle HPQ$面积的最大值为18

D. 若P是直线$l:x+2y-3=0$上的一点，过点P作椭圆C的两条切线与椭圆相切于M,N两点，O是坐标原点，连接OP，当$\angle MPN$为直角时，$k_{OP}=0$或$-\dfrac{4}{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 在$\triangle ABC$中，$AB=5,AC=7,BC=6$，则以B,C为焦点，且过A点的双曲线的离心率为______.

13. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$a_n^2-3a_na_{n-1}+2a_{n-1}^2=0\left(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*\right)$，则该数列前 5 项和可能是___________(填一个值即可）

14. 已知直线 l：$kx-y+3-3k=0$的图象与曲线 C：$y=\sqrt{-x^2+2x}$有且只有一个交点，则实数 k 的取值范围是_____________.

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_2=3, a_9=2a_6-5$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，且$b_n=a_{n+1}^2-a_n^2$，若$T_m>360$，求m的最小值.

16. 已知直线l过点$A(4,1)$.

（1）若直线l在x轴上的截距是在y轴上的截距的$\frac{1}{2}$倍，求直线l的方程；

（2）已知$\triangle ABC$的一个顶点为A，AB边上的中线CM所在的直线方程为$x-2y+2=0$，AC边上的高BH所在的直线方程为$2x+3y-2=0$.求BC所在直线的方程.

17. 已知圆 $C:(x-2)^2+y^2=1$.

（1）直线 l 过点 $P\left(3,2\right)$ 且与圆 C 相切，求直线 l 的方程；

（2）圆 $D:x^2+y^2-3x-y=0$ 与圆 C 交于 A、B 两点，求公共弦长 $\left|AB\right|$.

18. 若数列$\{c_n\}$共有$m\left(m\in\mathbf{N}^*,m\geq 3\right)$项，$\forall i\left(i\in\mathbf{N}^*,i\leq m\right)$都有$\ln c_i+\ln c_{m+1-i}=R$，其中$R$为常数，则称数列$\{c_n\}$是一个项数为$m$的“对数等和数列”，其中$R$称为“对数等和常数”.已知数列$\{a_n\}$是一个项数为$m$的对数等和数列，对数等和常数为$R$.

（1）若$m=9$，$a_1=1$，$a_5=4$，求a_9的值；

（2）定义数列$\{b_n\}$满足：$b_i=\dfrac{a_{m+1-i}}{a_i}$，$i=1$，2，3，…，$m$.

（i）证明：数列$\{b_n\}$是一个项数为m的对数等和数列；

（ii）已知数列$\{b_n\}$是首项为1024，公比为$\dfrac{1}{4}$的等比数列，若$R=0$，求$\sum\limits_{i=1}^{m} ia_i$的值.

19. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2,N\left(-2,0\right)$为椭圆的一个顶点，且右焦点$F_2$到双曲线$x^2-y^2=2$渐近线的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）设直线$l:y=kx+m\left(k\neq 0\right)$与椭圆$C$交于$A$、$B$两点.

①若直线l过椭圆右焦点F_2，且$\triangle AF_1B$的面积为$\frac{12\sqrt{2}}{7}$，求实数k的值；

②若直线l过定点$P\left(0,2\right)$，且$k>0$，在x轴上是否存在点$T\left(t,0\right)$使得以TA、TB为邻边的平行四边形为菱形？若存在，则求出实数t的取值范围；若不存在，请说明理由

昆山市 2025-2026 学年第一学期高二数学期中考试模拟试题

答案与解析

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知直线$l_1: ax+y-2=0, l_2: 2x+(a+1)y+2=0$，若$l_1 // l_2$，则$a=$（　　）

A. -1或2　　B. 1　　C. 1或-2　　D. -2

【答案】B

【解析】

【分析】由条件结合直线平行结论列方程求a，并对所得结果进行检验.

【详解】因为$l_1 // l_2$，$l_1: ax+y-2=0, l_2: 2x+(a+1)y+2=0$，

所以$a(a+1)=1\times 2$，所以$a^2+a-2=0$，解得$a=-2$或$a=1$，

当$a=-2$时，$l_1: 2x-y+2=0$，$l_2: 2x-y+2=0$，直线l_1, l_2重合，不满足要求，

当$a=1$时，$l_1: x+y-2=0$，$l_2: x+y+1=0$，直线l_1, l_2平行，满足要求，

故选：B.

2. 已知等差数列$\{a_n\}$前n项和为S_n，若$\frac{a_7}{a_5}=\frac{12}{13}$，则$\frac{S_{13}}{S_9}=$（　　）

A. $\frac{9}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{7}{5}$　　D. $\frac{4}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据给定条件，利用等差数列前n项和公式、等差数列性质计算即得.

【详解】在等差数列$\{a_n\}$中，由$\frac{a_7}{a_5}=\frac{12}{13}$，得$\frac{S_{13}}{S_9}=\frac{\frac{13(a_1+a_{13})}{2}}{\frac{9(a_1+a_9)}{2}}=\frac{13a_7}{9a_5}=\frac{13}{9}\times\frac{12}{13}=\frac{4}{3}$.

故选：D

3. 已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为负数，记其前n项和为S_n，若$S_6-S_4=-3, a_6a_7a_8=-\frac{1}{8}$，则$a_2=$（　　）

A. -8　　B. -16　　C. -32　　D. -48

【答案】B

【解析】

【分析】利用等比数列的性质先计算$a_7=-\frac{1}{2}$，再根据条件建立方程解公比求值即可.

【详解】设$\{a_n\}$的公比为$q(q>0)$，

则由题意可知$S_6-S_4=a_6+a_5=\frac{a_7}{q}+\frac{a_7}{q^2}=-3$，$a_6a_7a_8=-\frac{1}{8}=a_7^3\Rightarrow a_7=-\frac{1}{2}$，

化简得$\frac{1}{q^2}+\frac{1}{q}-6=0\Rightarrow\frac{1}{q}=2$或$\frac{1}{q}=-3$（舍去），

则$a_2=\frac{a_7}{q^5}=-\frac{1}{2}\times 2^5=-16$.

故选：B

4. 已知圆C的圆心在x轴上且经过$A(1,1),B(2,-2)$两点，则圆C的标准方程是（　　）

A. $(x-3)^2+y^2=5$　　B. $(x-3)^2+y^2=17$

C. $(x+3)^2+y^2=17$　　D. $x^2+(y+1)^2=5$

【答案】A

【解析】

【分析】设圆C的标准方程是$(x-a)^2+y^2=r^2$，将$A(1,1),B(2,-2)$代入求解即可.

【详解】解：由题意设圆C的标准方程是$(x-a)^2+y^2=r^2$，

因为圆C经过$A(1,1),B(2,-2)$两点，

所以$\begin{cases}(1-a)^2+1=r^2\\(2-a)^2+4=r^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=3\\r^2=5\end{cases}$，

所以圆C的标准方程是$(x-3)^2+y^2=5$，

故选：A

5. 已知点$A(-1,2)$，$C(-1,0)$，点A关于直线$x-y+1=0$的对称点为点B，在$\triangle PBC$中，$|PC|=\sqrt{2}|PB|$，则$\triangle PBC$面积的最大值为（　　）

A. $4\sqrt{2}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

【答案】C

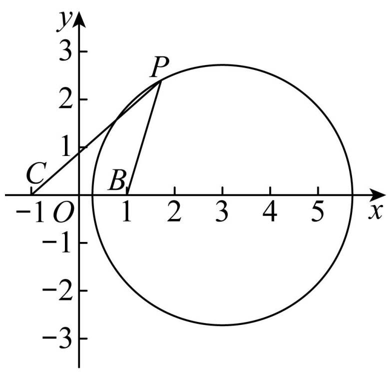
【解析】

【分析】先根据对称的性质求出点 B 的坐标，设 $P(x,y)$，再由 $|PC|=\sqrt{2}|PB|$ 可求出点 P 的轨迹方程，由图可知 $\triangle PBC$ 中 BC 边上的高为圆的半径时，$\triangle PBC$ 面积最大，从而可求得结果.

【详解】设 B 的坐标为 (x_0,y_0)，则 $\begin{cases}\dfrac{y_0-2}{x_0+1}=-1,\\ \dfrac{x_0-1}{2}-\dfrac{y_0+2}{2}+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_0=1\\ y_0=0\end{cases}$，则 B 的坐标为 $(1,0)$，

设 $P(x,y)$，$|PC|=\sqrt{2}|PB|\Rightarrow(x+1)^2+y^2=2(x-1)^2+2y^2\Rightarrow x^2+y^2-6x+1=0$，

$(x-3)^2+y^2=8$.



所以 $(S_{\triangle PBC})_{\max}=\dfrac{1}{2}|BC|\times2\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

故选：C

6. 已知点 $A(-1,0)$，$B(0,3)$，点 P 是圆 $(x-3)^2+y^2=1$ 上任意一点，则 $\triangle PAB$ 面积的最小值为（　　）

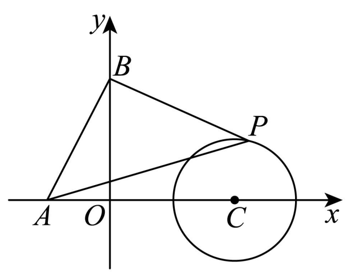
A. 6　　B. $\dfrac{11}{2}$　　C. $\dfrac{9}{2}$　　D. $6-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】求出直线 AB 的方程，利用点到直线的距离，结合圆的性质求出点 P 到直线 AB 距离的最小值即可求得最小值.

【详解】两点 $A(-1,0)$，$B(0,3)$，则 $|AB|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$，直线 AB 方程为 $y=3x+3$，



圆 $\left(x-3\right)^2+y^2=1$ 的圆心 $C(3,0)$，半径 $r=1$，

点 C 到直线 $AB:3x-y+3=0$ 的距离 $d=\dfrac{12}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{6\sqrt{10}}{5}$，

因此点 P 到直线 AB 距离的最小值为 $d-r=\dfrac{6\sqrt{10}}{5}-1$，

所以 $\triangle PAB$ 面积的最小值是 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times(\dfrac{6\sqrt{10}}{5}-1)=6-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

故选：D

7. 已知 F_1 和 F_2 分别是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左右焦点，以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线交于不同四点，顺次连接焦点和这四点恰好组成一个正六边形，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】设双曲线和圆在第一象限的交点为 P，根据正六边形可得点 P 的坐标，然后再根据点 P 在双曲线上得到 a,b,c 间的关系式，于是可得离心率.

【详解】由题意得，以 F_1F_2 为直径的圆的半径为 $\left|OF_1\right|=c$，

设双曲线和圆在第一象限的交点为 $P(x,y)$，

由正六边形的几何性质可得 $x=\dfrac{c}{2},y=\dfrac{\sqrt{3}c}{2}$，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{c}{2},\dfrac{\sqrt{3}c}{2}\right)$，

又点 P 在双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上，

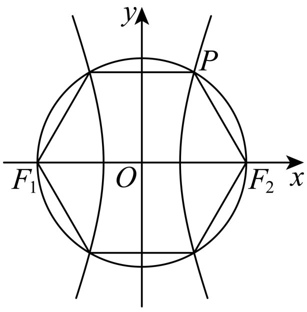
$\therefore \dfrac{c^2}{4a^2}-\dfrac{3c^2}{4b^2}=1$，即 $\dfrac{c^2}{4a^2}-\dfrac{3c^2}{4\left(c^2-a^2\right)}=1$，

整理得 $c^4-8a^2c^2+4a^4=0$，

$\therefore e^4-8e^2+4=0$，解得 $e^2=4+2\sqrt{3}$ 或 $e^2=4-2\sqrt{3}$，

又 $e>1$，$\therefore e^2=4+2\sqrt{3}$，

$\therefore e=\sqrt{3}+1$.



故选：C.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列，公比为 q，在 a_1，a_2 之间插入 1 个数，使这 3 个数成等差数列，记公差为 d_1，在 a_2，a_3 之间插入 2 个数，使这 4 个数成等差数列，公差为 d_2，…，在 a_n，a_{n+1} 之间插入 n 个数，使这 $n+2$ 个数成等差数列，公差为 d_n，则（　）

A. 当 $0<q<1$ 时，数列 $\{d_n\}$ 单调递减　　B. 当 $q>1$ 时，数列 $\{d_n\}$ 单调递增

C. 当 $d_1>d_2$ 时，数列 $\{d_n\}$ 单调递减　　D. 当 $d_1<d_2$ 时，数列 $\{d_n\}$ 单调递增

【答案】D

【解析】

【分析】根据等差数列的通项可得 $a_{n+1}=a_n+(n+1)d_n$，可得 $d_n=\dfrac{a_n(q-1)}{n+1}$，进而得到 $\dfrac{d_{n+1}}{d_n}=\dfrac{q(n+1)}{n+2}$，即可对 q 讨论,结合选项逐一求解.

【详解】对于 A，数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列，则公比为 $q>0$，

由题意 $a_{n+1}=a_n+(n+1)d_n$，得 $d_n=\dfrac{a_{n+1}-a_n}{n+1}=\dfrac{a_n(q-1)}{n+1}$，$d_{n+1}=\dfrac{a_nq(q-1)}{n+2}$，

$0<q<1$ 时，$d_n<0$，有 $\dfrac{d_{n+1}}{d_n}=\dfrac{q(n+1)}{n+2}<1$，$d_{n+1}<d_n$，数列 $\{d_n\}$ 单调递增，A 选项错误；

对于 B，$q>1$ 时，$d_n>0$，$\dfrac{d_{n+1}}{d_n}=\dfrac{q(n+1)}{n+2}$，若数列 $\{d_n\}$ 单调递增，

则 $\dfrac{q(n+1)}{n+2}>1$，即 $q>\dfrac{n+2}{n+1}$，由 $n\in\mathbf{N}^*$，需要 $q>\dfrac{3}{2}$，故 B 选项错误；

对于 C，$d_1>d_2$ 时，$\frac{a_1(q-1)}{2}>\frac{a_1q(q-1)}{3}$，解得$1<q<\frac{3}{2}$，$q>1$ 时，$d_n>0$，

由 $\frac{d_{n+1}}{d_n}=\frac{q(n+1)}{n+2}$，若数列$\{d_n\}$单调递减，则$\frac{q(n+1)}{n+2}<1$，

即$q<\frac{n+2}{n+1}=1+\frac{1}{n+1}$，而$1<q<\frac{3}{2}$不能满足$q<1+\frac{1}{n+1}$（$n\in\mathbf{N}^*$）恒成立，C 选项错误；

对于 D，$d_1<d_2$ 时，$\frac{a_1(q-1)}{2}<\frac{a_1q(q-1)}{3}$，解得$0<q<1$或$q>\frac{3}{2}$，

由 AB 选项的解析可知，数列$\{d_n\}$单调递增，D 选项正确.

故选：D.

【点睛】关键点睛：解决本题的关键是由题设结合等差数列的通项公式求出$d_n=\frac{a_n(q-1)}{n+1}$，进而得到

$\frac{d_{n+1}}{d_n}=\frac{q(n+1)}{n+2}$，从而一一分析各选项即可求解.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知圆$C:x^2+y^2=4$，点 P 为直线$x+y-4=0$上一动点，过点 P 向圆C引两条切线PA、PB，A、B 为切点，则以下四个命题正确的是（　　）

A. 圆C上有且仅有 3 个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离都等于 1

B. 圆C与圆$C_2:x^2+y^2-6x-8y+m=0$恰有三条公切线，则$m=16$

C. 不存在点P，使得$\angle APB=60^\circ$

D. 直线AB经过定点$(1,1)$

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，圆心$C(0,0)$到$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离$d=1$，为半径的一半，A 正确；B 选项，根据公切线条数得到两圆外切，从而由圆心距和半径之和相等，列出方程，求出$m=16$；C 选项，求出$OP\perp$直线$x+y-4=0$时，$|OP|$最小，此时$\angle APB$最大，求出此时$\angle APB=90^\circ>60^\circ$，C 正确；D 选项，$O,A,P,B$四点共圆，且$OP$为直径，设$P(m,4-m)$，求出此圆的方程，两圆方程相减得到直线$AB$的方

程为$m\left(y-x\right)+4-4y=0$，求出定点坐标.

【详解】A 选项，$C:x^2+y^2=4$的圆心为$C\left(0,0\right)$，半径为 2，

圆心$C\left(0,0\right)$到$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离$d=\dfrac{\left|0-0+\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1+1}}=1$，为半径的一半，

故圆C上有且仅有 3 个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离等于 1，A 正确；

B 选项，圆C与圆$C_2:\left(x-3\right)^2+\left(y-4\right)^2=25-m$恰有三条公切线，

则两圆外切，即$\sqrt{\left(3-0\right)^2+\left(4-0\right)^2}=2+\sqrt{25-m}$，解得$m=16$，B 正确；

C 选项，当点P运动到$OP\perp$直线$x+y-4=0$时，$\left|OP\right|$最小，此时$\angle APB$最大，

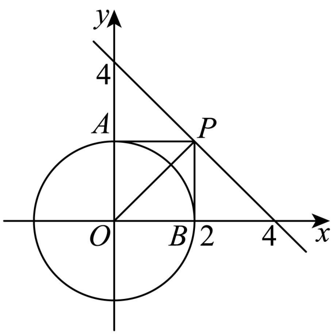
设$P\left(m,4-m\right)$，因为$x+y-4=0$的斜率为-1，

则$\dfrac{4-m}{m}=1$，解得$m=2$，故$P\left(2,2\right)$，$\left|OP\right|=2\sqrt{2}$，

此时切线长$\left|PA\right|=\left|PB\right|=\sqrt{\left|OP\right|^2-2^2}=2$，故$\angle APO=\angle BPO=45°$，

故$\angle APB=90^\circ>60^\circ$，

故存在点P，使得$\angle APB=60^\circ$，C 错误；



D 选项，因为$PA\perp OA$，$PB\perp OB$，故O,A,P,B四点共圆，且OP为直径，

设$P\left(m,4-m\right)$，则OP的中点为$\left(\dfrac{m}{2},\dfrac{4-m}{2}\right)$，半径为$\dfrac{1}{2}\sqrt{m^2+\left(4-m\right)^2}$，

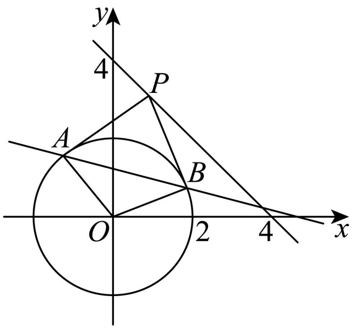
故以OP为直径的圆方程为$\left(x-\dfrac{m}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{4-m}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}\left[m^2+\left(4-m\right)^2\right]$，

化简得$x^2-mx+y^2-\left(4-m\right)y=0$，

$x^2-mx+y^2-\left(4-m\right)y=0$与$C:x^2+y^2=4$相减后得到$4-mx-\left(4-m\right)y=0$，

即直线 AB 的方程为 $4-mx-(4-m)y=0 \Rightarrow m(y-x)+4-4y=0$，

令 $\begin{cases} y-x=0 \\ 4-4y=0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$，



直线 AB 经过定点 $(1,1)$，D 正确.

故选：ABD

【点睛】结论点睛：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，以线段 AB 为直径的圆的方程为

$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$.

10. 在数列 $\{p_n\}$ 中，如果对任意 $n\ge 2(n\in\mathbf{N}^*)$，都有 $\dfrac{P_{n+1}}{P_n}-\dfrac{P_n}{P_{n-1}}=k$（$k$ 为常数），则称数列 $\{p_n\}$ 为比等差数列，k 称为比公差.则下列说法错误的是（　　）

A. 等比数列一定是比等差数列，且比公差 $k=1$

B. 等差数列一定不是比等差数列

C. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$\{b_n\}$ 是等比数列，则数列 $\{a_n\cdot b_n\}$ 一定是比等差数列

D. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a_2=1$，$a_{n+1}=a_n+a_{n-1}(n\ge 2)$，则该数列不是比等差数列

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据比等差数列定义直接验证可判断 A；令 $b_n=1$，依定义验证可判断 B；令 $a_n=0$，$b_n=1$，然后依定义验证可判断 C；根据递推公式求出前 4 项，然后依定义验证可判断 D.

【详解】若 $\{a_n\}$ 为等比数列，公比 $q\ne 0$，则 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=q$，$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=q$，

所以 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}-\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=0=k\ne 1$，故选项 A 错误；

若 $b_n=1$，$\{b_n\}$ 是等差数列，则 $\frac{b_{n+1}}{b_n}-\frac{b_n}{b_{n-1}}=0$，故 $\{b_n\}$ 为比等差数列，故选项 B 错误；

令 $a_n=0$，$b_n=1$，则 $a_n\cdot b_n=0$，此时 $\frac{a_{n+1}b_{n+1}}{a_nb_n}-\frac{a_nb_n}{a_{n-1}b_{n-1}}$ 无意义，故选项 C 错误；

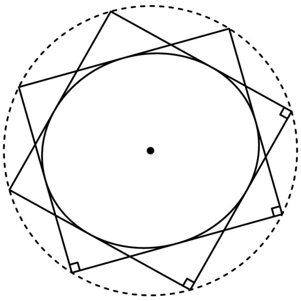
因为数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a_2=1$，$a_{n+1}=a_n+a_{n-1}\left(n\geq 2\right)$，

所以 $a_3=2$，$a_4=3$，故 $\frac{a_3}{a_2}-\frac{a_2}{a_1}=1\neq\frac{a_4}{a_3}-\frac{a_3}{a_2}=-\frac{1}{2}$，

所以 $\{a_n\}$ 不是比等差数列，故选项 D 正确.

故选：ABC.

11. 法国著名数学家加斯帕尔•蒙日在研究圆锥曲线时发现：椭圆的任意两条互相垂直的切线的交点 Q 的轨迹是以坐标原点为圆心，$\sqrt{a^2+b^2}$ 为半径的圆，这个圆称为蒙日圆.若矩形 G 的四边均与椭圆 $C:\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 相切，则下列说法正确的是（　　）



A. 椭圆 C 的蒙日圆方程为 $x^2+y^2=9$

B. 若 G 为正方形，则 G 的边长为 $3\sqrt{2}$

C. 若 H 是椭圆 C 蒙日圆上一个动点，过 H 作椭圆 C 的两条切线，与该蒙日圆分别交于 P,Q 两点，则 $\triangle HPQ$ 面积的最大值为 18

D. 若 P 是直线 $l:x+2y-3=0$ 上的一点，过点 P 作椭圆 C 的两条切线与椭圆相切于 M,N 两点，O 是坐标原点，连接 OP，当 $\angle MPN$ 为直角时，$k_{OP}=0$ 或 $-\frac{4}{3}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，求出 $r=\sqrt{a^2+b^2}$，可得到蒙日圆方程；B 选项，设出边长，得到方程，求出答案；

C 选项，$|HP|^2+|HQ|^2=36$，由基本不等式求出最值； D 选项，直线$l:x+2y-3=0$与$x^2+y^2=9$的交点即为所求点，联立后得到点坐标，进而得到k_{OP}.

【详解】解：对于 A，椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的四个顶点处的切线，

恰好围成长、宽分别为$2a$和$2b$的矩形，蒙日圆为此矩形的外接圆，半径$r=\sqrt{a^2+b^2}$，

故椭圆$C:\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$的蒙日圆方程为$x^2+y^2=9$，故 A 正确；

对于 B，由题意可知正方形G是圆$x^2+y^2=9$的内接正方形，

设正方形G的边长为m，可得$m^2+m^2=(2\times3)^2$，解得$m=3\sqrt{2}$，

即正方形G的边长为$3\sqrt{2}$，故 B 正确；

对于 C，由题意可得$HP\perp HQ$，则PQ为圆$x^2+y^2=9$的一条直径，

则$|PQ|=2r=6$，由勾股定理可得$|HP|^2+|HQ|^2=|PQ|^2=36$，

所以$S_{\triangle MPQ}=\dfrac{1}{2}|HP|\cdot|HQ|\le\dfrac{|HP|^2+|HQ|^2}{4}=9$

当且仅当$|HP|=|HQ|=3\sqrt{2}$时，等号成立，

因此，$\triangle MPQ$面积的最大值为 9，故 C 错误；

对于 D，过直线$l:x+2y-3=0$上一点P作椭圆C的两条切线，切点分别为M，N，

当$\angle MPN$为直角时，点P在椭圆C的蒙日圆上，

即为直线$l:x+2y-3=0$与圆$x^2+y^2=9$的交点，

由$\begin{cases}x+2y-3=0\\x^2+y^2=9\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\dfrac{9}{5}\\y=\dfrac{12}{5}\end{cases}$，

即点P的坐标为$(3,0)$或$\left(-\dfrac{9}{5},\dfrac{12}{5}\right)$，

则直线OP（O为坐标原点）的斜率为 0 或$-\dfrac{4}{3}$，故 D 正确.

故选：ABD.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 在$\triangle ABC$中，$AB=5, AC=7, BC=6$，则以B, C为焦点，且过 A 点的双曲线的离心率为______.

【答案】3

【解析】

【分析】由双曲线定义以及焦距、离心率公式即可列式求解.

【详解】由题意知$2a=AC-AB=2, 2c=BC=6 \Rightarrow a=1, c=3 \Rightarrow e=\frac{c}{a}=3$.

故答案为：3.

13. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$a_n^2-3a_na_{n-1}+2a_{n-1}^2=0\left(n\ge 2, n\in \mathbf{N}^*\right)$，则该数列前 5 项和可能是__________(填一个值即可）

【答案】5（答案不唯一）

【解析】

【分析】由条件可得$\left(a_n-a_{n-1}\right)\left(a_n-2a_{n-1}\right)=0$，即有$a_n=a_{n-1}$或$a_n=2a_{n-1}$，结合$a_1=1$运算即可得.

【详解】因为$a_n^2-3a_na_{n-1}+2a_{n-1}^2=0\left(n\ge 2, n\in \mathbf{N}^*\right)$,

即$\left(a_n-a_{n-1}\right)\left(a_n-2a_{n-1}\right)=0$,

所以$a_n=a_{n-1}$或$a_n=2a_{n-1}$,

又$a_1=1$，故该数列前 5 项可能为：1、1、1、1、1，或 1、1、1、1、2，

或 1、1、1、2、2，或 1、1、2、2、2，或$\cdots$，或 1、2、4、8、8，或 1、2、4、8、16，

该数列前 5 项和可能是 5、6、7、8、$\cdots$、23、31.

故答案为：5（答案不唯一）.

14. 已知直线l：$kx-y+3-3k=0$的图象与曲线C：$y=\sqrt{-x^2+2x}$有且只有一个交点，则实数k的取值范围是____________.

【答案】$1<k\le 3$或$k=\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$

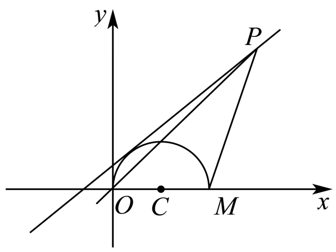
【解析】

【分析】求出动直线所过定点，化简曲线为半圆，作出图象，数形结合可得解.

【详解】由$kx-y+3-3k=0$可得$k(x-3)-(y-3)=0$，即直线过定点$P(3,3)$,

由$y=\sqrt{-x^2+2x}$可得$y^2+x^2-2x=0(y\ge 0)$，即曲线C：$(x-1)^2+y^2=1(y\ge 0)$,

作出曲线C与直线l的图象，如图，



当直线l过点$M(2,0)$时，斜率$k_{PM}=\dfrac{3-0}{3-2}=3$，当直线$l$过点$O(0,0)$时，斜率$k_{PO}=\dfrac{3-0}{3-0}=1$，

直线l与曲线C相切时，圆心到直线的距离$d=\dfrac{|k+3-3k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，

即$3k^2-12k+8=0$，解得$k=\dfrac{6-2\sqrt{3}}{3}$或$k=\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}>3$（由图可知不符合题意，舍去），

由图可知，当直线斜率k满足$1<k\le 3$或$k=\dfrac{6-2\sqrt{3}}{3}$时，直线与曲线只有一个交点.

故答案为：$1<k\le 3$或$k=\dfrac{6-2\sqrt{3}}{3}$

四、解答题：本大题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_2=3,a_9=2a_6-5$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，且$b_n=a_{n+1}^2-a_n^2$，若$T_m>360$，求m的最小值.

【答案】（1）$2n-1$

（2）10

【解析】

【分析】（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，然后利用公式构建基本量a_1,d的方程求解即可.

（2）先将等差数列$\{a_n\}$的通项代入$b_n=a_{n+1}^2-a_n^2$,得到数列$\{b_n\}$的通项, 再求和, 解不等式即可.

【小问1详解】

设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

则$\begin{cases}a_1+d=3\\a_1+8d=2(a_1+5d)-5\end{cases}$解得$a_1=1,d=2$，

故 $a_n = a_1 + (n-1)d = 2n-1$.

【小问 2 详解】

由（1）可得 $a_{n+1} = 2n+1$，则 $b_n = (2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$，

所以 $b_n - b_{n-1} = 8(n \geq 2)$,则数列 $\{b_n\}$ 是是等差数列，

故 $T_n = \dfrac{(8+8n)n}{2} = 4n^2 + 4n$.

因为 $T_m > 360$，所以 $4m^2 + 4m > 360$，所以 $4(m+10)(m-9) > 0$，

所以 $m > 9$ 或 $m < -10$.

因为 $m \in \mathbf{N}_+$，所以 m 的最小值是 10.

16. 已知直线 l 过点 $A(4,1)$.

（1）若直线 l 在 x 轴上的截距是在 y 轴上的截距的 $\frac{1}{2}$ 倍，求直线 l 的方程；

（2）已知 ∇ABC 的一个顶点为 A，AB 边上的中线 CM 所在的直线方程为 $x-2y+2=0$，AC 边上的高 BH 所在的直线方程为 $2x+3y-2=0$.求 BC 所在直线的方程.

【答案】（1） $y = \dfrac{1}{4}x$ 或 $2x+y-9=0$

（2） $x-4y+10=0$

【解析】

【分析】（1）分直线在两坐标轴上的截距为 0 和不为 0 两种情况，设出直线方程，将 $A(4,1)$ 代入得到直线方程；

（2）根据垂直得到直线 AC 的方程为 $3x-2y+t=0$，将 $A(4,1)$ 代入，求出直线 AC 的方程，联立直线 CM 和直线 AC 的方程求出 $C(6,4)$，再设 $B(m,n)$，则 $M\left(\dfrac{m+4}{2},\dfrac{n+1}{2}\right)$，$M\left(\dfrac{m+4}{2},\dfrac{n+1}{2}\right)$ 在直线 $x-2y+2=0$，$B(m,n)$ 在 $2x+3y-2=0$，从而得到方程组，求出 m,n，得到 $B(-2,2)$，利用两点式求出直线方程.

【小问 1 详解】

当直线在两坐标轴上的截距为 0 时，设直线 l 的方程为 $y=kx$，$k \neq 0$，

将 $A(4,1)$ 代入得，$4k=1$，解得 $k=\frac{1}{4}$，

故直线 l 的方程为 $y=\frac{1}{4}x$，

当截距不为 0 时，设直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{2a}=1$，

将 $A(4,1)$ 代入得 $\frac{4}{a}+\frac{1}{2a}=1$，解得 $a=\frac{9}{2}$，

故直线 l 的方程为 $2x+y-9=0$，

所以直线 l 的方程为 $y=\frac{1}{4}x$ 或 $2x+y-9=0$；

【小问 2 详解】

因为 $AC\perp BH$，高 BH 所在的直线方程为 $2x+3y-2=0$，

所以设直线 AC 的方程为 $3x-2y+t=0$，

将 $A(4,1)$ 代入 $3x-2y+t=0$ 得，$12-2+t=0$，解得 $t=-10$，

故直线 AC 的方程为 $3x-2y-10=0$，

联立 $x-2y+2=0$ 与 $3x-2y-10=0$ 得 $\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}$，

故 $C(6,4)$，

设 $B(m,n)$，则 $M\left(\frac{m+4}{2},\frac{n+1}{2}\right)$，

$M\left(\frac{m+4}{2},\frac{n+1}{2}\right)$ 在直线 $x-2y+2=0$ 上，故 $\frac{m+4}{2}-2\times\frac{n+1}{2}+2=0$①，

又 $B(m,n)$ 在 $2x+3y-2=0$ 上，故 $2m+3n-2=0$②，

联立①②得，$\begin{cases}m=-2\\n=2\end{cases}$，故 $B(-2,2)$，

BC 所在直线的方程为 $\frac{y-4}{2-4}=\frac{x-6}{-2-6}$，即 $x-4y+10=0$．

17. 已知圆 $C:(x-2)^2+y^2=1$．

（1）直线 l 过点 $P(3,2)$ 且与圆 C 相切，求直线 l 的方程；

（2）圆 $D:x^2+y^2-3x-y=0$ 与圆 C 交于 A、B 两点，求公共弦长 $|AB|$．

【答案】(1) $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$ 或 $x=3$

(2) $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1)根据直线斜率是否存在分类讨论，再结合点到直线距离及直线与圆相切列出关系式求解即可得出答案.

(2)先联立方程组求出公共弦所在直线 AB 方程；再根据点到直线距离求出圆心 $C(2,0)$ 到直线 AB 的距离；最后根据弦长公式即可得出答案.

【小问 1 详解】

由圆 $C:(x-2)^2+y^2=1$ 可得：圆心坐标为 $C(2,0)$，半径为 $r_1=1$

1°若直线 l 斜率不存在，则直线 l 方程为 $x=3$，此时点 $C(2,0)$ 到直线的距离为 $3-2=1=r_1$，故直线 $x=3$ 与圆 C 相切，符合题意；

2°若直线 l 斜率存在，设直线 l 方程为 $y=k(x-3)+2$，即 $y=kx-3k+2$.

由直线 l 与圆 C 相切可得：$d=\frac{|2k-3k+2|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，解得 $k=\frac{3}{4}$.

此时直线 l 的方程为：$y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$，

综上直线 l 的方程为：$y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$ 或 $x=3$.

【小问 2 详解】

联立 $\begin{cases}(x-2)^2+y^2=1\\x^2+y^2-3x-y=0\end{cases}$，得：直线 AB 方程为 $x-y-3=0$.

圆心 $C(2,0)$ 到直线 AB 距离为 $d=\frac{|2-3|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故公共弦长 $|AB|=2\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$.

18. 若数列 $\{c_n\}$ 共有 $m\left(m\in\mathbf{N}^*,m\geq 3\right)$ 项，$\forall i\left(i\in\mathbf{N}^*,i\leq m\right)$ 都有 $\ln c_i+\ln c_{m+1-i}=R$，其中 R 为常数，则称数列 $\{c_n\}$ 是一个项数为 m 的“对数等和数列”，其中 R 称为“对数等和常数”.已知数列 $\{a_n\}$ 是一个项数

为 m 的对数等和数列，对数等和常数为 R .

（1）若 $m=9$， $a_1=1$， $a_5=4$，求 a_9 的值；

（2）定义数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_i=\dfrac{a_{m+1-i}}{a_i}$， $i=1$，2，3，…， m.

（i）证明：数列 $\{b_n\}$ 是一个项数为 m 的对数等和数列；

（ii）已知数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1024，公比为 $\dfrac{1}{4}$ 的等比数列，若 $R=0$，求 $\sum\limits_{i=1}^{m} ia_i$ 的值.

【答案】（1） $a_9=16$

（2）（i）证明见解析；（ii） $\dfrac{20481}{32}$

【解析】

【分析】（1）由题干信息可得 $R=\ln 16$，即可得答案；

（2）（i）注意到 $b_i b_{m+1-i}=1$，即可证明结论；

（ii）由题可得 ia_i 表达式，后由裂项求和法可得答案.

【小问 1 详解】

依题意 $R=\ln a_5+\ln a_5=\ln 16$， 又 $R=\ln a_1+\ln a_9$，

所以 $\ln a_9=R=\ln 16$， 即 $a_9=16$.

【小问 2 详解】

（i）依题意 $b_i=\dfrac{a_{m-i+1}}{a_i}$， 则 $b_{m+1-i}=\dfrac{a_i}{a_{m+1-i}}$， 因此 $b_i b_{m+1-i}=1$，

从而 $\ln b_i+\ln b_{m+1-i}=0$， 即数列 $\{b_n\}$ 是一个项数为 m 的对数等和数列.

（ii）依题意， $b_m=b_1q^{m-1}\Rightarrow\dfrac{1}{1024}=1024\left(\dfrac{1}{4}\right)^{m-1}$，

即 $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{m-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{20}$， 即 $m=11$， 则 $b_i=1024q^{i-1}=4^{6-i}$，

又 $R=0$， 故 $\ln a_i+\ln a_{m+1-i}=0$， 即 $a_i a_{m+1-i}=1$，

此时 $b_i=\dfrac{a_{m-i+1}}{a_i}=\dfrac{1}{a_i^2}$， 即 $a_i^2=\dfrac{1}{b_i}=4^{i-6}$， $a_i=2^{i-6}$，

注意到$i\times 2^{i-6}=(i-1)2^{i-5}-(i-2)2^{i-6}$，

所以$\sum_{i=1}^{m} ia_i=\sum_{i=1}^{11} i\times 2^{i-6}=\sum_{i=1}^{11}\left[(i-1)2^{i-5}-(i-2)2^{i-6}\right]=10\times 2^{6}-(-1)\times 2^{-5}=\dfrac{20481}{32}$.

19. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$, $N\left(-2,0\right)$为椭圆的一个顶点，且右焦点F_2到双曲线$x^2-y^2=2$渐近线的距离为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）设直线$l:y=kx+m\left(k\neq 0\right)$与椭圆$C$交于$A$、$B$两点.

①若直线l过椭圆右焦点F_2，且$\triangle AF_1B$的面积为$\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$，求实数k的值；

②若直线l过定点$P\left(0,2\right)$，且$k>0$，在x轴上是否存在点$T\left(t,0\right)$使得以TA、TB为邻边的平行四边形为菱形？若存在，则求出实数t的取值范围；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

（2）①$k=\pm 1$；②存在，$t\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{6},0\right)$

【解析】

【分析】（1）根据椭圆的定义和点到双曲线渐近线的距离求出椭圆方程；

（2）①联立后根据弦长公式求出弦长再求出面积即可；②先假设存在，再根据菱形对角线互相垂直的特点，转化为斜率问题，最后求出取值范围.

【小问1详解】

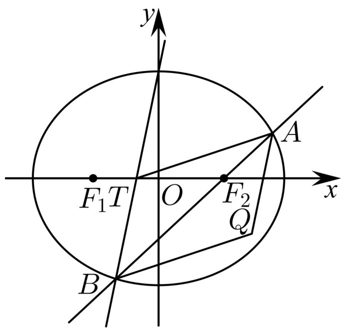
双曲线$x^2-y^2=2$的渐近线方程为$y=\pm x$，

所以$\begin{cases}a=2\\ \dfrac{|c|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3\end{cases}$,

所以椭圆C的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

【小问2详解】

如图所示，



①联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=k(x-1)\end{cases}$ ，得 $\left(4k^2+3\right)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

$\Delta=144k^2+144>0$，

所以 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{\sqrt{144k^2+144}}{4k^2+3}=\dfrac{12\left(k^2+1\right)}{4k^2+3}$，

又椭圆左焦点 F_1 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|-2k|}{\sqrt{1+k^2}}$，

所以 $S_{\triangle AF_1B}=\dfrac{1}{2}\cdot d\cdot|AB|=\dfrac{12\sqrt{k^4+k^2}}{4k^2+3}=\dfrac{12\sqrt{2}}{7}$，

解得 $k^2=1$（$k^2=-\dfrac{18}{17}$ 舍去），所以 $k=\pm1$

②假设存在点 $T(t,0)$ 使得以 TA、TB 为邻边的平行四边形 $TAQB$ 为菱形，

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=kx+2\end{cases}$ ，可得 $\left(4k^2+3\right)x^2 16kx+4=0$，

$\Delta=192k^2-48>0$ 且 $k>0$，解得 $k\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$，

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),AB$ 中点 $Q(x_0,y_0)$，则 $TQ\perp AB$，

因为 $x_1+x_2=-\dfrac{16k}{4k^2+3},x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{8k}{4k^2+3},y_0=kx_0+2=\dfrac{6}{4k^2+3}$，

所以 $k_{TQ}=-\dfrac{1}{k}=\dfrac{\dfrac{6}{4k^2+3}}{-\dfrac{8k}{4k^2+3}-t}$，整理得 $t=-\dfrac{2k}{4k^2+3}=-\dfrac{2}{4k+\dfrac{3}{k}}$

又 $k \in \left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，所以 $4k+\frac{3}{k} \in \left[4\sqrt{3},+\infty\right), \frac{2}{4k+\frac{3}{k}} \in \left(0,\frac{\sqrt{3}}{6}\right]$

所以 $t \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{6},0\right)$.

【点睛】关键点睛：本题的关键点在于将以 TA、TB 为邻边的平行四边形为菱形这个条件转化对角线垂直，进而斜率之积（先说明斜率存在）为 -1 的这个条件，就可以应用韦达定理进行求解了