昆山市 2025-2026 学年第一学期高一数学期中考试模拟试题

分值：150 分　　　　时间：120 分钟

一、单选题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．请把答案直接填涂在答题卡相应位置）

1. 命题“$\forall x\in \mathbf{R},x^2+1>0$”的否定是（　　）

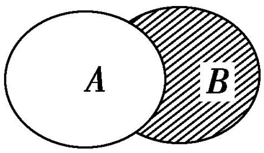
A. $\exists x\in \mathbf{R},x^2+1\ge 0$　　B. $\exists x\in \mathbf{R},x^2+1\le 0$

C. $\forall x\in \mathbf{R},x^2+1<0$　　D. $\forall x\in \mathbf{R},x^2+1\le 0$

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-x,x>0\\2^{-x},x\le 0\end{cases}$，则 $\boldsymbol{f[f(-1)]=}$（　　）

A. 0　　B. $\dfrac{1}{8}$　　C. 4　　D. $\dfrac{3}{2}$

3. 已知集合 A={2，3，4}，集合 B={2，4，5}，则如图中的阴影部分表示（　　）



A. {2，4}　　B. {3，5}　　C. {5}　　D. {2，3，4，5}

4. 若 $a=\log_3 4$，则 3^a+3^{-a} 的值为（　　）

A. $\dfrac{15}{4}$　　B. $\dfrac{17}{4}$　　C. $\dfrac{8}{3}$　　D. $\dfrac{10}{3}$

5. 设 $x\in \mathbf{R}$，则“$\dfrac{1}{x-1}\ge 1$”是“$1\le x\le 2$”的（　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. 若 $x>0$，$y>0$，且 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}=1$，则 $x+y$ 的最小值是（　　）

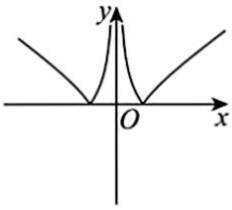
A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 12

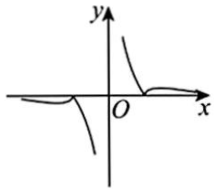
7. 若函数 $f(x)$ 同时满足：（1）对于定义域上的任意 x，恒有 $f(x)+f(-x)=0$；（2）对于定义域上的任意 x_1，x_2，当 $x_1\ne x_2$ 时，恒有 $x_1f(x_1)-x_1f(x_2)>x_2f(x_1)-x_2f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”．给出下列四个函数：① $f(x)=x^2$；② $f(x)=x^3$；③ $f(x)=\dfrac{2x-1}{2x+1}$；④ $f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\ge 0\\-x^2+4x,x<0\end{cases}$，

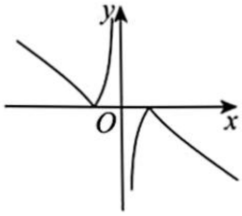
其中被称为“理想函数”的有（　　）

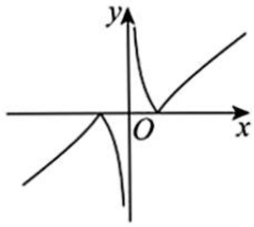
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

8. 函数 $f(x)=\dfrac{|x^2-1|}{x}$ 的图象大致是（　　）

A. 

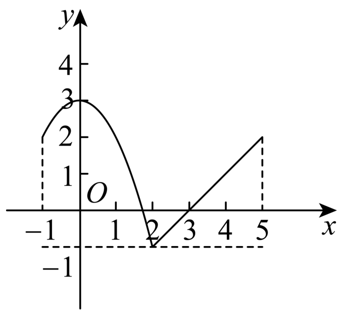
B. 

C. 

D. 

二、多选题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分）.

9. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[-1,5]$，其图象如图所示，则下列说法中正确的是（　　）



A. $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,2)$

B. $f(x)$ 的最大值为 2

C. $f(x)$ 的最小值为 -1

D. $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-1,0)$ 和 $(2,5)$

10. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 解集为 $\{x|-1<x<4\}$，则（　　）

A. $a>0$

B. 不等式 $bx+c>0$ 的解集为 $\left\{x\middle|x<-\dfrac{4}{3}\right\}$

C. $a+b+c>0$

D. 不等式 $cx^2-bx+a<0$ 的解集为 $\left\{x\middle|-\dfrac{1}{4}<x<1\right\}$

11. 下列说法正确的是（　）

A. 函数 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 不是同一函数

B. 若 $a+2b=2$，则 $2^a+4^b\geq 4$

C. 若 $x\in\mathbf{R}$，则函数 $y=\sqrt{x^2+4}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ 的最小值为 2

D. 当 $x\in\mathbf{R}$ 时，不等式 $kx^2-kx+1>0$ 恒成立，则 k 的取值范围是 $(0,4)$

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．请把答案直接填写在答题卡相应位置)

12. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{2x}$ 的定义域是_______.

13. 已知集合 $A=\{2,2m\}$，$B=\{m,m^2\}$，若 $A=B$，则实数 m 的值为______.

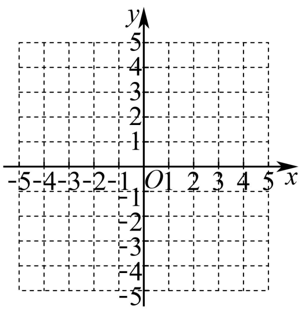
14. 已知函数 $g(x)$ 对任意的 $x\in R$，有 $g(-x)+g(x)=x^2$. 设函数 $f(x)=g(x)-\dfrac{x^2}{2}$，且 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增. 若 $f(a)+f(a-2)\le 0$，则实数 a 的取值范围为_______.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. （1）$\sqrt[4]{16}+(\dfrac{1}{8})^{-\frac{2}{3}}+(-4.3)^0-(2\sqrt{3})^2$；

（2）求 $\log_2\sqrt[3]{2}+(1+\lg 2)\lg 5+(\lg 2)^2-4^{\log_4 3}$ 的值.

16. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x(x-4)$.



（1）作出函数 $f(x)$ 的图象；

（2）写出 $f(x)$ 的单调递增区间和单调递减区间；

（3）求 $f(x)$ 在区间 $\left[-5,\dfrac{1}{2}\right]$ 上的最值.

17. 已知全集$U=\mathrm{R}$，集合$A=\left\{x\middle|a-1\le x\le 2a+1\right\}$，$B=\left\{x\mid \frac{x+1}{x-3}<0\right\}$

（1）当$a=2$时，求$A\bigcup B$和$A\cap\left(\complement_U B\right)$；

（2）若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，求实数a的取值范围.

18. 函数$f\left(x\right)$是$\mathbf{R}$上的奇函数，且当$x>0$时，函数的解析式为$f\left(x\right)=\frac{2x+3}{x+1}$.

（1）求$f\left(-2\right)$的值；

（2）用定义证明$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上是减函数；

（3）求函数$f\left(x\right)$的解析式.

19. 十九大指出中国的电动汽车革命早已展开，通过以新能源汽车替代汽/柴油车，中国正在大力实施一项将重塑全球汽车行业的计划，2020年某企业计划引进新能源汽车生产设备看，通过市场分析，全年需投入固定成本3000万元，每生产x（百辆）需另投入成本y（万元），且$y=\begin{cases}10x^2+100x, 0<x<40\\501x+\dfrac{10000}{x}-4500, x\geq 40\end{cases}$.

由市场调研知，每辆车售价5万元，且全年内生产的车辆当年能全部销售完.

（1）求出2020年的利润S（万元）关于年产量x（百辆）的函数关系式；(利润=销售额—成本)

（2）当2020年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求出最大利润.

昆山市 2025-2026 学年第一学期高一数学期中考试模拟试题

答案与解析

一、单选题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．请把答案直接填涂在答题卡相应位置）

1. 命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+1>0$”的否定是（　　）

A. $\exists x\in\mathbf{R},x^2+1\geq 0$　　B. $\exists x\in\mathbf{R},x^2+1\leq 0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x^2+1<0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2+1\leq 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据全称量词命题的否定为存在量词命题易求.

【详解】命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+1>0$”为全称量词命题，其否定为：$\exists x\in\mathbf{R},x^2+1\leq 0$.

故选：B.

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-x,x>0\\2^{-x},x\leq 0\end{cases}$，则 $\boldsymbol{f[f(-1)]=}$（　　）

A. 0　　B. $\dfrac{1}{8}$　　C. 4　　D. $\dfrac{3}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】先求出 $f(-1)$，再求 $f[f(-1)]$

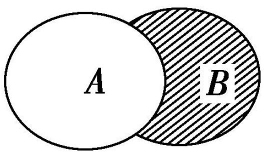
【详解】因为 $f(x)=\begin{cases}2-x,x>0\\2^{-x},x\leq 0\end{cases}$，

所以 $f(-1)=2$，

所以 $f[f(-1)]=f(2)=2-2=0$，

故选：A

3. 已知集合 A={2，3，4}，集合 B={2，4，5}，则如图中的阴影部分表示（　　）



A. {2，4}　　B. {3，5}　　C. {5}　　D. {2，3，4，5}

【答案】C

【解析】

【分析】图中的阴影部分表示的是属于 B 不属于 A 的元素组成的集合，然后可选出答案.

【详解】因为集合 A={2，3，4)，集合 B={2，4，5}，

所以图中的阴影部分表示的是属于 B 不属于 A 的元素组成的集合，即 $\{5\}$

故选：C

4. 若 $a=\log_3 4$，则 3^a+3^{-a} 的值为（　　）

A. $\frac{15}{4}$　　B. $\frac{17}{4}$　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{10}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用对数的运算性质即可求解.

【详解】$3^a+3^{-a}=3^{\log_3 4}+3^{-\log_3 4}=4+4^{-1}=\frac{17}{4}$.

故选：B

5. 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$\frac{1}{x-1}\geq 1$”是“$1\leq x\leq 2$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】解出不等式，通过充分条件与必要条件的概念即可判断出关系.

【详解】由 $\frac{1}{x-1}\geq 1$ 得 $\frac{x-2}{x-1}\leq 0$，则 $(x-2)(x-1)\leq 0$ 且 $x\neq 1$，解得：$1<x\leq 2$，

而集合 $\{x|1<x\leq 2\}$ 是 $\{x|1\leq x\leq 2\}$ 的真子集，

$\therefore$“$\frac{1}{x-1}\geq 1$”是“$1\leq x\leq 2$”的充分不必要条件.

故选：A.

6. 若 $x>0$，$y>0$，且 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1$，则 $x+y$ 的最小值是（　　）

A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 12

【答案】C

【解析】

【分析】将 $x+y$ 乘以 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$ 展开，利用基本不等式求出最小值.

【详解】因为 $x>0$，$y>0$，且 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1$，

所以 $x+y=(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=5+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\geq 5+2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{4x}{y}}=9$（当且仅当 $\frac{y}{x}=\frac{4x}{y}$，即 $x=3,y=6$ 时取等号）。

故选：C

7. 若函数 $f(x)$ 同时满足：（1）对于定义域上的任意 x，恒有 $f(x)+f(-x)=0$；（2）对于定义域上的任意 x_1，x_2，当 $x_1\neq x_2$ 时，恒有 $x_1f(x_1)-x_1f(x_2)>x_2f(x_1)-x_2f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”．给出下列四个函数：① $f(x)=x^2$；② $f(x)=x^3$；③ $f(x)=\frac{2x-1}{2x+1}$；④ $f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\geq 0\\-x^2+4x,x<0\end{cases}$，其中被称为“理想函数”的有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】

首先确定“理想函数”满足的条件为①奇函数；②函数在定义域内为单调递增函数；进一步对①②③④这四个函数进行判断即可.

【详解】由（1）知：$f(x)$ 为定义域上的奇函数；

由（2）知：$(x_1-x_1)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]>0$，可知 $f(x)$ 单调递增.

即“理想函数”满足①奇函数；②函数在定义域内为单调递增函数；

对于①，$f(x)=x^2$ 是偶函数，在定义域内不单调递增，①不是“理想函数”；

对于②，$f(x)=x^3$；满足函数是奇函数，在定义域内单调递增，②为“理想函数”；

对于③，$f(-x)=\frac{-2x-1}{-2x+1}=\frac{2x+1}{2x-1}\neq -f(x)$，函数不是奇函数，③不是“理想函数”；

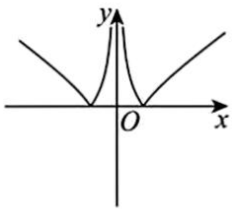
对于④，$f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\geq 0\\-x^2+4x,x<0\end{cases}$，当 $x<0$ 时，$-x>0$，则 $f(-x)=(-x)^2-4x=x^2-4x=-f(x)$，

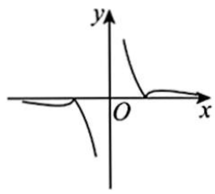
又 $f\left(0\right)=0$，可知 $f\left(x\right)$ 为定义域上的奇函数；又当 $x\geq 0$ 时，$f\left(x\right)$ 单调递增，由奇函数性质知：$f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,0\right]$ 上单调递增，则 $f\left(x\right)$ 在定义域内单调递增，④为“理想函数”.

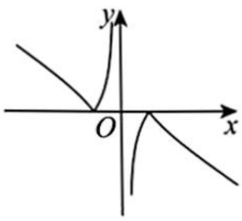
故选：B .

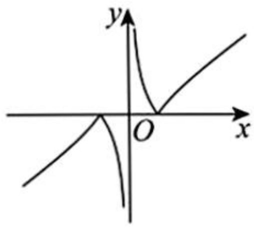
【点睛】关键点点睛：本题的解题关键是能够明确新定义函数的具体要求，即函数需为奇函数且在定义域内单调递增，进而利用函数奇偶性和单调性的判断方法依次判断各个选项.

8. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left|x^2-1\right|}{x}$ 的图象大致是（　　）

A.


B.


C.


D.


【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，求得函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，再求得 $f\left(x\right)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，在 $\left(0,1\right)$ 上单调递减，结合选项，即可求解.

【详解】由函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left|x^2-1\right|}{x}$，可得函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

且满足 $f\left(-x\right)=\dfrac{\left|\left(-x\right)^2-1\right|}{-x}=-\dfrac{\left|x^2-1\right|}{x}=-f\left(x\right)$，

所以函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，可排除 A 选项，

又由当 $x\geq 1$ 时，$f\left(x\right)=\dfrac{x^2-1}{x}=x-\dfrac{1}{x}$，可得 $f\left(x\right)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，

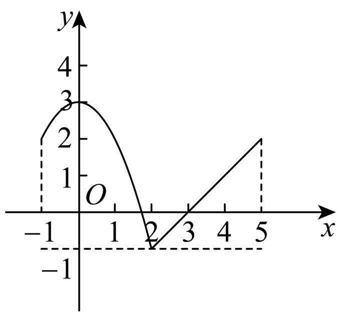
当 $0<x<1$ 时，$f\left(x\right)=\dfrac{1-x^2}{x}=\dfrac{1}{x}-x$，可得 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,1\right)$ 上单调递减，

所以 D 选项符合题意.

故选：D

二、多选题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分）.

9. 已知函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[-1,5\right]$，其图象如图所示，则下列说法中正确的是（　　）



A. $f\left(x\right)$ 的单调递减区间为 $\left(0,2\right)$

B. $f\left(x\right)$ 的最大值为 2

C. $f\left(x\right)$ 的最小值为 -1

D. $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left(-1,0\right)$ 和 $\left(2,5\right)$

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据图象直接判断单调区间和最值即可.

【详解】对于 A，由图象可知：$f\left(x\right)$ 的单调递减区间为 $\left(0,2\right)$，A 正确；

对于 B，当 $x=0$ 时，$f(x)_{\max}=3$，B 错误；

对于 C，当 $x=2$ 时，$f(x)_{\min}=-1$，C 正确；

对于 D，由图象可知：$f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left(-1,0\right)$ 和 $\left(2,5\right)$，D 正确.

故选：ACD

10. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 解集为 $\left\{x\middle|-1<x<4\right\}$，则（　　）

A. $a>0$

B. 不等式 $bx+c>0$ 的解集为 $\left\{x\middle|x<-\dfrac{4}{3}\right\}$

C. $a+b+c>0$

D. 不等式$cx^2-bx+a<0$的解集为$\left\{x\left|-\frac{1}{4}<x<1\right.\right\}$

【答案】CD

【解析】

【分析】利用一元二次不等式的解集与一元二次方程根的关系及韦达定理，结合一元一次不等式和一元二次不等式的解法即可求解.

【详解】由已知可得$a<0$，并且$-1,4$是方程$ax^2+bx+c=0$的两根，

则由韦达定理可得：$\begin{cases}-1+4=-\frac{b}{a}\\ -1\times4=\frac{c}{a}\end{cases}$，解得$c=-4a$，$b=-3a$，所以 A 错误；

选项 B：不等式$bx+c>0$化简为$3x+4>0$，解得$x>-\frac{4}{3}$，所以不等式$bx+c>0$的解集为$\left\{x\left|x>-\frac{4}{3}\right.\right\}$，所以 B 错误；

选项 C：$a+b+c=a-3a-4a=-6a>0$，所以 C 正确，

选项 D：$cx^2-bx+a<0$化简为$4x^2-3x-1<0$，解得$-\frac{1}{4}<x<1$，所以不等式$cx^2-bx+a<0$的解集为$\left\{x\left|-\frac{1}{4}<x<1\right.\right\}$，所以 D 正确，

故选：CD.

11. 下列说法正确的是（　）

A. 函数$y=x$与$y=\sqrt{x^2}$不是同一函数

B. 若$a+2b=2$，则$2^a+4^b\geq4$

C. 若$x\in\mathbf{R}$，则函数$y=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为 2

D. 当$x\in\mathbf{R}$时，不等式$kx^2-kx+1>0$恒成立，则k的取值范围是$(0,4)$

【答案】AB

【解析】

【分析】根据两个函数的对应法则不同可判断 A；利用基本不等式可判断 B；利用对勾函数的单调性可判断 C；利用一元二次不等式恒成立的条件可判断 D.

【详解】对于 A，函数 $y=\sqrt{x^2}=|x|$，所以函数 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 不是同一个函数，故 A 正确；

对于 B，$2^a+4^b\ge 2\sqrt{2^a\cdot 4^b}=4$，当且仅当 $a=1,b=\frac{1}{2}$ 取得等号，故 B 正确；

对于 C，$t=\sqrt{x^2+4}\ge 2$，因为函数 $y=t+\frac{1}{t}$ 在 $\left[2,+\infty\right)$ 上单调递增，所以当 $t=2$ 时，$y_{\min}=\frac{5}{2}$，故 C 错误；

对于 D，当 $k=0$ 时，不等式即 $1>0$，满足题意，当 $k\ne 0$ 时，则有 $\begin{cases} k>0 \\ k^2-4k<0 \end{cases}$，解得 $0<k<4$.

综上所述，满足题意的 k 的取值范围是 $\left[0,4\right)$，故 D 错误.

故选：AB

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．请把答案直接填写在答题卡相应位置)

12. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{2x}$ 的定义域是_______.

【答案】$[-1,0)\cup(0,+\infty)$

【解析】

【分析】由被开方式大于等于 0 且分母不等于 0 联立不等式组，求解不等式组即可得答案.

【详解】解：要使函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{2x}$ 有意义，则 $\begin{cases} x+1\ge 0 \\ 2x\ne 0 \end{cases}$，解得 $x\ge -1$ 且 $x\ne 0$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,0)\cup(0,+\infty)$.

故答案为：$[-1,0)\cup(0,+\infty)$.

13. 已知集合 $A=\left\{2,2m\right\}$，$B=\left\{m,m^2\right\}$，若 $A=B$，则实数 m 的值为______.

【答案】2

【解析】

【分析】根据集合相等的定义分析即可.

【详解】集合 $A=\left\{2,2m\right\}$，$B=\left\{m,m^2\right\}$，

若 $A=B$，则 $2\in B$，

则 $m=2$ 或 $m^2=2$，所以 $m=2$ 或 $m=\sqrt{2}$ 或 $m=-\sqrt{2}$，

当 $m=2$ 时，集合 $A=\left\{2,4\right\}$，$B=\left\{2,4\right\}$，则 $A=B$，满足题意；

当 $m=\sqrt{2}$ 时，集合 $A=\{2,2\sqrt{2}\}$，$B=\{\sqrt{2},2\}$，$A\neq B$ 不符合；

当 $m=-\sqrt{2}$ 时，集合 $A=\{2,-2\sqrt{2}\}$，$B=\{-\sqrt{2},2\}$，$A\neq B$ 不符合；

综上，实数 m 的值为 2.

故答案为：2

14. 已知函数 $g(x)$ 对任意的 $x\in R$，有 $g(-x)+g(x)=x^2$. 设函数 $f(x)=g(x)-\dfrac{x^2}{2}$，且 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增. 若 $f(a)+f(a-2)\leq 0$，则实数 a 的取值范围为_______.

【答案】$(-\infty,1]$

【解析】

【分析】由 $f(x)=g(x)-\dfrac{x^2}{2}$，得 $f(-x)=g(-x)-\dfrac{(-x)^2}{2}$，两式相加，可得 $f(-x)=-f(x)$，从而证明函数 $f(x)$ 是奇函数，再说明 $f(x)$ 的单调性，然后由奇偶性与单调性解不等式.

【详解】由函数 $f(x)=g(x)-\dfrac{x^2}{2}$①，则 $f(-x)=g(-x)-\dfrac{(-x)^2}{2}=g(-x)-\dfrac{x^2}{2}$②，又因为 $g(-x)+g(x)=x^2$，由①+②可得 $f(x)+f(-x)=g(x)-\dfrac{x^2}{2}+g(-x)-\dfrac{x^2}{2}=0$，即 $f(-x)=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数，又因为函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

所以函数 $f(x)$ 在 **R** 上为单调递增函数， 由 $f(a)+f(a-2)\leq 0$，即 $f(a)\leq -f(a-2)=f(2-a)$，

则 $a\leq 2-a$，解得 $a\leq 1$.

故答案为：$(-\infty,1]$.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分请在答题卡指定区域内作答．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. （1）$\sqrt[4]{16}+(\dfrac{1}{8})^{-\frac{2}{3}}+(-4.3)^0-(2\sqrt{3})^2$；

（2）求 $\log_2\sqrt[3]{2}+(1+\lg 2)\lg 5+(\lg 2)^2-4^{\log_4 3}$ 的值.

【答案】（1）-5；（2）$-\dfrac{5}{3}$

【解析】

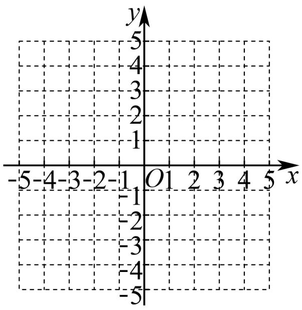
【分析】（1）根据指数运算求得正确答案.

（2）根据对数运算求得正确答案.

【详解】（1）原式$=(2^4)^{\frac{1}{4}}+(2^{-3})^{-\frac{2}{3}}+1-12=2+4+1-12=-5$；

（2）原式$=\frac{1}{3}+(1+\lg 2)(1-\lg 2)+(\lg 2)^2-3=\frac{1}{3}+1-3=-\frac{5}{3}$.

16. 已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，且当$x\geq 0$时，$f(x)=x(x-4)$.



（1）作出函数$f(x)$的图象；

（2）写出$f(x)$的单调递增区间和单调递减区间；

（3）求$f(x)$在区间$\left[-5,\frac{1}{2}\right]$上的最值.

【答案】（1）答案见解析

（2）单调递增区间为：$(-\infty,-2]$和$[2,+\infty)$；单调递减区间为$[-2,2]$

（3）最大值为4，最小值为-5

【解析】

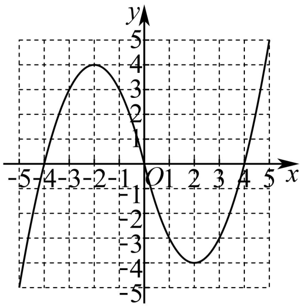
【分析】（1）根据函数的解析式画出$x\geq 0$的图像，再根据奇函数图像关于原点对称，画出$x<0$的图像；

（2）根据（1）画出的函数图像分析单调性；

（3）根据（2）由单调性确定最值.

【小问1详解】

函数$f(x)$图象如图所示：



【小问 2 详解】

由图可知，$f\left(x\right)$的单调递增区间为：$\left(-\infty,-2\right]$和$\left[2,+\infty\right)$；

单调递减区间为$\left[-2,2\right]$；

【小问 3 详解】

由函数图象及（2），知$f\left(x\right)$在区间$\left[-5,-2\right)$上递增，$\left(-2,\dfrac{1}{2}\right]$上递减，

所以当$x=-2$时，$f\left(x\right)$在区间$\left[-5,\dfrac{1}{2}\right]$上取得最大值 4；

当$x=-5$时，$f\left(x\right)=5\times\left(-5+4\right)=-5$；

当$x=\dfrac{1}{2}$时，$f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}-4\right)=-\dfrac{7}{4}$；

所以当$x=-5$时，$f\left(x\right)$在区间$\left[-5,\dfrac{1}{2}\right]$上取得最小值$-5$.

综上，$f\left(x\right)$在区间$\left[-5,\dfrac{1}{2}\right]$上的最大值为 4，最小值为$-5$.

17. 已知全集$U=\mathrm{R}$，集合$A=\left\{x\middle|a-1\le x\le 2a+1\right\}$，$B=\left\{x\,|\,\dfrac{x+1}{x-3}<0\right\}$

（1）当$a=2$时，求$A\cup B$和$A\cap\left(ð_U B\right)$；

（2）若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，求实数a的取值范围.

【答案】（1）$\{x\,|-1<x\le 5\}$；$\{x\,|\,3\le x\le 5\}$

（2）$(-\infty,-2)\cup(0,1)$

【解析】

【分析】（1）当$a=2$时，求得$A=\left\{x\middle|1\le x\le 5\right\}$和$B=\{x\,|-1<x<3\}$，结合集合交集、并集和补集的运算，即可求解；

（2）根据题意，得到 A 是 B 的真子集，分 $a-1>2a+1$ 和 $a-1\le 2a+1$，两种情况讨论，列出不等式组，即可求解.

【小问 1 详解】

解：当 $a=2$ 时，集合 $A=\{x|1\le x\le 5\}$，又由 $B=\left\{x\,|\,\frac{x+1}{x-3}<0\right\}=\{x\,|-1<x<3\}$，

所以 $A\cup B=\{x\,|-1<x\le 5\}$，且 $\complement_U B=\{x\,|\,x\le -1 或 x\ge 3\}$，

则 $A\cap\left(\complement_U B\right)=\{x\,|\,3\le x\le 5\}$

【小问 2 详解】

解：由集合 $A=\{x|a-1\le x\le 2a+1\}$，$B=\{x\,|-1<x<3\}$，

因为“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，所以 A 是 B 的真子集，

当 $a-1>2a+1$ 时，即 $a<-2$ 时，此时 $A=\varnothing$，满足 A 是 B 的真子集，符合题意；

当 $a-1\le 2a+1$ 时，即 $a\ge -2$ 时，则满足 $\begin{cases}a\ge -2\\ a-1>-1\\ 2a+1<3\end{cases}$，解得 $0<a<1$，

综上可得，实数 a 的取值范围 $(-\infty,-2)\cup(0,1)$.

18. 函数 $f\left(x\right)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，函数的解析式为 $f\left(x\right)=\frac{2x+3}{x+1}$.

（1）求 $f\left(-2\right)$ 的值；

（2）用定义证明 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是减函数；

（3）求函数 $f\left(x\right)$ 的解析式.

【答案】（1）$-\frac{7}{3}$

（2）证明见解析　　（3）$f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{2x+3}{x+1},x>0\\ 0,x=0\\ \frac{2x-3}{1-x},x<0\end{cases}$

【解析】

【分析】（1）根据 $f\left(-2\right)=-f\left(2\right)$ 可直接求得结果；

（2）设 $x_2>x_1>0$，由 $f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)=\dfrac{x_1-x_2}{\left(x_2+1\right)\left(x_1+1\right)}<0$ 可证得结论；

（3）当 $x<0$ 时，$-x>0$，结合奇函数定义可求得 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 上的解析式，结合 $f\left(0\right)=0$ 可得结果.

【小问 1 详解】

$\because f\left(x\right)$ 为奇函数，$\therefore f\left(-2\right)=-f\left(2\right)=-\dfrac{4+3}{2+1}=-\dfrac{7}{3}$.

【小问 2 详解】

设 $x_2>x_1>0$，

$$f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)=\frac{2x_2+3}{x_2+1}-\frac{2x_1+3}{x_1+1}=2+\frac{1}{x_2+1}-\left(2+\frac{1}{x_1+1}\right)=\frac{x_1-x_2}{\left(x_2+1\right)\left(x_1+1\right)},$$

Q $x_1-x_2<0$，$x_2+1>0$，$x_1+1>0$，$\therefore f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)<0$，

\ $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是减函数.

【小问 3 详解】

当 $x<0$ 时，$-x>0$，$\therefore f\left(-x\right)=\dfrac{3-2x}{1-x}$，$\therefore f\left(x\right)=-f\left(-x\right)=-\dfrac{3-2x}{1-x}=\dfrac{2x-3}{1-x}$；

又 $f\left(x\right)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，$\therefore f\left(0\right)=0$，

$$\therefore f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2x+3}{x+1},x>0\\ 0,x=0\\ \dfrac{2x-3}{1-x},x<0\end{cases}.$$

19. 十九大指出中国的电动汽车革命早已展开，通过以新能源汽车替代汽/柴油车，中国正在大力实施一项将重塑全球汽车行业的计划，2020 年某企业计划引进新能源汽车生产设备看，通过市场分析，全年需投入固定成本3000 万元，每生产 x（百辆）需另投入成本 y（万元），且 $y=\begin{cases}10x^2+100x,0<x<40\\ 501x+\dfrac{10000}{x}-4500,x\geq 40\end{cases}$.

由市场调研知，每辆车售价 5 万元，且全年内生产的车辆当年能全部销售完.

（1）求出2020 年的利润S（万元）关于年产量 x（百辆）的函数关系式；（利润=销售额—成本）

（2）当2020 年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求出最大利润.

【答案】（1）$S(x)=\begin{cases}-10x^2+400x-3000,0<x<40\\ 1500-x-\dfrac{10000}{x},x\geq 40\end{cases}$

（2）100百辆，最大利润为1300万

【解析】

【分析】（1）根据题意分情况列式即可；

（2）根据分段函数的性质分别计算最值.

【小问 1 详解】

由题意得当$0<x<40$时，$S(x)=500x-(10x^2+100x)-3000=-10x^2+400x-3000$，

当$x\geq 40$时，$S(x)=500x-\left(501x+\dfrac{10000}{x}-4500\right)-3000=1500-x-\dfrac{10000}{x}$，

所以$S(x)=\begin{cases}-10x^2+400x-3000, 0<x<40\\ 1500-x-\dfrac{10000}{x}, x\geq 40\end{cases}$，

【小问 2 详解】

由（1）得当$0<x<40$时，$S(x)=-10x^2+400x-3000$，

当$x=$ 20时，$S_{\max}(x)=1000$，

当$x\geq 40$时，$S(x)=1500-x-\dfrac{10000}{x}=1500-(x+\dfrac{10000}{x})$

$\because x+\dfrac{10000}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\dfrac{10000}{x}}=200$，当且仅当$x=\dfrac{10000}{x}$，即$x=100$时等号成立，

$\therefore S(x)\leq 1500-200=1300$，$\therefore x=100$时，$S_{\max}(x)=1300$，$\because 1300>1000$，

$\therefore x=100$时，即2020年产量为100百辆时，企业所获利润最大，且最大利润为1300万元.